PHƯƠNG TRÌNH MŨ, PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT
BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOAGRIT

Vấn đề 1. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 1. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=2^{-x}+3$ và đường thẳng $y=11$.

A. $(3;11)$. **B.** $(-3;11)$. **C.** $(4;11)$. **D.** $(-4;11)$.

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2}^{x^2+2x+3}=8^x$.

A. $S=\{1;3\}$. **B.** $S=\{-1;3\}$. **C.** $S=\{-3;1\}$. **D.** $S=\{-3\}$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x}=\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-6}$.

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{-3\}$. **D.** $S=\{3\}$.

Câu 4. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $e^{x^2-3x}=\frac{1}{e^2}$.

A. $T=3$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

Câu 5. Biết rằng phương trình $3^{2018}-2^{x\log_8 9}=0$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. x_0 là số nguyên tố. **B.** x_0 là số chính phương.

C. x_0 chia hết cho 3. **D.** x_0 là số chẵn.

Câu 6. Biết rằng phương trình $9^x-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{3}{2}}-3^{2x-1}$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$. Tính giá trị biểu thức $P=x_0+\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$.

A. $P=1$. **B.** $P=1-\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$. **C.** $P=1-\log_{\frac{9}{2}}2$. **D.** $P=\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$.

Câu 7. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho phương trình $4^x+2^{x+1}-3=0$. Khi đặt $t=2^x$, ta được:

A. $t^2+t-3=0$. **B.** $2t^2-3=0$. **C.** $t^2+2t-3=0$. **D.** $4t-3=0$.

Câu 8. Tính P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $3.9^x-10.3^x+3=0$.

A. $P=1$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=9$.

Câu 9. Tìm tập S nghiệm của phương trình $e^{6x}-3e^{3x}+2=0$.

A. $S=\{0;\ln 2\}$. **B.** $S=\left\{0;\frac{\ln 2}{3}\right\}$. **C.** $S=\left\{1;\frac{\ln 2}{3}\right\}$. **D.** $S=\{1;\ln 2\}$.

Câu 10. Phương trình $4^{x^2+x}+2^{x^2+x+1}-3=0$ có bao nhiêu nghiệm không âm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4^{\tan^2 x}+2^{\frac{1}{\cos^2 x}}-3=0$ trên đoạn $[0;3\pi]$.

A. $T=\pi$. **B.** $T=\frac{3\pi}{2}$. **C.** $T=6\pi$. **D.** $T=0$.

Câu 12. Tính P là tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x-1}+2^{2-x}=3$.

A. $P=1$. **B.** $P=3$. **C.** $P=5$. **D.** $P=9$.

Câu 13. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $5^{1+x^2}-5^{1-x^2}=24$. Tập S có bao nhiêu phần tử?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 14. Phương trình $9^{\frac{x}{2}}+9.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x+2}-4=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 4.

Câu 15. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $5^{\sin^2 x}+5^{\cos^2 x}=2\sqrt{5}$ trên đoạn $[0;2\pi]$.

A. $T=\pi.$ **B.** $T=\frac{3\pi}{4}.$ **C.** $T=2\pi.$ **D.** $T=4\pi.$

Câu 16. Tổng lập phương các nghiệm của phương trình $2^x+2.3^x-6^x=2$ bằng:

A. $2\sqrt{2}$. **B**. 25. **C**. 7. **D**. 1.

Câu 17. Tính P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $6^x-2.2^x-81.3^x+162=0.$

A. $P=4.$ **B.** $P=6.$ **C.** $P=7.$ **D.** $P=10.$

Câu 18. Gọi x_1, x_2 lần lượt là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của phương trình $2^{x^2+x-1}-2^{x^2-1}=2^{2x}-2^x$. Tính $S=x_1+x_2.$

A. $S=0.$ **B.** $S=1.$ **C.** $S=\frac{1}{2}.$ **D.** $S=\frac{\sqrt{5}}{2}.$

Câu 19. Phương trình $4^{x^2+x}+2^{1-x^2}=2^{(x+1)^2}+1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 20. Tính S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4.\left(2^{2x}+2^{-2x}\right)-4.\left(2^x+2^{-x}\right)-7=0$

A. $S=1.$ **B.** $S=-1.$ **C.** $S=3.$ **D.** $S=0.$

Câu 21. Phương trình $2^{\log_5(x+3)}=x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B**. 2. **C**. 3. **D**. 0.

Câu 22. Biết rằng phương trình $4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2}$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0\in(-\infty;-1)$. **B.** $x_0\in[-1;1]$. **C.** $x_0\in\left(1;\sqrt{15}\right)$.

D. $x_0\in\left[\sqrt{15};+\infty\right)$.

Câu 23. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $(x-3)^{2x^2-5x}=1$.

A. $T=0.$ **B.** $T=4.$ **C.** $T=\frac{13}{2}.$ **D.** $T=\frac{15}{2}.$

Câu 24. Cho phương trình $2016^{x^2}.2017^x=2016^x.$ Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt.

B. Phương trình đã cho có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm âm.

C. Phương trình đã cho có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm dương.

D. Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu và một nghiệm bằng $0.$

Câu 25. Phương trình $3.25^{x-2}+(3x-10)5^{x-2}+3-x=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 26. Gọi T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2}.2^x=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $T>1.$ **B.** $T=1.$ **C.** $-\frac{1}{2}<T<1.$ **D.** $T<-\frac{1}{2}.$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=3^{x+1}.5^{x^2}.$ Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $f(x)=1\Leftrightarrow(x+1)\log_5 3+x^2=0.$ **B.** $f(x)=1\Leftrightarrow(x+1)\log_{\frac{1}{5}}3-x^2=0.$

C. $f(x)=1\Leftrightarrow x+1-x^2\log_3 5=0.$ **D.** $f(x)=1\Leftrightarrow(x+1)\ln 3+x^2\ln 5=0.$

Câu 28. Gọi x_0 là nghiệm nguyên của phương trình $5^x.8^{\frac{x}{x+1}}=100$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0(5-x_0)(x_0+8)$.

A. $P=40.$ **B.** $P=50.$ **C.** $P=60.$ **D.** $P=80.$

Câu 29. Phương trình $3^{x^2-2}.4^{\frac{2x-3}{x}}=18$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 30. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=15$, m là tham số khác 2.

A. $S=\{2;m\log_3 5\}.$ **B.** $S=\{2;m+\log_3 5\}.$

C. $S=\{2\}.$ **D.** $S=\{2;m-\log_3 5\}.$

Câu 31. Biết rằng phương trình $3^{x^2+1}.25^{x-1}=\frac{3}{25}$ có đúng hai nghiệm x_1,x_2. Tính giá trị của $P=\sqrt{3^{x_1}+3^{x_2}}$.

A. $P=\frac{\sqrt{26}}{5}.$ **B.** $P=\sqrt{26}.$ **C.** $P=26.$ **D.** $P=\frac{26}{25}.$

Câu 32. Phương trình $2^{x-1}-2^{x^2-x}=(x-1)^2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 33. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2017^{\sin^2 x}-2017^{\cos^2 x}=\cos 2x$ trên đoạn $[0;\pi]$.

A. $x=\pi.$ **B.** $x=\frac{\pi}{4}.$ **C.** $x=\frac{\pi}{2}.$ **D.** $x=\frac{3\pi}{4}.$

Câu 34. Biết rằng phương trình $3^{x^2-1}+(x^2-1)3^{x+1}=1$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tổng lập phương hai nghiệm của phương trình bằng:

A. 2. **B.** 0. **C.** 8. **D.** -8.

Câu 35. Cho phương trình $2016^{x^2-1}+(x^2-1).2017^x=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phương trình đã cho có tổng các nghiệm bằng 0

B. Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

C. Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt.

D. Phương trình đã cho có nhiều hơn hai nghiệm.

Câu 36. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{x}}\le\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$.

A. $S=\left(0;\frac{1}{3}\right).$ **B.** $S=\left(0;\frac{1}{3}\right].$

C. $S=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right].$ **D.** $S=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup(0;+\infty).$

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $\left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9}\le\left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$.

A. $x\le-2.$ **B.** $x\ge 4.$

C. $-2\le x\le 4.$ **D.** $x\le-2$; $x\ge 4.$

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[-2017;2017]$ thỏa mãn bất phương trình $4^x.3^3>3^x.4^3$?

A. 2013. **B.** 2017. **C.** 2014. **D.** 2021.

Câu 39. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình $8^x.2^{1-x^2} > \left(\sqrt{2}\right)^{2x}$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 40. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $3^{1-x} + 2.\left(\sqrt{3}\right)^{2x} \le 7$. Khi đó S có dạng $[a;b]$ với $a < b$. Tính $P = b + a.\log_2 3$.

A. $P = 2$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 0$. **D.** $P = 2\log_2 3$.

Câu 41. Gọi a, b lần lượt là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của bất phương trình $3.9^x - 10.3^x + 3 \le 0$. Tính $P = b - a$.

A. $P = 1$. **B.** $P = \frac{3}{2}$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = \frac{5}{2}$.

Câu 42. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(x^2 + x + 1\right)^x < 1$.

A. $S = (0; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 0)$. **C.** $S = (-\infty; -1)$. **D.** $S = (0;1)$.

Câu 43. Cho bất phương trình $x^{\log_2 x + 4} \le 32$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tập nghiệm của bất phương trình là một khoảng.
B. Tập nghiệm của bất phương trình là một đoạn.
C. Tập nghiệm của bất phương trình là nửa khoảng.
D. Tập nghiệm của bất phương trình là hợp của hai đoạn mà hai đoạn này giao nhau bằng rỗng.

Câu 44. Gọi a, b là hai nghiệm của bất phương trình $x^{\ln x} + e^{\ln^2 x} \le 2e^4$ sao cho $|a - b|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $P = ab$.

A. $P = e$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = e^3$. **D.** $P = e^4$.

Câu 45. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho hàm số $f(x) = 2^x.7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$. **B.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow x\ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$.

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x\log_7 2 + x^2 < 0$. **D.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x\log_2 7 < 0$.

Vấn đề 2. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 46. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

A. $x = 63$. **B.** $x = 65$. **C.** $x = 80$. **D.** $x = 82$.

Câu 47. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6[x(5-x)] = 1$.

A. $S = \{2;3\}$. **B.** $S = \{4;6\}$. **C.** $S = \{1;-6\}$. **D.** $S = \{-1;6\}$.

Câu 48. Phương trình $\log_2\left(x - 3\sqrt{x} + 4\right) = 3$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 49. Tính P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 3x + 2}{x} = 0$.

A. $P = 4$. **B.** $P = 2\sqrt{2}$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = 1$.

Câu 50. Phương trình $\log_2(x-3) + 2\log_4 3.\log_3 x = 2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 51. Biết rằng phương trình $2\log(x+2)+\log 4=\log x+4\log 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Tính $P=\frac{x_1}{x_2}$.

A. $P=4$. **B.** $P=\frac{1}{4}$. **C.** $P=64$. **D.** $P=\frac{1}{64}$.

Câu 52. Biết rằng phương trình $\left[\log_{\frac{1}{3}}(9x)\right]^2+\log_3\frac{x^2}{81}-7=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tính $P=x_1x_2$.

A. $P=\frac{1}{9^3}$. **B.** $P=3^6$. **C.** $P=9^3$. **D.** $P=3^8$.

Câu 53. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1$.

A. $S=\left\{\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$. **B.** $S=\{3\}$.

C. $S=\{2-\sqrt{5};2+\sqrt{5}\}$. **D.** $S=\{2+\sqrt{5}\}$.

Câu 54. Cho phương trình $\log_2\left[\log_{\frac{1}{8}}(x^3)+\log_2 x+x+1\right]=3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nghiệm của phương trình là số nguyên âm.
B. Nghiệm của phương trình là số chính phương.
C. Nghiệm của phương trình là số nguyên tố.
D. Nghiệm của phương trình là số vô tỉ.

Câu 55. Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x)+\log_2(\log_4 x)=2$ là:

A. 0. **B**. 1. **C**. 2. **D**. Nhiều hơn 2.

Câu 56. Tính P tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2 x-\log_x 64=1$.

A. $P=1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=4$. **D.** $P=8$.

Câu 57. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(9-2^x)=3-x$.

A. $S=\{-3;0\}$. **B.** $S=\{0;3\}$. **C.** $S=\{1;3\}$. **D.** $S=\{-3;1\}$.

Câu 58. Biết rằng phương trình $\log x.\log(100x^2)=4$ có hai nghiệm có dạng x_1 và $\frac{1}{x_2}$ trong đó x_1, x_2 là những số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_2=\frac{1}{x_1^2}$. **B.** $x_2=x_1^2$. **C.** $x_1.x_2=1$. **D.** $x_2=100x_1$.

Câu 59. Phương trình $\log_{2017}x+\log_{2016}x=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 60. Cho phương trình $\log_4 x.\log_2(4x)+\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right)=0$. Nếu đặt $t=\log_2 x$, ta được phương trình nào sau đây?

A. $t^2+14t-4=0$. **B.** $t^2+11t-3=0$.

C. $t^2+14t-2=0$. **D.** $t^2+11t-2=0$.

Câu 61. Tổng lập phương các nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x$ bằng:

A. 6. **B.** 26. **C.** 126. **D.** 216.

Câu 62. Biết rằng phương trình $\log_3\left(3^{x+1}-1\right)=2x+\log_{\frac{1}{3}}2$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Hãy tính tổng $S=27^{x_1}+27^{x_2}$.

A. $S=180$. **B.** $S=45$. **C.** $S=9$. **D.** $S=252$.

Câu 63. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{x^3-5x^2+6x}{\ln(x-1)}=0$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **C.** 3.

Câu 64. Biết rằng phương trình $2\log_2 x+\log_{\frac{1}{2}}\left(1-\sqrt{x}\right)=\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ có nghiệm duy nhất có dạng $a+b\sqrt{3}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=6$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=-6$.

Câu 65. Phương trình $\log_3\dfrac{x^2-2x+1}{x}+x^2+1=3x$ có tổng tất cả các nghiệm bằng:

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 2.

Câu 66. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Giải bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$.

A. $x>3$. **B.** $\dfrac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\dfrac{10}{3}$.

Câu 67. Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-2x+6\right)\le -2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Tập nghiệm của bất phương trình là nửa khoảng.
B. Tập nghiệm của bất phương trình là một đoạn.
C. Tập nghiệm của bất phương trình là hợp của hai nửa khoảng.
D. Tập nghiệm của bất phương trình là hợp của hai đoạn.

Câu 68. Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\log_3 x$. Tìm điều kiện của x_0 để điểm M nằm phía trên đường thẳng $y=2$.

A. $x_0>0$. **B.** $x_0>9$. **C.** $x_0>2$. **D.** $x_0<2$.

Câu 69. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}\left(x^2-1\right)<\log_{\frac{1}{5}}(3x-3)$.

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.
C. $S=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $S=(1;2)$.

Câu 70. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_a\left(x^2-x-2\right)>\log_a\left(-x^2+2x+3\right)$, biết $\dfrac{9}{4}$ thuộc S.

A. $S=\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\dfrac{5}{2}\right)$. **C.** $S=(-\infty;-1)$. **D.** $S=\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 71. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2>\ln(4x-4)$.

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(1;+\infty)$. **C.** $S=\mathbb{R}\backslash\{2\}$. **D.** $S=(1;+\infty)\backslash\{2\}$.

Câu 72. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}\left(4x^2\right)\ge\log_{0,3}(12x-5)$. Kí hiệu $m,\ M$ lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tập S. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m+M=3$. **B.** $m+M=2$. **C.** $M-m=3$. **D.** $M-m=1$.

Câu 73. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log 10^{\log\left(x^2+21\right)}<1+\log x$.

A. $S=(3;7)$. **B.** $S=(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$.
C. $S=(-\infty;3)$. **D.** $S=(7;+\infty)$.

Câu 74. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn bất phương trình $\log(x-40)+\log(60-x)<2$?

A. 20. **B.** 18. **C.** 21. **D.** 19.

Câu 75. Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(1+\log_{\frac{1}{9}}x-\log_9 x\right)<1$ có dạng $S=\left(\frac{1}{a};b\right)$ với a,b là những số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a=-b$. **B.** $a+b=1$. **C.** $a=b$. **D.** $a=2b$.

Câu 76. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[-2018;2018]$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}\left[\log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)\right]<0$?

A. 4033. **B.** 4031. **C.** 4037. **D.** 2018.

Câu 77. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x>1+\log_2 x\log_3 x$.

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(0;2)\cup(3;+\infty)$.

C. $S=(2;3)$. **D.** $S=(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 78. Có tất cả bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(2-x^2\right)\right]>0$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 79. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\frac{2x+1}{x-1}\right)>0$.

A. $S=(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

C. $S=(-2;1)\cup(1;4)$. **D.** $S=(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$.

Câu 80. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{1-\log_4 x}{1-\log_2 x}\le\frac{1}{2}$.

A. $S=(0;2)$. **B.** $S=[2;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Vấn đề 3. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Câu 81. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^{2x-1}+m^2-m=0$ có nghiệm.

A. $m<0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m<0$; $m>1$. **D.** $m>1$.

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{x+1}-2^{x+2}+m=0$ có nghiệm.

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m\ge 1$.

Câu 83. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+\left(2-\sqrt{3}\right)^x=m$ có nghiệm.

A. $m\in(-\infty;5)$. **B.** $m\in(-\infty;5]$. **C.** $m\in(2;+\infty)$. **D.** $m\in[2;+\infty)$.

Câu 84. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{\sin x}+2^{1+\sin x}-m=0$ có nghiệm.

A. $\frac{5}{4}\le m\le 8$. **B.** $\frac{5}{4}\le m\le 9$. **C.** $\frac{5}{4}\le m\le 7$. **D.** $\frac{5}{3}\le m\le 8$.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \le \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m}$ nghiệm đúng với mọi x.

A. $m\in(-5;0)$. **B.** $m\in[-5;0]$.

C. $m\in(-\infty;-5)\cup(0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-5]\cup[0;+\infty)$.

Câu 86. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2.3^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

A. $m=6$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

Câu 87. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=2$.

A. $m=4$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 88. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $2017^{2x-1}-2m.2017^x+m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 89. Cho phương trình $(m+1)16^x-2(2m-3)4^x+6m+5=0$ với m là tham số thực. Tập tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu có dạng $(a;b)$. Tính $P=ab$.

A. $P=4$. **B.** $P=-4$. **C.** $P=-\frac{3}{2}$. **D.** $P=\frac{5}{6}$.

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9^x-(m-1)3^x+2m=0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=5+2\sqrt{6}$. **B.** $m=0$; $m=5+2\sqrt{6}$.

C. $m<0$. **D.** $m<0$; $m=5+2\sqrt{6}$.

Câu 91. Cho phương trình $4^{x^2-2x+1}-m.2^{x^2-2x+2}+3m-2=0$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m<1$. **B.** $m<1$; $m>2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m>2$.

Câu 92. Cho phương trình $m.2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2.2^{6-5x}+m$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị của m để phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 93. Cho phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}}-(m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}}+2m+1=0$ với m là tham số thực. Số nguyên dương m lớn nhất để phương trình có nghiệm là?

A. $m=20$. **B.** $m=35$. **C.** $m=30$. **D.** $m=25$.

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^{x^2}.5^{2x+m}=3$ có hai nghiệm.

A. $m<\log_5 3+\log_2 5$. **B.** $m>\log_3 5+\log_5 2$.

C. $m<\log_5 3+\log_5 2$. **D.** $m>\log_5 3+\log_2 5$.

Câu 95. Cho phương trình $e^{m.\sin x-\cos x}-e^{2(1-\cos x)}=2-\cos x-m.\sin x$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm.

A. $m\in\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $m\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.

C. $m\in\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x-\log_2 m=0$ có đúng một nghiệm.

A. $\frac{1}{4}<m<4$. **B.** $0<m<\frac{1}{4}$; $m>4$. **C.** $m=\frac{1}{4}$. **D.** $m<\frac{1}{4}$; $m>4$.

Câu 97. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $\log_4\left(2^{2x}+2^{x+2}+2^2\right)=\log_2|m-2|$ vô nghiệm. Giá trị của S bằng:

A. $S=6$. **B.** $S=8$. **C.** $S=10$. **D.** $S=12$.

Câu 98. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{\log(mx)-2}{\log(x+1)}=1$ có nghiệm duy nhất.

A. $0<m<100$. **B.** $m<0$; $m>100$. **C.** $m=1$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 99. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log^2_{\sqrt{3}} x-m\log_{\sqrt{3}} x+1=0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=\sqrt{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 100. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x-2\log_2 x+3m-2<0$ có nghiệm thực.

A. $m<1$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m<0$. **D.** $m<\frac{2}{3}$.

Câu 101. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tính giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=81$.

A. $m=81$. **B.** $m=44$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=4$.

Câu 102. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log 5+\log\left(x^2+1\right)\ge\log\left(mx^2+4x+m\right)$ đúng với mọi x?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 103. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-2017;2017]$ để bất phương trình $\log_m\left(x^2+2x+m+1\right)>0$ đúng với mọi x?

A. 2015. **B.** 4030. **C.** 2016. **D.** 4032.

Câu 104. Gọi m_0 là giá trị thực nhỏ nhất của tham số m sao cho phương trình $(m-1)\log^2_{\frac{1}{2}}(x-2)-(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)+m-1=0$ có nghiệm thuộc $(2;4)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m\in\left(-5;-\frac{5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-1;\frac{4}{3}\right)$. **C.** $m\in\left(2;\frac{10}{3}\right)$ **D.** Không tồn tại.

Câu 105. Cho phương trình $\sqrt{\log_2^2 x-2\log_2 x-3}=m(\log_2 x-3)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[16;+\infty)$.

A. $1<m\le 2$. **B.** $1<m\le\sqrt{5}$. **C.** $\frac{3}{4}\le m\le\sqrt{5}$. **D.** $1\le m\le\sqrt{5}$.

Câu 106. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m+e^{\frac{x}{2}}=\sqrt[4]{e^{2x}+1}$ có nghiệm thực.

A. $0<m<1.$ **B.** $0<m\le\frac{2}{e}.$ **C.** $\frac{1}{e}\le m<1.$ **D.** $-1<m<0.$

Câu 107. (ĐỀ THAM KHẢO 2016 – 2017) Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017;2017]$ để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A. 2017. **B.** $4014.$ **C.** $2018.$ **D.** $4015.$

Câu 108. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2\frac{4^x-1}{4^x+1}-m=0$ có nghiệm.

A. $m<0.$ **B.** $-1<m<1.$ **C.** $m\le-1.$ **D.** $-1<m<0.$

Câu 109. Cho phương trình $2^{(x-1)^2}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)=4^{|x-m|}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right).$ **B.** $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right).$

C. $m\in(-\infty;-1]\cup[1;+\infty).$ **D.** $m\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty).$

Câu 110. Cho phương trình $\log_3\left(x^2+4mx\right)+\log_{\frac{1}{3}}(2x-2m-1)=0$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm duy nhất, khi đó S có dạng $[a;b]\cup\{c\}$ với $a<b<c$. Tính $P=2a+10b+c$.

A. $P=0$. **B.** $P=15$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=13$.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Vấn đề 1. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 1. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=2^{-x}+3$ và đường thẳng $y=11$.

A. $(3;11)$. **B.** $(-3;11)$. **C.** $(4;11)$. **D.** $(-4;11)$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm: $2^{-x}+3=11\Leftrightarrow 2^{-x}=8$

$\Leftrightarrow 2^{-x}=2^3\Leftrightarrow -x=3\Leftrightarrow x=-3$.

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $(-3;11)$. **Chọn B.**

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2}^{x^2+2x+3}=8^x.$

A. $S=\{1;3\}.$ **B.** $S=\{-1;3\}.$ **C.** $S=\{-3;1\}.$ **D.** $S=\{-3\}.$

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2^{\frac{1}{2}(x^2+2x+3)}=2^{3x}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left(x^2+2x+3\right)=3x\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$

$\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=3.$ **Chọn A.**

Cách 2. $\boxed{\text{CALC}}$ với các giá trị của đáp án xem giá trị nào là nghiệm.

Nhập vào máy tính phương trình: $\sqrt{2}^{x^2+2x+3}-8^x$

$\boxed{\text{CALC}}$ tại $\boxed{\text{X=1}}$ ta được $\boxed{0}$

$\boxed{\text{CALC}}$ tại $\boxed{\text{X=3}}$ ta được $\boxed{0}$

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x}=\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-6}$.

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{-3\}$. **D.** $S=\{3\}$.

Lời giải. Ta có $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x}=\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-6}\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^{4x}=\left(\frac{2}{3}\right)^{6-2x}\Leftrightarrow 4x=6-2x\Leftrightarrow x=1.$ **Chọn A.**

Câu 4. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $e^{x^2-3x}=\frac{1}{e^2}$.

A. $T=3$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

Lời giải. Ta có $e^{x^2-3x}=\frac{1}{e^2}\Leftrightarrow e^{x^2-3x}=e^{-2}\Leftrightarrow x^2-3x=-2\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

$\longrightarrow S=\{1;2\}\longrightarrow T=1+2=3.$ **Chọn A.**

Câu 5. Biết rằng phương trình $3^{2018}-2^{x\log_8 9}=0$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. x_0 là số nguyên tố. **B.** x_0 là số chính phương.

C. x_0 chia hết cho 3. **D.** x_0 là số chẵn.

Lời giải. Phương trình $\longleftrightarrow 2^{x\log_8 9}=3^{2018}\longleftrightarrow 2^{\frac{2x}{3}\log_2 3}=3^{2018}$

$\longleftrightarrow\left(2^{\log_2 3}\right)^{\frac{2x}{3}}=3^{2018}\longleftrightarrow 3^{\frac{2x}{3}}=3^{2018}\longleftrightarrow\frac{2x}{3}=2018\longleftrightarrow x=3027$. **Chọn C.**

Câu 6. Biết rằng phương trình $9^x-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{3}{2}}-3^{2x-1}$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$. Tính giá trị biểu thức $P=x_0+\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$.

A. $P=1$. **B.** $P=1-\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$. **C.** $P=1-\log_{\frac{9}{2}}2$. **D.** $P=\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$.

Lời giải. Ta có $9^x-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{3}{2}}-3^{2x-1}\longleftrightarrow 9^x+3^{2x-1}=2^{x+\frac{3}{2}}+2^{x+\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow 9^x+\frac{1}{3}.9^x=2\sqrt{2}.2^x+\sqrt{2}.2^x\Leftrightarrow\frac{4}{3}.9^x=3\sqrt{2}.2^x\Leftrightarrow\left(\frac{9}{2}\right)^x=\frac{9}{2\sqrt{2}}\Leftrightarrow x=\log_{\frac{9}{2}}\frac{9}{2\sqrt{2}}=x_0.$

Khi đó $P=x_0+\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2=\log_{\frac{9}{2}}\frac{9}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2\overset{\text{CASIO}}{=}1.$ **Chọn A.**

Câu 7. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho phương trình $4^x+2^{x+1}-3=0$. Khi đặt $t=2^x$, ta được:

A. $t^2+t-3=0$. **B.** $2t^2-3=0$. **C.** $t^2+2t-3=0$. **D.** $4t-3=0$.

Lời giải. Ta có $4^x+2^{x+1}-3=0\Leftrightarrow\left(2^x\right)^2+2.2^x-3=0.$

Khi đặt $t=2^x$, thay vào phương trình ta được $t^2+2t-3=0$. **Chọn C.**

Câu 8. Tính P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $3.9^x-10.3^x+3=0$.

A. $P=1$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=9$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 3.3^{2x}-10.3^x+3=0$.

Đặt $t=3^x>0$. Phương trình trở thành $3t^2-10t+3=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$ hoặc $t=3$.

Với $t=\frac{1}{3}\longrightarrow 3^x=\frac{1}{3}\Leftrightarrow x=-1=x_1$.

Với $t=3\longrightarrow 3^x=3\Leftrightarrow x=1=x_2$.

Vậy $P=x_1x_2=-1$. **Chọn B.**

Câu 9. Tìm tập S nghiệm của phương trình $e^{6x}-3e^{3x}+2=0$.

A. $S=\{0;\ln 2\}$. **B.** $S=\left\{0;\dfrac{\ln 2}{3}\right\}$. **C.** $S=\left\{1;\dfrac{\ln 2}{3}\right\}$. **D.** $S=\{1;\ln 2\}$.

Lời giải. Đặt $e^{3x}=t>0$. Phương trình trở thành $t^2-3t+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=2\end{array}\right.$.

$\longrightarrow\left[\begin{array}{l}e^{3x}=1\\e^{3x}=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x=0\\3x=\ln 2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{\ln 2}{3}\end{array}\right.\longrightarrow S=\left\{0;\dfrac{\ln 2}{3}\right\}$. **Chọn B.**

Câu 10. Phương trình $4^{x^2+x}+2^{x^2+x+1}-3=0$ có bao nhiêu nghiệm không âm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Phương trình tương đương với $4^{x^2+x}+2.2^{x^2+x}-3=0$.

Đặt $t=2^{x^2+x}$, $t>0$. Phương trình trở thành $t^2+2t-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-3\ (\text{loại})\end{array}\right.$.

Với $t=1$, ta được $2^{x^2+x}=1\Leftrightarrow x^2+x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\end{array}\right.$.

Vậy chỉ có duy nhất nghiệm $x=0$ là nghiệm không âm. **Chọn B.**

Câu 11. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4^{\tan^2 x}+2^{\frac{1}{\cos^2 x}}-3=0$ trên đoạn $[0;3\pi]$.

A. $T=\pi$. **B.** $T=\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** $T=6\pi$. **D.** $T=0$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases}\cos x\neq 0\\x\in[0;3\pi]\end{cases}\Leftrightarrow x\neq\left\{\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right\}$.

Ta có $4^{\tan^2 x}+2^{\frac{1}{\cos^2 x}}-3=0\Leftrightarrow\left(2^{\tan^2 x}\right)^2+2^{\tan^2 x+1}-3=0$

$\Leftrightarrow\left(2^{\tan^2 x}\right)^2+2.2^{\tan^2 x}-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{\tan^2 x}=1\\2^{\tan^2 x}=-3\ (\text{loại})\end{array}\right.\Leftrightarrow 2^{\tan^2 x}=1\Leftrightarrow\tan^2 x=0\Leftrightarrow x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Vì $0\leq x\leq 3\pi\longrightarrow x=\{0;\ \pi;\ 2\pi;\ 3\pi\}$ (thỏa mãn) $\longrightarrow T=6\pi$. **Chọn C.**

Câu 12. Tính P là tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x-1}+2^{2-x}=3$.

A. $P=1$. **B.** $P=3$. **C.** $P=5$. **D.** $P=9$.

Lời giải. Ta có $2^{x-1}+2^{2-x}=3\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}.2^x+\dfrac{4}{2^x}=3$.

Đặt $t=2^x$, $t>0$. Phương trình trở thành $\dfrac{1}{2}.t+\dfrac{4}{t}=3\Leftrightarrow t^2-6t+8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\t=4\end{array}\right.$

$\longrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=2\\2^x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1=x_1\\x=2=x_2\end{array}\right.\longrightarrow P=x_1^2+x_2^2=5$. **Chọn C.**

Câu 13. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $5^{1+x^2}-5^{1-x^2}=24$. Tập S có bao nhiêu phần tử?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 5.5^{x^2}-\dfrac{5}{5^{x^2}}-24=0$.

Đặt $t=5^{x^2}$, $t\geq 1$. Phương trình trở thành $\Leftrightarrow 5.t-\dfrac{5}{t}-24=0\Leftrightarrow 5t^2-24t-5=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=5\\t=-\dfrac{1}{5}\ (\text{loại})\end{array}\right.\Leftrightarrow t=5\longrightarrow 5^{x^2}=5\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1\longrightarrow S=\{-1;1\}$. **Chọn C.**

Câu 14. Phương trình $9^{\frac{x}{2}}+9.\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x+2}-4=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải. Phương trình $3^x+9.\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}-4=0\Leftrightarrow 3^x+3.\left(\frac{1}{3}\right)^x-4=0\Leftrightarrow 3^x+3.\frac{1}{3^x}-4=0.$

Đặt $t=3^x$, $t>0$. Phương trình trở thành $t+3.\frac{1}{t}-4=0\Leftrightarrow t^2-4t+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=3\end{array}\right.$

$\longrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=1\Leftrightarrow x=0\\3^x=3\Leftrightarrow x=1\end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 15. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $5^{\sin^2x}+5^{\cos^2x}=2\sqrt{5}$ trên đoạn $[0;2\pi]$.

A. $T=\pi$. **B.** $T=\frac{3\pi}{4}$. **C.** $T=2\pi$. **D.** $T=4\pi$.

Lời giải. Ta có $5^{\sin^2x}+5^{\cos^2x}=2\sqrt{5}\Leftrightarrow 5^{\sin^2x}+5^{1-\sin^2x}=2\sqrt{5}\Leftrightarrow 5^{\sin^2x}+\frac{5}{5^{\sin^2x}}=2\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow\left(5^{\sin^2x}\right)^2-2\sqrt{5}.5^{\sin^2x}+5=0\Leftrightarrow\left(5^{\sin^2x}-\sqrt{5}\right)^2=0\Leftrightarrow 5^{\sin^2x}-\sqrt{5}=0\Leftrightarrow 5^{\sin^2x}=5^{\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow\sin^2x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}\\\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$

Do $x\in[0;2\pi]\longrightarrow x=\left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right\}\longrightarrow T=\frac{\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}+\frac{5\pi}{4}+\frac{7\pi}{4}=4\pi.$ **Chọn D.**

Câu 16. Tổng lập phương các nghiệm của phương trình $2^x+2.3^x-6^x=2$ bằng:

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 25. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2^x-6^x=2-2.3^x\Leftrightarrow 2^x\left(1-3^x\right)=2\left(1-3^x\right)$

$\Leftrightarrow\left(1-3^x\right)\left(2^x-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=1\\2^x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.\longrightarrow 0^3+1^3=1.$ **Chọn D.**

Câu 17. Tính P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $6^x-2.2^x-81.3^x+162=0.$

A. $P=4.$ **B.** $P=6.$ **C.** $P=7.$ **D.** $P=10.$

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow\left(6^x-2.2^x\right)-\left(81.3^x-162\right)=0\Leftrightarrow 2^x\left(3^x-2\right)-81\left(3^x-2\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(3^x-2\right)\left(2^x-81\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x-2=0\\2^x-81=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\log_3 2=x_1\\x=\log_2 81=x_2\end{array}\right.\longrightarrow P=x_1.x_2=4.$ **Chọn A.**

Câu 18. Gọi x_1, x_2 lần lượt là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của phương trình $2^{x^2+x-1}-2^{x^2-1}=2^{2x}-2^x$. Tính $S=x_1+x_2$.

A. $S=0.$ **B.** $S=1.$ **C.** $S=\frac{1}{2}.$ **D.** $S=\frac{\sqrt{5}}{2}.$

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2^{x^2-1}\left(2^x-1\right)=2^x\left(2^x-1\right)\Leftrightarrow\left(2^x-1\right)\left(2^{x^2-1}-2^x\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x-1=0\\2^{x^2-1}-2^x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=1\\2^{x^2-1}=2^x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-1=x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right..$

Suy ra nghiệm nhỏ nhất $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$, nghiệm lớn nhất $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 19. Phương trình $4^{x^2+x}+2^{1-x^2}=2^{(x+1)^2}+1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2^{2x^2+2x}+2^{1-x^2}=2^{x^2+2x+1}+1.$

Đặt $\begin{cases} a = 2^{2x^2+2x} > 0 \\ b = 2^{1-x^2} > 0 \end{cases}$, suy ra $2^{x^2+2x+1} = ab$. Khi đó phương trình trở thành $a + b = ab + 1$

$\Leftrightarrow a - ab + b - 1 = 0 \Leftrightarrow a(1-b) + (b-1) = 0 \Leftrightarrow (1-b)(a-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ b = 1 \end{array}\right.$.

● Với $a = 1$, ta được $2^{2x^2+2x} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

● Với $b = 1$, ta được $2^{1-x^2} = 1 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x = 0$, $x = \pm 1$. **Chọn C.**

Câu 20. Tính S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4.\left(2^{2x} + 2^{-2x}\right) - 4.\left(2^x + 2^{-x}\right) - 7 = 0$

A. $S = 1$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = 0$.

Lời giải. Đặt $t = 2^x + 2^{-x}$, suy ra $t^2 = 2^{2x} + 2^{-2x} + 2$.

Ta có $t = 2^x + 2^{-x} \overset{\text{Cauchy}}{\geq} 2\sqrt{2^x.2^{-x}} = 2$.

Phương trình trở thành $4\left(t^2 - 2\right) - 4t - 7 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 4t - 15 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{5}{2}\,(\text{thỏa mãn}) \\ t = -\dfrac{3}{2}\,(\text{loại}) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow t = \dfrac{5}{2} \longrightarrow 2^x + 2^{-x} = \dfrac{5}{2} \Leftrightarrow 2^x + \dfrac{1}{2^x} = \dfrac{5}{2} \Leftrightarrow 2.2^{2x} - 5.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 2 \\ 2^x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 = x_1 \\ x = -1 = x_2 \end{array}\right.$

$\longrightarrow S = x_1 + x_2 = 0$. **Chọn D.**

Câu 21. Phương trình $2^{\log_5(x+3)} = x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải. Điều kiện: $x > -3$.

Do $2^{\log_5(x+3)} > 0$ nên để phương trình có nghiệm thì $x > 0$.

Lấy logarit cơ số 2 của hai vế phương trình, ta được $\log_5(x+3) = \log_2 x$.

Đặt $t = \log_5(x+3) = \log_2 x \longrightarrow \begin{cases} x + 3 = 5^t \\ x = 2^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5^t - 3 \\ x = 2^t \end{cases} \Leftrightarrow 5^t - 3 = 2^t \Leftrightarrow 5^t = 3.1^t + 2^t$.

Chia hai vế phương trình cho 5^t, ta được $1 = 3.\left(\dfrac{1}{5}\right)^t + \left(\dfrac{2}{5}\right)^t$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đường $y = 1$ (hàm hằng) và đồ thị hàm số $y = 3.\left(\dfrac{1}{5}\right)^t + \left(\dfrac{2}{5}\right)^t$ (hàm số này nghịch biến vì nó là tổng của hai hàm số nghịch biến). Do đó phương trình có nghiệm duy nhất. Nhận thấy $t = 1$ thỏa mãn phương trình.

Với $t = 1 \longrightarrow x = 2^t = 2\,(\text{thỏa mãn})$. Vậy phương trình có nghiệm duy nhất. **Chọn A.**

Câu 22. Biết rằng phương trình $4^{\log_2 2x} - x^{\log_2 6} = 2.3^{\log_2 4x^2}$ có nghiệm duy nhất $x = x_0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in (-\infty; -1)$. **B.** $x_0 \in [-1; 1]$. **C.** $x_0 \in \left(1; \sqrt{15}\right)$.

D. $x_0 \in \left[\sqrt{15}; +\infty\right)$.

Lời giải. Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow 4^{1+\log_2 x} - x^{\log_2 6} = 2.3^{2.\log_2 2x} \Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x} - x^{\log_2 6} = 2.9^{1+\log_2 x}$

$\Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x} - x^{\log_2 6} = 18.9^{\log_2 x} \Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x} - 6^{\log_2 x} = 18.9^{\log_2 x}$.

Đặt $t=\log_2 x$, phương trình trở thành $4.4^t-6^t=18.9^t \Leftrightarrow 4.\left(\frac{2}{3}\right)^{2t}-\left(\frac{2}{3}\right)^t-18=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{9}{4}\\ \left(\frac{2}{3}\right)^t=-2(\text{loại})\end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{9}{4} \Leftrightarrow t=-2 \longrightarrow \log_2 x=-2 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4}\in[-1;1]$. **Chọn B.**

Cách CASIO. Loại ngay đáp án A vì không thỏa mãn điều kiện.
Dùng CASIO với chức năng TABLE ta dò được nghiệm nằm trong khoảng $(0,2;0,3)$.

Câu 23. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $(x-3)^{2x^2-5x}=1$.

A. $T=0$. **B.** $T=4$. **C.** $T=\frac{13}{2}$. **D.** $T=\frac{15}{2}$.

Lời giải. Ta xét các trường hợp sau:

- **TH1.** $x-3=1 \Leftrightarrow x=4$ thỏa mãn phương trình.
- **TH2.** $\begin{cases}x-3\neq 0\\ 2x^2-5x=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\frac{5}{2}\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x=0;\ x=\frac{5}{2};\ x=4 \longrightarrow T=\frac{13}{2}$. **Chọn C.**

Câu 24. Cho phương trình $2016^{x^2}.2017^x=2016^x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt.
B. Phương trình đã cho có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm âm.
C. Phương trình đã cho có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm dương.
D. Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu và một nghiệm bằng 0.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2016^{x^2-x}.2017^x=1 \Leftrightarrow \left(2016^{x-1}.2017\right)^x=1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ 2016^{x-1}.2017=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1-\log_{2016}2017<0\end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 25. Phương trình $3.25^{x-2}+(3x-10)5^{x-2}+3-x=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Đặt $t=5^{x-2}>0$, phương trình trở thành $3t^2+(3x-10)t+3-x=0$. $(*)$

Ta coi đây là phương trình bậc hai ẩn t và có $\Delta=(3x-10)^2-4.3(3-x)=(3x-8)^2$.

Suy ra phương trình $(*)$ có hai nghiệm: $t=\frac{1}{3}$ hoặc $t=3-x$.

Với $t=\frac{1}{3} \longrightarrow 5^{x-2}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow x-2=\log_5\left(\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow x=2+\log_5\left(\frac{1}{3}\right)$.

Với $t=3-x \longrightarrow 5^{x-2}=3-x$. Dễ thấy $x=2$ là nghiệm duy nhất (Vế trái là hàm đồng biến, vế phải là hàm nghịch biến).

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x=2,\ x=2+\log_5\left(\frac{1}{3}\right)$. **Chọn B.**

Câu 26. Gọi T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2}.2^x=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $T>1.$ **B.** $T=1.$ **C.** $-\frac{1}{2}<T<1.$ **D.** $T<-\frac{1}{2}.$

Lời giải. Lấy logarit cơ số 3 hai vế của phương trình, ta được $\log_3\left(3^{x^2}.2^x\right)=\log_3 1$

$\Leftrightarrow \log_3 3^{x^2}+\log_3 2^x=0 \Leftrightarrow x^2+x.\log_3 2=0 \Leftrightarrow x(x+\log_3 2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\log_3 2\end{array}\right.$.

Suy ra $T=0+(-\log_3 2)\simeq -0,63<-\frac{1}{2}$. **Chọn D.**

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=3^{x+1}.5^{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $f(x)=1\Leftrightarrow (x+1)\log_5 3+x^2=0.$ **B.** $f(x)=1\Leftrightarrow (x+1)\log_{\frac{1}{5}} 3-x^2=0.$

C. $f(x)=1\Leftrightarrow x+1-x^2\log_3 5=0.$ **D.** $f(x)=1\Leftrightarrow (x+1)\ln 3+x^2\ln 5=0.$

Lời giải. Ta có $f(x)=1\Leftrightarrow 3^{x+1}.5^{x^2}=1.$ $(*)$

● Lấy logarit cơ số 5 hai vế của $(*)$, ta được $\log_5\left(3^{x+1}.5^{x^2}\right)=\log_5 1$

$\Leftrightarrow \log_5 3^{x+1}+\log_5 5^{x^2}=0\Leftrightarrow (x+1)\log_5 3+x^2=0$. Do đó A đúng.

● Lấy logarit cơ số $\frac{1}{5}$ hai vế của $(*)$, ta được $\log_{\frac{1}{5}}\left(3^{x+1}.5^{x^2}\right)=\log_{\frac{1}{5}} 1$

$\Leftrightarrow (x+1)\log_{\frac{1}{5}} 3+x^2\log_{\frac{1}{5}} 5=0\Leftrightarrow (x+1)\log_{\frac{1}{5}} 3-x^2=0$.Do đó B đúng.

● Lấy logarit cơ số 3 hai vế của $(*)$, ta được $\log_3\left(3^{x+1}.5^{x^2}\right)=\log_3 1$

$\Leftrightarrow \log_3 3^{x+1}+\log_3 5^{x^2}=0\Leftrightarrow x+1+x^2\log_3 5=0$. Do đó C sai. **Chọn C.**

● Lấy ln hai vế của $(*)$, ta được $\ln\left(3^{x+1}.5^{x^2}\right)=\ln 1$

$\Leftrightarrow \ln 3^{x+1}+\ln 5^{x^2}=0\Leftrightarrow (x+1)\ln 3+x^2\ln 5=0.$ Do đó D đúng.

Câu 28. Gọi x_0 là nghiệm nguyên của phương trình $5^x.8^{\frac{x}{x+1}}=100$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0(5-x_0)(x_0+8)$.

A. $P=40.$ **B.** $P=50.$ **C.** $P=60.$ **D.** $P=80.$

Lời giải. Điều kiện: $x\neq -1$.

Phương trình tương đương $5^x.2^{\frac{3x}{x+1}}=2^2.5^2\Leftrightarrow 5^{x-2}=2^{\frac{2-x}{x+1}}$. $(*)$

Lấy ln hai vế của $(*)$, ta được $(x-2)\ln 5=\frac{2-x}{x+1}\ln 2$

$\Leftrightarrow (x-2)\left(\ln 5+\frac{\ln 2}{x+1}\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\log_5 2-1\end{array}\right.$

Suy ra $x_0=2\longrightarrow P=x_0(5-x_0)(x_0+8)=60.$ **Chọn C.**

Câu 29. Phương trình $3^{x^2-2}.4^{\frac{2x-3}{x}}=18$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải. Điều kiện: $x\neq 0.$

Phương trình $3^{x^2-2}.4^{\frac{2x-3}{x}}=18\Leftrightarrow 3^{x^2-2}.2^{\frac{4x-6}{x}}=2.3^2\Leftrightarrow 3^{x^2-4}=2^{\frac{6-3x}{x}}$. $(*)$

Lấy logarit cơ số 3 hai vế của $(*)$, ta được $\Leftrightarrow x^2-4=\frac{6-3x}{x}\log_3 2$

$\Leftrightarrow (x-2)\left(x+2+\frac{3}{x}\log_3 2\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x+2+\frac{3}{x}\log_3 2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2+2x+3\log_3 2=0\ (VN)\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=2$. **Chọn B.**

Câu 30. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=15$, m là tham số khác 2.

A. $S=\{2;m\log_3 5\}$. **B.** $S=\{2;m+\log_3 5\}$.

C. $S=\{2\}$. **D.** $S=\{2;m-\log_3 5\}$.

Lời giải. Điều kiện: $x\neq m$.

Phương trình $\Leftrightarrow 3^{x-1}.5^{\frac{2x-2-m}{x-m}}=3.5\Leftrightarrow 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}-1}=3^{1-(x-1)}\Leftrightarrow 5^{\frac{x-2}{x-m}}=3^{2-x}$. $(*)$

Lấy logarit cơ số 5 hai vế của $(*)$, ta được

$$\frac{x-2}{x-m}=(2-x)\log_5 3\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{1}{x-m}+\log_5 3\right)=0.$$

- Với $x-2=0\Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn).
- Với $\frac{1}{x-m}+\log_5 3=0\Leftrightarrow x-m=-\frac{1}{\log_5 3}\Leftrightarrow x=m-\log_3 5$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{2;m-\log_3 5\}$. **Chọn D.**

Câu 31. Biết rằng phương trình $3^{x^2+1}.25^{x-1}=\frac{3}{25}$ có đúng hai nghiệm x_1,x_2. Tính giá trị của $P=\sqrt{3^{x_1}+3^{x_2}}$.

A. $P=\frac{\sqrt{26}}{5}$. **B.** $P=\sqrt{26}$. **C.** $P=26$. **D.** $P=\frac{26}{25}$.

Lời giải. Phương trình $3^{x^2+1}.25^{x-1}=\frac{3}{25}\Leftrightarrow \frac{3^{x^2+1}}{3}=\frac{1}{25^{x-1}.25}\Leftrightarrow 3^{x^2}=\frac{1}{25^x}$. $(*)$

Lấy logarit cơ số 3 hai vế của $(*)$, ta được $\Leftrightarrow \log_3 3^{x^2}=\log_3\frac{1}{25^x}$

$$\Leftrightarrow x^2=x\log_3\frac{1}{25}\Leftrightarrow x^2-x\log_3\frac{1}{25}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0=x_1\\ x=\log_3\frac{1}{25}=x_2\end{array}\right..$$

Suy ra $P=\sqrt{3^{x_1}+3^{x_2}}=\sqrt{3^0+3^{\log_3\frac{1}{25}}}=\frac{\sqrt{26}}{5}$. **Chọn A.**

Câu 32. Phương trình $2^{x-1}-2^{x^2-x}=(x-1)^2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Phương trình $2^{x-1}-2^{x^2-x}=(x-1)^2\Leftrightarrow 2^{x-1}+(x-1)=2^{x^2-x}+(x^2-x)$. $(*)$

Xét hàm số $f(t)=2^t+t$ trên $\mathbb{R}$, ta có $f'(t)=2^t\ln 2+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f(x-1)=f(x^2-x)\Leftrightarrow x-1=x^2-x\Leftrightarrow (x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1$.

Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất $x=1$. **Chọn A.**

Câu 33. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2017^{\sin^2 x}-2017^{\cos^2 x}=\cos 2x$ trên đoạn $[0;\pi]$.

A. $x=\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}$. **C.** $x=\frac{\pi}{2}$. **D.** $x=\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2017^{\sin^2 x}-2017^{\cos^2 x}=\cos^2 x-\sin^2 x$

$\Leftrightarrow 2017^{\sin^2 x}+\sin^2 x=2017^{\cos^2 x}+\cos^2 x$. $(*)$

Xét hàm số $f(t)=2017^t+t$ trên $\mathbb{R}$, ta có $f'(t)=2017^t\ln 2017+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f(\sin^2 x)=f(\cos^2 x)\Leftrightarrow \sin^2 x=\cos^2 x$

$\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}.$

Vì $x \in [0;\pi] \longrightarrow x = \left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right\} \longrightarrow T = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi.$ **Chọn A.**

Câu 34. Biết rằng phương trình $3^{x^2-1} + (x^2-1)3^{x+1} = 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tổng lập phương hai nghiệm của phương trình bằng:

A. $2.$ **B.** $0.$ **C.** $8.$ **D.** $-8.$

Lời giải. ● Nếu $x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$ thì $x^2 - 1 > 0$. Suy ra $\Rightarrow 3^{x^2-1} + (x^2-1)3^{x+1} > 1$.

Do đó phương trình đã cho vô nghiệm.

● Nếu $x \in (-1;1)$ thì $x^2 - 1 < 0$. Suy ra $3^{x^2-1} + (x^2-1)3^{x+1} < 1$.

Do đó phương trình đã cho vô nghiệm.

● Kiểm tra $x = \pm 1$ thỏa mãn phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = -1 = x_1$, $x = 1 = x_2$.

Suy ra $x_1^3 + x_2^3 = 0.$ **Chọn B.**

Câu 35. Cho phương trình $2016^{x^2-1} + (x^2-1).2017^x = 1.$ Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phương trình đã cho có tổng các nghiệm bằng 0

B. Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

C. Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt.

D. Phương trình đã cho có nhiều hơn hai nghiệm.

Lời giải. ● Nếu $x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$ thì $x^2 - 1 > 0$. Suy ra $\begin{cases} 2016^{x^2-1} > 1 \\ (x^2-1).2017^x > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow 2016^{x^2-1} + (x^2-1).2017^x > 1$. Do đó phương trình đã cho vô nghiệm.

● Nếu $x \in (-1;1)$ thì $x^2 - 1 < 0$. Suy ra $\begin{cases} 2016^{x^2-1} < 1 \\ (x^2-1).2017^x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow 2016^{x^2-1} + (x^2-1).2017^x < 1.$ Do đó phương trình đã cho vô nghiệm.

● Kiểm tra $x = \pm 1$ thỏa mãn phương trình đã cho.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = -1 = x_1$, $x = 1 = x_2$.

Suy ra phương trình đã cho có tổng các nghiệm bằng 0. **Chọn A.**

Câu 36. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{x}} \le \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$.

A. $S = \left(0;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $S = \left(0;\frac{1}{3}\right]$.

C. $S = \left(-\infty;\frac{1}{3}\right]$. **D.** $S = \left(-\infty;\frac{1}{3}\right] \cup (0;+\infty)$.

Lời giải. Vì $\frac{2}{\sqrt{5}} < 1$ nên bất phương trình $\Leftrightarrow \frac{1}{x} \ge 3 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{x} \ge 0 \Leftrightarrow 0 < x \le \frac{1}{3}.$

Chọn B.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $\left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \le \left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$.

A. $x \le -2.$ **B.** $x \ge 4.$

C. $-2 \le x \le 4.$ **D.** $x \le -2$; $x \ge 4.$

Lời giải. Do $\tan\frac{\pi}{7} < 1$ nên bất phương trình $\Leftrightarrow x^2 - x - 9 \ge x - 1$

$\Leftrightarrow x^2-2x-8\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\geq 4\\x\leq -2\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[-2017;2017]$ thỏa mãn bất phương trình $4^x.3^3>3^x.4^3$?

A. 2013. **B.** 2017. **C.** 2014. **D.** 2021.

Lời giải. Bất phương trình $4^x.3^3>3^x.4^3\Leftrightarrow\frac{4^x}{3^x}>\frac{4^3}{3^3}\Leftrightarrow\left(\frac{4}{3}\right)^x>\left(\frac{4}{3}\right)^3\Leftrightarrow x>3.$

Vì x nguyên và thuộc đoạn $[-2017;2017]\longrightarrow x=\{4;5;6;...2017\}$.

Vậy có tất cả 2014 giá trị thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 39. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình $8^x.2^{1-x^2}>\left(\sqrt{2}\right)^{2x}$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải. Bất phương trình $8^x.2^{1-x^2}>\left(\sqrt{2}\right)^{2x}\Leftrightarrow 2^{3x}.2^{1-x^2}>2^x\Leftrightarrow 2^{3x+1-x^2}>2^x$

$\Leftrightarrow 3x+1-x^2>x\Leftrightarrow x^2-2x-1<0\Leftrightarrow 1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$.

Suy ra các giá trị nguyên dương thuộc S là $\{1;2\}$. **Chọn A.**

Câu 40. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $3^{1-x}+2.\left(\sqrt{3}\right)^{2x}\leq 7$. Khi đó S có dạng $[a;b]$ với $a<b$. Tính $P=b+a.\log_2 3$.

A. $P=2$. **B.** $P=1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=2\log_2 3$.

Lời giải. Bất phương trình $\Leftrightarrow\frac{3}{3^x}+2.3^x\leq 7\Leftrightarrow 2.3^{2x}-7.3^x+3\leq 0.$

Đặt $t=3^x$, $t>0$. Bất phương trình trở thành $2t^2-7t+3\leq 0\Leftrightarrow\frac{1}{2}\leq t\leq 3$.

$\longrightarrow\frac{1}{2}\leq 3^x\leq 3\Leftrightarrow -\log_3 2\leq x\leq 1\longrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=-\log_3 2\\b=1\end{array}\right.\longrightarrow P=b+a.\log_2 3=0.$ **Chọn C.**

Câu 41. Gọi a, b lần lượt là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của bất phương trình $3.9^x-10.3^x+3\leq 0$. Tính $P=b-a$.

A. $P=1$. **B.** $P=\frac{3}{2}$. **C.** $P=2$. **D.** $P=\frac{5}{2}$.

Lời giải. Bất phương trình tương đương với $3.3^{2x}-10.3^x+3\leq 0$.

Đặt $t=3^x$, $t>0$. Bất phương trình trở thành $3t^2-10t+3\leq 0\Leftrightarrow\frac{1}{3}\leq t\leq 3$.

$\longrightarrow\frac{1}{3}\leq 3^x\leq 3\Leftrightarrow -1\leq x\leq 1\longrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=-1\\b=1\end{array}\right.\longrightarrow P=b-a=2.$ **Chọn C.**

Câu 42. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(x^2+x+1\right)^x<1$.

A. $S=(0;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;0)$. **C.** $S=(-\infty;-1)$. **D.** $S=(0;1)$.

Lời giải. Ta có $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0.$

Bất phương trình tương đương với $\left(x^2+x+1\right)^x<\left(x^2+x+1\right)^0$. $(*)$

- Nếu $x^2+x+1<1\Leftrightarrow x^2+x<0\Leftrightarrow -1<x<0$ thì $(*)\Leftrightarrow x>0$: không thỏa mãn.
- Nếu $x^2+x+1>1\Leftrightarrow x^2+x>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>0\end{array}\right.$ thì $(*)\Leftrightarrow x<0$.

Kết hợp điều kiện $\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>0\end{array}\right.$ ta được $x<-1$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S=(-\infty;-1)$. **Chọn C.**

Câu 43. Cho bất phương trình $x^{\log_2 x+4}\le 32$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tập nghiệm của bất phương trình là một khoảng.

B. Tập nghiệm của bất phương trình là một đoạn.

C. Tập nghiệm của bất phương trình là nửa khoảng.

D. Tập nghiệm của bất phương trình là hợp của hai đoạn mà hai đoạn này giao nhau bằng rỗng.

Lời giải. Điều kiện: $x>0$. Đặt $\log_2 x=t\longrightarrow x=2^t$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow \left(2^t\right)^{t+4}\le 32\Leftrightarrow 2^{t(t+4)}\le 2^5\Leftrightarrow t^2+4t\le 5\Leftrightarrow -5\le t\le 1$

$\longrightarrow -5\le \log_2 x\le 1\Leftrightarrow \dfrac{1}{32}\le x\le 2\longrightarrow S=\left[\dfrac{1}{32};2\right]$. **Chọn B.**

Câu 44. Gọi a,b là hai nghiệm của bất phương trình $x^{\ln x}+e^{\ln^2 x}\le 2e^4$ sao cho $|a-b|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $P=ab$.

A. $P=e$. **B.** $P=1$. **C.** $P=e^3$. **D.** $P=e^4$.

Lời giải. Điều kiện: $x>0$. Ta có đẳng thức $e^{\ln^2 x}=\left(e^{\ln x}\right)^{\ln x}=x^{\ln x}$.

Do đó bất phương trình $\Leftrightarrow 2.e^{\ln^2 x}\le 2.e^4\Leftrightarrow \ln^2 x\le 4\Leftrightarrow |\ln x|\le 2$

$\Leftrightarrow -2\le \ln x\le 2\Leftrightarrow e^{-2}\le x\le e^2\Leftrightarrow \dfrac{1}{e^2}\le x\le e^2\longrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{e^2}\\ b=e^2\end{cases}\longrightarrow P=ab=1.$ **Chọn B.**

Câu 45. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho hàm số $f(x)=2^x.7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

A. $f(x)<1\Leftrightarrow x+x^2\log_2 7<0$. **B.** $f(x)<1\Leftrightarrow x\ln 2+x^2\ln 7<0$.

C. $f(x)<1\Leftrightarrow x\log_7 2+x^2<0$. **D.** $f(x)<1\Leftrightarrow 1+x\log_2 7<0$.

Lời giải. Ta có $f(x)<1\Leftrightarrow 2^x.7^{x^2}<1.\qquad (*)$

- Lấy logarit cơ số 2 hai vế của $(*)$, ta được $\log_2\left(2^x.7^{x^2}\right)<\log_2 1$

$\Leftrightarrow \log_2 2^x+\log_2 7^{x^2}<0\Leftrightarrow x+x^2\log_2 7<0$. Do đó A đúng.

- Lấy ln hai vế của $(*)$, ta được $\ln\left(2^x.7^{x^2}\right)<\ln 1$

$\Leftrightarrow \ln 2^x+\ln 7^{x^2}<0\Leftrightarrow x\ln 2+x^2\ln 7<0.$ Do đó B đúng.

- Lấy logarit cơ số 7 hai vế của $(*)$, ta được $\log_7\left(2^x.7^{x^2}\right)<\log_7 1$

$\Leftrightarrow \log_7 2^x+\log_7 7^{x^2}<0\Leftrightarrow x\log_7 2+x^2<0$. Do đó C đúng.

- Vì $x\in\mathbb{R}$ nên từ kết quả của đáp án A, khẳng định $x+x^2\log_2 7<0$

$\Leftrightarrow x(1+x\log_2 7)<0\Leftrightarrow 1+x\log_2 7<0$ là sai. **Chọn D.**

Vấn đề 2. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 46. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$.

A. $x=63$. **B.** $x=65$. **C.** $x=80$. **D.** $x=82$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow x-1=4^3\Leftrightarrow x-1=64\Leftrightarrow x=65.$ **Chọn B.**

Câu 47. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6[x(5-x)]=1$.

A. $S=\{2;3\}$. **B.** $S=\{4;6\}$. **C.** $S=\{1;-6\}$. **D.** $S=\{-1;6\}$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow x(5-x)=6 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 48. Phương trình $\log_2\left(x-3\sqrt{x}+4\right)=3$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow x-3\sqrt{x}+4=8 \Leftrightarrow x-3\sqrt{x}-4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}=-1 (\text{vo nghiem}) \\ \sqrt{x}=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=16.$ **Chọn B.**

Câu 49. Tính P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x^2-3x+2}{x}=0.$

A. $P=4.$ **B.** $P=2\sqrt{2}.$ **C.** $P=2.$ **D.** $P=1.$

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{x^2-3x+2}{x}=1 \Leftrightarrow x^2-4x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2-\sqrt{2}=x_1 \\ x=2+\sqrt{2}=x_2 \end{array}\right.$.

$\longrightarrow P=x_1x_2=\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)=4-2=2.$ **Chọn C.**

Hoặc từ phương trình $x^2-4x+2=0 \xrightarrow{\text{Viet}} x_1x_2=2.$

Câu 50. Phương trình $\log_2(x-3)+2\log_4 3.\log_3 x=2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải. Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l} x-3>0 \\ x>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x>3.$

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2(x-3)+2\log_4 x=2 \Leftrightarrow \log_2(x-3)+\log_2 x=2$

$\Leftrightarrow \log_2\left[(x-3)x\right]=2 \Leftrightarrow (x-3)x=2^2 \Leftrightarrow x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \ (\text{loại}) \\ x=4 \ (\text{thoả mãn}) \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 51. Biết rằng phương trình $2\log(x+2)+\log 4=\log x+4\log 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Tính $P=\dfrac{x_1}{x_2}.$

A. $P=4.$ **B.** $P=\dfrac{1}{4}.$ **C.** $P=64.$ **D.** $P=\dfrac{1}{64}.$

Lời giải. Điều kiện: $x>0.$

Phương trình $\Leftrightarrow \log(x+2)^2+\log 4=\log x+\log 81 \Leftrightarrow \log\left[4(x+2)^2\right]=\log(81x)$

$\Leftrightarrow 4(x+2)^2=81x \Leftrightarrow 4x^2-65x+16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{4}=x_1 (\text{thỏa mãn}) \\ x=16=x_2 (\text{thỏa mãn}) \end{array}\right. \longrightarrow P=\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{1}{4.16}=\dfrac{1}{64}.$

Chọn D.

Câu 52. Biết rằng phương trình $\left[\log_{\frac{1}{3}}(9x)\right]^2+\log_3\dfrac{x^2}{81}-7=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tính $P=x_1x_2.$

A. $P=\dfrac{1}{9^3}.$ **B.** $P=3^6.$ **C.** $P=9^3.$ **D.** $P=3^8.$

Lời giải. Điều kiện: $x>0$.

Phương trình $\Leftrightarrow \left(-2-\log_3 x\right)^2+\log_3 x^2-\log_3 81-7=0$

$\Leftrightarrow \log_3^2 x + 6\log_3 x - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 = x_1 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 3^{-7} = x_2 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$

$\longrightarrow P = x_1 x_2 = 3.3^{-7} = 3^{-6} = \frac{1}{3^6} = \frac{1}{9^3}$. **Chọn A.**

Câu 53. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

A. $S = \left\{\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$. **B.** $S = \{3\}$.

C. $S = \left\{2-\sqrt{5}; 2+\sqrt{5}\right\}$. **D.** $S = \left\{2+\sqrt{5}\right\}$.

Lời giải. Điều kiện: $x > 1$.

Phương trình $\Leftrightarrow 2\log_2(x-1) - \log_2(x+1) = 1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = 1 + \log_2(x+1)$

$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2[2(x+1)] \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2(x+1)$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2+\sqrt{5} \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 2-\sqrt{5} \text{ (loại)} \end{array}\right. \longrightarrow S = \left\{2+\sqrt{5}\right\}$. **Chọn D.**

Câu 54. Cho phương trình $\log_2\left[\log_{\frac{1}{8}}(x^3) + \log_2 x + x + 1\right] = 3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nghiệm của phương trình là số nguyên âm.
B. Nghiệm của phương trình là số chính phương.
C. Nghiệm của phương trình là số nguyên tố.
D. Nghiệm của phương trình là số vô tỉ.

Lời giải. Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2[-\log_2 x + \log_2 x + x + 1] = 3$

$\Leftrightarrow \log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow x + 1 = 8 \Leftrightarrow x = 7$ (thỏa mãn). **Chọn C.**

Câu 55. Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là:

A. 0. **B**. 1. **C**. 2. **D**. Nhiều hơn 2.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_4 x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Phương trình $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) + \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) = 2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) + \log_2\frac{1}{2} + \log_2(\log_2 x) = 2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) - 1 + \log_2(\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\log_2(\log_2 x) = 3 \Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) = 2$

$\Leftrightarrow \log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 16$ (thỏa mãn). Vậy phương trình có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 56. Tính P tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2 x - \log_x 64 = 1$.

A. $P = 1$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 8$.

Lời giải. Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2 x - 6\log_x 2 = 1$.

Đặt $t = \log_2 x$ $(t \neq 0)$, phương trình trở thành $t - \frac{6}{t} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - t - 6 = 0 \\ t \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = -2 \end{array}\right.$

$\longrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 8 = x_1 \\ x = \dfrac{1}{4} = x_2\end{array}\right. \longrightarrow P = x_1x_2 = 2.$ **Chọn B.**

Câu 57. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2\left(9-2^x\right) = 3-x.$

A. $S = \{-3;0\}.$ **B.** $S = \{0;3\}.$ **C.** $S = \{1;3\}.$ **D.** $S = \{-3;1\}.$

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 9-2^x = 2^{3-x} \Leftrightarrow 9-2^x = \dfrac{8}{2^x}$

$\Leftrightarrow \left(2^x\right)^2 - 9.2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x = 1 \\ 2^x = 8\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 0 \\ x = 3\end{array}\right..$ **Chọn B.**

Câu 58. Biết rằng phương trình $\log x.\log\left(100x^2\right) = 4$ có hai nghiệm có dạng x_1 và $\dfrac{1}{x_2}$ trong đó $x_1,\ x_2$ là những số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_2 = \dfrac{1}{x_1^2}.$ **B.** $x_2 = x_1^2.$ **C.** $x_1.x_2 = 1.$ **D.** $x_2 = 100x_1.$

Lời giải. Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log x\left(\log 100 + \log x^2\right) = 4 \Leftrightarrow \log x\left(2 + 2\log x\right) = 4$

$\Leftrightarrow 2\log^2 x + 2\log x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log x = 1 \\ \log x = -2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 10\,(\text{thỏa mãn}) \\ x = \dfrac{1}{100}\,(\text{thỏa mãn})\end{array}\right..$

Suy ra $x_1 = 10$ và $x_2 = 100$ nên $x_2 = x_1^2$. **Chọn B.**

Câu 59. Phương trình $\log_{2017} x + \log_{2016} x = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_{2017} x + \log_{2016} 2017.\log_{2017} x = 0 \Leftrightarrow \log_{2017} x.\left(1 + \log_{2016} 2017\right) = 0$

$\Leftrightarrow \log_{2017} x = 0 \longleftrightarrow x = 1.$ **Chọn B.**

Câu 60. Cho phương trình $\log_4 x.\log_2(4x) + \log_{\sqrt{2}}\left(\dfrac{x^3}{2}\right) = 0$. Nếu đặt $t = \log_2 x,$ ta được phương trình nào sau đây?

A. $t^2 + 14t - 4 = 0.$ **B.** $t^2 + 11t - 3 = 0.$

C. $t^2 + 14t - 2 = 0.$ **D.** $t^2 + 11t - 2 = 0.$

Lời giải. Ta có

$$\begin{cases}\log_4 x.\log_2(4x) = \log_{2^2} x.(2 + \log_2 x) = \dfrac{1}{2}\log_2 x(2 + \log_2 x) = t + \dfrac{1}{2}t^2 \\ \log_{\sqrt{2}}\left(\dfrac{x^3}{2}\right) = \log_{2^{\frac{1}{2}}}\left(\dfrac{x^3}{2}\right) = 2\log_2\left(\dfrac{x^3}{2}\right) = 2\left(\log_2 x^3 - 1\right) = 6\log_2 x - 2 = 6t - 2\end{cases}.$$

Do đó phương trình đã cho trở thành $t + \dfrac{1}{2}t^2 + 6t - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 14t - 4 = 0$. **Chọn A.**

Câu 61. Tổng lập phương các nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_3(2x-1) = 2\log_2 x$ bằng:

A. 6. **B.** 26. **C.** 126. **D.** 216.

Lời giải. Điều kiện: $x > \dfrac{1}{2}$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2 x.\left[\log_3(2x-1) - 2\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x = 0 \\ \log_3(2x-1) = 2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 1 \\ 2x - 1 = 9\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\left(\text{thỏa mãn}\right) \\ x=5\left(\text{thỏa mãn}\right) \end{array}\right. \longrightarrow 1^3+5^3=126.$ **Chọn C.**

Câu 62. Biết rằng phương trình $\log_3\left(3^{x+1}-1\right)=2x+\log_{\frac{1}{3}}2$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Hãy tính tổng $S=27^{x_1}+27^{x_2}$.

A. $S=180$. **B.** $S=45$. **C.** $S=9$. **D.** $S=252$.

Lời giải. Điều kiện: $3^{x+1}-1>0 \Leftrightarrow x>-1$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_3\left(3^{x+1}-1\right)=2x-\log_3 2 \Leftrightarrow \log_3\left(3^{x+1}-1\right)+\log_3 2=2x$

$\Leftrightarrow \log_3\left[\left(3^{x+1}-1\right).2\right]=2x \Leftrightarrow \left(3^{x+1}-1\right).2=3^{2x} \Leftrightarrow 6.3^x-2=3^{2x}$

$\Leftrightarrow 3^{2x}-6.3^x+2=0 \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} 3^{x_1}+3^{x_2}=6 \\ 3^{x_1}.3^{x_2}=2 \end{cases}.$

Ta có $S=27^{x_1}+27^{x_2}=\left(3^{x_1}+3^{x_2}\right)^3-3.3^{x_1}.3^{x_2}\left(3^{x_1}+3^{x_2}\right)=6^3-3.2.6=180.$ **Chọn A.**

Câu 63. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{x^3-5x^2+6x}{\ln(x-1)}=0$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **C.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} x-1>0 \\ \ln(x-1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \end{cases}.$

Phương trình $\Leftrightarrow x^3-5x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \\ x=3 \end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện, phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$. **Chọn B.**

Câu 64. Biết rằng phương trình $2\log_2 x+\log_{\frac{1}{2}}\left(1-\sqrt{x}\right)=\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ có nghiệm duy nhất có dạng $a+b\sqrt{3}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=6$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=-6$.

Lời giải. Điều kiện: $0<x<1$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2 x^2-\log_2\left(1-\sqrt{x}\right)=\log_2\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\dfrac{x^2}{1-\sqrt{x}}=\log_2\left(x-2\sqrt{x}+2\right) \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{1-\sqrt{x}}=x-2\sqrt{x}+2$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{1-\sqrt{x}}=x+2\left(1-\sqrt{x}\right) \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\left(1-\sqrt{x}\right)^2}=\dfrac{x}{1-\sqrt{x}}+2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{x}{1-\sqrt{x}}\right)^2-\left(\dfrac{x}{1-\sqrt{x}}\right)-2=0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{1-\sqrt{x}}=-1$ (vô nghiệm) hoặc $\dfrac{x}{1-\sqrt{x}}=2$

$\Leftrightarrow x+2\sqrt{x}-2=0 \longrightarrow \sqrt{x}=-1+\sqrt{3} \longrightarrow x=4-2\sqrt{3} \longrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-2 \end{cases}.$ **Chọn B.**

Câu 65. Phương trình $\log_3\dfrac{x^2-2x+1}{x}+x^2+1=3x$ có tổng tất cả các nghiệm bằng:

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 2.

Lời giải. Điều kiện: $\dfrac{x^2-2x+1}{x}>0 \Leftrightarrow \dfrac{(x-1)^2}{x}>0 \Leftrightarrow 0<x\neq 1.$

Phương trình $\Leftrightarrow \log_3\dfrac{(x-1)^2}{x}+x^2-2x+1=x$

$\Leftrightarrow \log_3(x-1)^2-\log_3 x+(x-1)^2=x \Leftrightarrow \log_3(x-1)^2+(x-1)^2=\log_3 x+x. \qquad (*)$

Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t$ với $t>0$. Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 3}+1>0,\ \forall t>0$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f\left[(x-1)^2\right]=f(x)\Leftrightarrow (x-1)^2=x$

$\Leftrightarrow x^2-3x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\text{(thỏa mãn)} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\text{(thỏa mãn)}\end{array}\right. \longrightarrow \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}+\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}=3.$ **Chọn A.**

Câu 66. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Giải bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$.

A. $x>3$. **B.** $\dfrac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\dfrac{10}{3}$.

Lời giải. Bất phương trình $\Leftrightarrow 3x-1>2^3\Leftrightarrow 3x>9\Leftrightarrow x>3.$ **Chọn A.**

Câu 67. Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-2x+6\right)\le -2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Tập nghiệm của bất phương trình là nửa khoảng.
B. Tập nghiệm của bất phương trình là một đoạn.
C. Tập nghiệm của bất phương trình là hợp của hai nửa khoảng.
D. Tập nghiệm của bất phương trình là hợp của hai đoạn.

Lời giải. Bất phương trình $\Leftrightarrow -\log_3\left(x^2-2x+6\right)\le -2\Leftrightarrow \log_3\left(x^2-2x+6\right)\ge 2$

$\Leftrightarrow x^2-2x+6\ge 9\Leftrightarrow x^2-2x-3\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 3 \\ x\le -1\end{array}\right.$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 68. Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\log_3 x$. Tìm điều kiện của x_0 để điểm M nằm phía trên đường thẳng $y=2$.

A. $x_0>0$. **B.** $x_0>9$. **C.** $x_0>2$. **D.** $x_0<2$.

Lời giải. Đồ thị $y=\log_3 x$ nằm ở phía trên đường thẳng $y=2$ khi $\log_3 x>2\Leftrightarrow x>9$.

Chọn B.

Câu 69. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}\left(x^2-1\right)<\log_{\frac{1}{5}}(3x-3)$.

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.
C. $S=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $S=(1;2)$.

Lời giải. Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l} x^2-1>0 \\ 3x-3>0\end{array}\right.\Leftrightarrow x>1.$

Bất phương trình: $\log_{\frac{1}{5}}\left(x^2-1\right)<\log_{\frac{1}{5}}(3x-3)\Leftrightarrow x^2-1>3x-3$ (chú ý với cơ số $\dfrac{1}{5}<1$)

$\Leftrightarrow x^2-3x+2>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<1\end{array}\right.\xrightarrow{dk:x>1} x>2.$ **Chọn A.**

Câu 70. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_a\left(x^2-x-2\right)>\log_a\left(-x^2+2x+3\right)$, biết $\dfrac{9}{4}$ thuộc S.

A. $S=\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\dfrac{5}{2}\right)$. **C.** $S=(-\infty;-1)$. **D.** $S=\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ -x^2 + 2x + 3 > 0 \\ 0 < a \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \\ 0 < a \neq 1 \end{cases}$.

Do $x = \frac{9}{4}$ là nghiệm của bất phương trình đã cho nên $\log_a \frac{13}{16} > \log_a \frac{39}{16} \longrightarrow 0 < a < 1$.

Vì $0 < a < 1$ nên bất phương trình $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 < -x^2 + 2x + 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{dk: } 2<x<3} 2 < x < \frac{5}{2}$. **Chọn A.**

Câu 71. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x-4)$.

A. $S = (2;+\infty)$. **B.** $S = (1;+\infty)$. **C.** $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **D.** $S = (1;+\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} 4x - 4 > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow x^2 > 4x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Đối chiếu điều kiện, ta được tập nghiệm của bpt là $S = (1;+\infty) \setminus \{2\}$. **Chọn D.**

Câu 72. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(4x^2) \geq \log_{0,3}(12x-5)$. Kí hiệu m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tập S. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m + M = 3$. **B.** $m + M = 2$. **C.** $M - m = 3$. **D.** $M - m = 1$.

Lời giải. Điều kiện: $x \geq \frac{5}{12}$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 4x^2 \leq 12x - 5 \Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 5 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ (thỏa mãn).

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right]$.

Suy ra $m = \frac{1}{2}$ và $M = \frac{5}{2}$ nên $m + M = 3$. **Chọn A.**

Câu 73. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log 10^{\log(x^2+21)} < 1 + \log x$.

A. $S = (3;7)$. **B.** $S = (-\infty;3) \cup (7;+\infty)$.

C. $S = (-\infty;3)$. **D.** $S = (7;+\infty)$.

Lời giải. Điều kiện: $x > 0$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow \log(x^2+21).\log 10 < \log 10 + \log x \Leftrightarrow \log(x^2+21) < \log(10x)$

$\Leftrightarrow x^2 + 21 < 10x \Leftrightarrow 3 < x < 7$ (thỏa mãn) $\longrightarrow S = (3;7)$. **Chọn A.**

Câu 74. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn bất phương trình $\log(x-40) + \log(60-x) < 2$?

A. 20. **B.** 18. **C.** 21. **D.** 19.

Lời giải. Điều kiện: $40 < x < 60$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow \log[(x-40)(60-x)] < 2$

$\Leftrightarrow (x-40)(60-x) < 10^2 \Leftrightarrow x^2 - 100x + 2500 > 0 \Leftrightarrow (x-50)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 50$.

Kết hợp với điều kiện, ta được $\begin{cases} 40 < x < 60 \\ x \neq 50 \end{cases} \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}^+} x \in \{41;...;59\} \setminus \{50\}$. **Chọn B.**

Câu 75. Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(1+\log_{\frac{1}{9}}x-\log_9 x\right)<1$ có dạng $S=\left(\frac{1}{a};b\right)$ với $a,\ b$ là những số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a=-b$. **B.** $a+b=1$. **C.** $a=b$. **D.** $a=2b$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ 1+\log_{\frac{1}{9}}x-\log_9 x>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 1-2\log_9 x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \log_9 x<\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x<3 \end{cases} \Leftrightarrow 0<x<3.$

Bất phương trình $\Leftrightarrow 1-2\log_9 x<2 \Leftrightarrow \log_9 x>-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{3}.$

Đối chiếu với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\frac{1}{3};3\right)$.

Suy ra $a=3,\ b=3$. **Chọn C.**

Câu 76. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[-2018;2018]$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}\left[\log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)\right]<0$?

A. 4033. **B.** 4031. **C.** 4037. **D.** 2018.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} x+\sqrt{2x^2-x}>0 & (1) \\ \log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)>0 & (2) \end{cases}$.

Bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}\left[\log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)\right]<\log_{\frac{\pi}{4}}1 \Leftrightarrow \log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)>1$ (thỏa (2))

$\Leftrightarrow \log_2\left(x+\sqrt{2x^2-x}\right)>\log_2 2 \Leftrightarrow x+\sqrt{2x^2-x}>2$ (thỏa (1))

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2-x}>2-x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2-x<0 \\ 2x^2-x\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2-x\ge 0 \\ 2x^2-x>(2-x)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-4 \end{array}\right.$$

$\xrightarrow[x\in\mathbb{Z}]{x\in[-2018;2018]} x\in\{-2018;-2017;...;-6;-5;2;3;...;2017;2018\} \longrightarrow$ có 4031 giá trị nguyên của x thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 77. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x>1+\log_2 x\log_3 x.$

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(0;2)\cup(3;+\infty)$.

C. $S=(2;3)$. **D.** $S=(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải. Điều kiện: $x>0$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow (\log_2 x-\log_2 x\log_3 x)+\log_3 x-1>0$

$\Leftrightarrow \log_2 x(1-\log_3 x)+\log_3 x-1>0 \Leftrightarrow (1-\log_3 x)(\log_2 x-1)>0.\quad (*)$

- TH1: $\begin{cases} \log_2 x-1>0 \\ 1-\log_3 x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x>1 \\ \log_3 x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x<3 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x<3$ (thỏa mãn).
- TH2: $\begin{cases} \log_2 x-1<0 \\ 1-\log_3 x<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x<1 \\ \log_3 x>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ x>3 \end{cases}$: vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;3)$. **Chọn C.**

Câu 78. Có tất cả bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(2-x^2\right)\right]>0$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases}2-x^2>0\\ \log_2\left(2-x^2\right)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2-x^2>0\\ 2-x^2>1\end{cases} \Leftrightarrow 2-x^2>1 \Leftrightarrow -1<x<1.$

Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(2-x^2\right)\right]>\log_{\frac{1}{2}}1 \Leftrightarrow \log_2\left(2-x^2\right)<1 \Leftrightarrow \log_2\left(2-x^2\right)<\log_2 2$

$\Leftrightarrow 2-x^2<2 \Leftrightarrow x^2>0 \Leftrightarrow x\neq 0.$

Đối chiếu điều kiện, bất phương trình có tập nghiệm $S=(-1;0)\cup(0;1)$.

Suy ra không có số nguyên nào thuộc tập S. **Chọn D.**

Câu 79. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3\dfrac{2x+1}{x-1}\right)>0.$

A. $S=(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

C. $S=(-2;1)\cup(1;4)$. **D.** $S=(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases}\dfrac{2x+1}{x-1}>0\\ \log_3\dfrac{2x+1}{x-1}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2x+1}{x-1}>0\\ \dfrac{2x+1}{x-1}>1\end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x-1}>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>1\\ x<-2\end{array}\right.$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_3\dfrac{2x+1}{x-1}<1 \Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x-1}<3 \Leftrightarrow \dfrac{4-x}{x-1}<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<1\\ x>4\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện, ta được tập nghiệm $S=(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 80. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\dfrac{1-\log_4 x}{1-\log_2 x}\leq\dfrac{1}{2}.$

A. $S=(0;2)$. **B.** $S=[2;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ \log_2 x\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ x\neq 2\end{cases}$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{1-\frac{1}{2}\log_2 x}{1-\log_2 x}\leq\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2-\log_2 x}{2(1-\log_2 x)}\leq\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2-\log_2 x}{1-\log_2 x}\leq 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{2-\log_2 x}{1-\log_2 x}-1\leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{1-\log_2 x}\leq 0 \Leftrightarrow 1-\log_2 x<0 \Leftrightarrow \log_2 x>1 \Leftrightarrow x>2$ (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;+\infty)$. **Chọn D.**

Vấn đề 3. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Câu 81. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^{2x-1}+m^2-m=0$ có nghiệm.

A. $m<0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m<0$; $m>1$. **D.** $m>1$.

Lời giải. Ta có $2^{2x-1}+m^2-m=0 \Leftrightarrow 2^{2x-1}=-m^2+m.$

Vì $2x-1$ có miền giá trị là $\mathbb{R}$ nên 2^{2x-1} có miền giá trị là $(0;+\infty)$, do đó phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow -m^2+m>0 \Leftrightarrow 0<m<1.$ **Chọn B.**

Chú ý: Cần phải nói rõ $2x-1$ có miền giá trị là $\mathbb{R}$ thì mới kết luận được $y=2^{2x-1}$ có miền giá trị là $(0;+\infty)$. Sai lầm hay gặp là phương trình $a^x=m$

có nghiệm $\Leftrightarrow m>0$ thì đúng, còn phương trình $a^u=m$ có nghiệm $\Leftrightarrow m>0$ nói chung không đúng. Ví dụ như hàm số $y=2^{x^2+1}$ có miền giá trị là $[2;+\infty)$.

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{x+1}-2^{x+2}+m=0$ có nghiệm.

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m\ge 1$.

Lời giải. Ta có $4^{x+1}-2^{x+2}+m=0 \Leftrightarrow \left(2^{x+1}\right)^2-2.2^{x+1}+m=0$. (1)

Đặt $2^{x+1}=t>0$. Phương trình (1) trở thành $t^2-2t+m=0 \Leftrightarrow t^2-2t=-m$. (2)

Để phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $t>0$.

Cách 1. Xét hàm $f(t)=t^2-2t$ với $t>0$.

Đạo hàm và lập bảng biến thiên, ta kết luận được $-m\ge -1 \Leftrightarrow m\le 1$. **Chọn C.**

Cách 2. Ycbt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $\left[\begin{array}{l}0<t_1\le t_2\\ t_1\le 0<t_2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta'\ge 0, P>0, S>0\\ P\le 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<m\le 1\\ m\le 0\end{array}\right. \Leftrightarrow m\le 1.$

Câu 83. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+\left(2-\sqrt{3}\right)^x=m$ có nghiệm.

A. $m\in(-\infty;5)$. **B.** $m\in(-\infty;5]$. **C.** $m\in(2;+\infty)$. **D.** $m\in[2;+\infty)$.

Lời giải. Đặt $\left(2+\sqrt{3}\right)^x=t>0$, suy ra $\left(2-\sqrt{3}\right)^x=\frac{1}{t}$.

Phương trình đã cho trở thành $t+\frac{1}{t}=m$.

Xét hàm $f(t)=t+\frac{1}{t}$ với $t>0$.

Đạo hàm và lập bảng biến thiên, ta kết luận được $m\ge 2$. **Chọn D.**

Câu 84. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{\sin x}+2^{1+\sin x}-m=0$ có nghiệm.

A. $\frac{5}{4}\le m\le 8$. **B.** $\frac{5}{4}\le m\le 9$. **C.** $\frac{5}{4}\le m\le 7$. **D.** $\frac{5}{3}\le m\le 8$.

Lời giải. Đặt $t=2^{\sin x}$, điều kiện $\frac{1}{2}\le t\le 2$.

Phương trình trở thanh $t^2+2t-m=0 \Leftrightarrow t^2+2t=m$.

Xét hàm $f(t)=t^2+2t$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$, ta có $f'(t)=2t+2>0,\ \forall t\in\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} f(t)\le m\le \max\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} f(t)$

$\Leftrightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)\le m\le f(2) \Leftrightarrow \frac{5}{4}\le m\le 8$. **Chọn A.**

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1}\le\left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m}$ nghiệm đúng với mọi x.

A. $m\in(-5;0)$. **B.** $m\in[-5;0]$.

C. $m\in(-\infty;-5)\cup(0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-5]\cup[0;+\infty)$.

Lời giải. Bất phương trình $\Leftrightarrow \left(\frac{e}{2}\right)^{-x^2-2mx-1} \le \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m} \Leftrightarrow -x^2-2mx-1 \le 2x-3m$

$\Leftrightarrow x^2+2(m+1)x-3m+1 \ge 0.$

Ycbt $\Leftrightarrow x^2+2(m+1)x-3m+1 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ (m+1)^2+3m-1 \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2+5m \le 0 \Leftrightarrow -5 \le m \le 0.$ **Chọn B.**

Câu 86. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2.3^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

A. $m=6.$ **B.** $m=-3.$ **C.** $m=3.$ **D.** $m=1.$

Lời giải. Ta có $9^x-2.3^{x+1}+m=0 \Leftrightarrow 3^{2x}-6.3^x+m=0.$

Đặt $t=3^x>0$, phương trình trở thành $t^2-6t+m=0$. $(*)$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \ge 0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9-m \ge 0 \\ 6>0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m \le 9.$

Theo định lí Viet, ta có $3^{x_1}.3^{x_2}=m \Leftrightarrow 3^{x_1+x_2}=m \Leftrightarrow 3=m.$ (thỏa). **Chọn C.**

Cách trắc nghiệm. Thử lần lượt 4 đáp án để chọn.

Câu 87. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=2$.

A. $m=4.$ **B.** $m=3.$ **C.** $m=2.$ **D.** $m=1.$

Lời giải. Phương trình tương đương với $\left(2^x\right)^2-2m.2^x+2m=0$.

Đặt $t=2^x>0$, phương trình trở thành $t^2-2mt+2m=0$. $(*)$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \ge 0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-2m \ge 0 \\ 2m>0 \\ 2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 2.$

Theo định lí Viet, ta có $2^{x_1}.2^{x_2}=2m \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2}=2m \Leftrightarrow 4=2m \Leftrightarrow m=2$ (thỏa). **Chọn C.**

Câu 88. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $2017^{2x-1}-2m.2017^x+m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

A. $m=0.$ **B.** $m=3.$ **C.** $m=2.$ **D.** $m=1.$

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow \frac{1}{2017}\left(2017^x\right)^2-2m.2017^x+m=0$

$\Leftrightarrow \left(2017^x\right)^2-4034m.2017^x+2017m=0.$

Giả sử phương trình có hai nghiệm x_1, x_2.

Theo Viet, ta có $2017^{x_1}.2017^{x_2}=2017m \Leftrightarrow 2017^{x_1+x_2}=2017m \Leftrightarrow 2017=2017m \Leftrightarrow m=1.$

Thử lại với $m=1$ ta thấy thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 89. Cho phương trình $(m+1)16^x-2(2m-3)4^x+6m+5=0$ với m là tham số thực. Tập tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu có dạng $(a;b)$. Tính $P=ab.$

A. $P=4$. **B.** $P=-4$. **C.** $P=-\frac{3}{2}$. **D.** $P=\frac{5}{6}$.

Lời giải. Đặt $t=4^x>0$.

Phương trình trở thành $\underbrace{(m+1)t^2-2(2m-3)t+6m+5}_{f(t)}=0.$ $(*)$

Phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1<0<x_2$

$\longrightarrow 4^{x_1}<4^0<4^{x_2}\longrightarrow t_1<1<t_2.$

Ycbt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm $t_1,\ t_2$ thỏa

$$0<t_1<1<t_2\Leftrightarrow\begin{cases}m+1\neq 0\\(m+1)f(1)<0\\(m+1)f(0)>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m+1\neq 0\\(m+1)(3m+12)<0\\(m+1)(6m+5)>0\end{cases}\Leftrightarrow -4<m<-1\longrightarrow\begin{cases}a=-4\\b=-1\end{cases}\to P=4.$$ **Chọn A.**

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9^x-(m-1)3^x+2m=0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=5+2\sqrt{6}$. **B.** $m=0$; $m=5+2\sqrt{6}$.

C. $m<0$. **D.** $m<0$; $m=5+2\sqrt{6}$.

Lời giải. Đặt $t=3^x>0$, phương trình trở thành $t^2-(m-1)t+2m=0$. $(*)$

Yêu cầu bài toán $\longleftrightarrow$ phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm dương.

● $(*)$ có nghiệm kép dương

$$\longleftrightarrow\begin{cases}\Delta=0\\-\frac{b}{2a}>0\end{cases}\longleftrightarrow\begin{cases}(m-1)^2-8m=0\\\frac{m-1}{2}>0\end{cases}\longleftrightarrow m=5+2\sqrt{6}.$$

● $(*)$ có hai nghiệm trái dấu $\xleftrightarrow{ac<0} 2m<0\longleftrightarrow m<0$.

Vậy $m<0$ hoặc $m=5+2\sqrt{6}$ thỏa yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Câu 91. Cho phương trình $4^{x^2-2x+1}-m.2^{x^2-2x+2}+3m-2=0$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m<1$. **B.** $m<1$; $m>2$. **C.** $m\geq 2$. **D.** $m>2$.

Lời giải. Đặt $t=2^{(x-1)^2}$, điều kiện $t\geq 1$.

Phương trình trở thành $\underbrace{t^2-2mt+3m-2}_{f(t)}=0.$ $(*)$

Ta thấy cứ một nghiệm $t>1$ tương ứng cho hai nghiệm x.

Do đó phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $t_1<t_2$ thỏa mãn

$$1<t_1<t_2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\a.f(1)>0\\\frac{S}{2}>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-3m+2>0\\1.(m-1)>0\\m>1\end{cases}\Leftrightarrow m>2.$$

Chọn D.

Câu 92. Cho phương trình $m.2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2.2^{6-5x}+m$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị của m để phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Ta có $m.2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2.2^{6-5x}+m \Leftrightarrow m.2^{x^2-5x+6}+2^{1-x^2}=2^{7-5x}+m$

$\Leftrightarrow m\left(2^{x^2-5x+6}-1\right)+2^{1-x^2}\left(1-2^{x^2-5x+6}\right)=0 \Leftrightarrow \left(2^{x^2-5x+6}-1\right)\left(m-2^{1-x^2}\right)=0.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x^2-5x+6}-1=0 \\ 2^{1-x^2}=m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \\ 2^{1-x^2}=m\ (*) \end{array}\right. .$$

Yêu cầu bài toán tương đương với

- **TH1:** Phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $(x=0)$, suy ra $m=2$.
- **TH2:** Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm là 2 và nghiệm còn lại khác $3 \longrightarrow m=2^{-3}$.
- **TH3:** Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm là 3 và nghiệm còn lại khác $2 \longrightarrow m=2^{-8}$.

Vậy có tất cả ba giá trị m thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 93. Cho phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}}-(m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}}+2m+1=0$ với m là tham số thực. Số nguyên dương m lớn nhất để phương trình có nghiệm là?

A. $m=20$. **B.** $m=35$. **C.** $m=30$. **D.** $m=25$.

Lời giải. Điều kiện: $-1\le x\le 1$.

Xét $u(x)=1+\sqrt{1-x^2}$, có $u'(x)=\dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$;

$$u'(x)=0\Leftrightarrow x=0\in[-1;1]\longrightarrow \begin{cases} \max\limits_{[-1;1]} u(x)=2 \\ \min\limits_{[-1;1]} u(x)=1 \end{cases}.$$

Đặt $t=5^{1+\sqrt{1-x^2}} \longrightarrow 5\le t\le 25$.

Phương trình trở thành $t^2-(m+2)t+2m+1=0 \longleftrightarrow m=\dfrac{t^2-2t+1}{t-2}=f(t)$.

Do đó phương trình đã có nghiệm $\Leftrightarrow \min\limits_{[5;25]} f(t)\le m\le \max\limits_{[5;25]} f(t) \longleftrightarrow \dfrac{16}{3}\le m\le \dfrac{576}{23}$.

Suy ra số nguyên dương m lớn nhất là $m=25$. **Chọn D.**

Cách CASIO. Cô lập m ta được $m=\dfrac{25^{1+\sqrt{1-x^2}}-2.5^{1+\sqrt{1-x^2}}+1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}}-2}$.

Đặt $f(x)=\dfrac{25^{1+\sqrt{1-x^2}}-2.5^{1+\sqrt{1-x^2}}+1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}}-2}$. Khi đó phương trình $\Leftrightarrow f(x)=m$.

Sử dụng MODE7 khảo sát hàm $f(x)$ với thiết lập Start -1, End 1, Step $0,2$.

(Do điều kiện $1-x^2\ge 0\leftrightarrow -1\le x\le 1$ nên Start -1, End 1)

Quan sát bảng giá trị ta thấy $f(x)\le f(0)=25.043...$ hay $m\le f(0)$.

Vậy m nguyên dương lớn nhất là 25.

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^{x^2}.5^{2x+m}=3$ có hai nghiệm.

A. $m<\log_5 3+\log_2 5$. **B.** $m>\log_3 5+\log_5 2$.

C. $m<\log_5 3+\log_5 2$. **D.** $m>\log_5 3+\log_2 5$.

Lời giải. Lấy logarit cơ số 2 hai vế của phương trình, ta được $\log_2\left(2^{x^2}.5^{2x+m}\right)=\log_2 3$

$\Leftrightarrow x^2+(2x+m)\log_2 5-\log_2 3=0 \Leftrightarrow x^2+(2\log_2 5)x+m\log_2 5-\log_2 3=0.$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm $\Delta'=\log_2^2 5-m\log_2 5+\log_2 3>0$

$\Leftrightarrow m\log_2 5<\log_2^2 5+\log_2 3 \Leftrightarrow m<\log_2 5+\log_5 3.$ **Chọn A.**

Câu 95. Cho phương trình $e^{m.\sin x-\cos x}-e^{2(1-\cos x)}=2-\cos x-m.\sin x$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm.

A. $m\in\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $m\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.

C. $m\in\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow e^{m\sin x-\cos x}+m\sin x-\cos x=e^{2-2\cos x}+2-2\cos x.$ $(*)$

Xét hàm số $f(t)=e^t+t$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(t)=e^t+1>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f(m\sin x-\cos x)=f(2-2\cos x)\longleftrightarrow m\sin x-\cos x=2-2\cos x$

$\Leftrightarrow m\sin x+\cos x=2$. (Đây là phương trình lượng giác dạng $a\sin x+b\cos x=c$, điều kiện có nghiệm là $a^2+b^2\ge c^2$)

Để phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow m^2+1\ge 4\Leftrightarrow m^2\ge 3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge\sqrt{3}\\ m\le-\sqrt{3}\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x-\log_2 m=0$ có đúng một nghiệm.

A. $\frac{1}{4}<m<4.$ **B.** $0<m<\frac{1}{4}$; $m>4.$ **C.** $m=\frac{1}{4}.$ **D.** $m<\frac{1}{4}$; $m>4$.

Lời giải. Điều kiện: $m>0.$

Phương trình $\Leftrightarrow x^3-3x=\log_2 m$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ với đường thẳng $y=\log_2 m$ (có phương song song trục hoành).

Xét hàm $y=x^3-3x$. Ta có $y'=3x^2-3; y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\rightarrow y=-2\\ x=-1\rightarrow y=2\end{array}\right.$.

Dựa vào dáng điệu của đồ thị hàm bậc ba, suy ra ycbt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 m<-2\\ \log_2 m>2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<\frac{1}{4}\\ m>4\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện, ta được $0<m<\frac{1}{4}$ hoặc $m>4.$ **Chọn B.**

Câu 97. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $\log_4\left(2^{2x}+2^{x+2}+2^2\right)=\log_2|m-2|$ vô nghiệm. Giá trị của S bằng:

A. $S=6.$ **B.** $S=8.$ **C.** $S=10.$ **D.** $S=12.$

Lời giải. Điều kiện: $m\ne 2.$ Phương trình $\Leftrightarrow \log_4\left[\left(2^x+2\right)^2\right]=\log_2|m-2|$

$\Leftrightarrow \log_2\left(2^x+2\right)=\log_2|m-2|\Leftrightarrow 2^x+2=|m-2|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x+2=m-2\\ 2^x+2=2-m\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=m-4\\ 2^x=-m\end{array}\right.$

Để phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m-4\le 0\\ -m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\le 4\\ m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m\le 4$

$\xrightarrow[m\neq 2]{m\in\mathbb{Z}} m\in\{0;1;3;4\}\longrightarrow S=0+1+3+4=8.$ **Chọn B.**

Câu 98. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\dfrac{\log(mx)-2}{\log(x+1)}=1$ có nghiệm duy nhất.

A. $0<m<100.$ **B.** $m<0;\ m>100.$ **C.** $m=1.$ **D.** Không tồn tại $m.$

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases} mx>0 \\ x+1>0 \\ \log(x+1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx>0 \\ x+1>0. \\ x+1\neq 1 \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow \log(mx)-2=\log(x+1)\Leftrightarrow \log\dfrac{mx}{100}=\log(x+1)\Leftrightarrow \dfrac{mx}{100}=x+1$

$\Leftrightarrow mx=100x+100\Leftrightarrow (m-100)x=100\Leftrightarrow x=\dfrac{100}{m-100}.$

Thay vào điều kiện, ta có $\begin{cases} m.\dfrac{100}{m-100}>0 \\ \dfrac{100}{m-100}+1>0\Leftrightarrow \dfrac{m}{m-100}>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>100 \\ m<0 \end{array}\right. \\ \dfrac{100}{m-100}+1\neq 1 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 99. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log^2_{\sqrt{3}} x-m\log_{\sqrt{3}} x+1=0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=\sqrt{2}$. **D.** $m=0$.

Lời giải. Điều kiện: $x>0$.Vì phương trình có nghiệm nhỏ hơn 1 nên suy ra $0<x<1$.

Đặt $\log_{\sqrt{3}} x=t$, với $0<x<1\longrightarrow t<0$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2-mt+1=0\Leftrightarrow t+\dfrac{1}{t}=m.$

Xét hàm $f(t)=t+\dfrac{1}{t}$ với $t<0$.

Đạo hàm và lập bảng biến thiên ta được $m=-2$ thỏa mãn bài toán. **Chọn B.**

Câu 100. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x-2\log_2 x+3m-2<0$ có nghiệm thực.

A. $m<1.$ **B.** $m\leq 1.$ **C.** $m<0.$ **D.** $m<\dfrac{2}{3}.$

Lời giải. Điều kiện: $x>0$. Đặt $t=\log_2 x$, với $x>0$ suy ra $t\in(-\infty;+\infty)$.

Bất phương trình đã cho trở thành $t^2-2t+3m-2<0\Leftrightarrow 3m<-t^2+2t+2 \quad (*)$.

Ycbt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow 3m<\max\limits_{(-\infty;+\infty)} g(t)$ với $g(t)=-t^2+2t+2$.

Ta có $g(t)=-t^2+2t+2=3-(t-1)^2\leq 3,\ \forall t\in\mathbb{R}$. Suy ra $\max\limits_{(-\infty;+\infty)} g(t)=3$.

Từ đó suy ra $3m<3\Leftrightarrow m<1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 101. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Tính giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1x_2=81.$

A. $m=81.$ **B.** $m=44.$ **C.** $m=-4.$ **D.** $m=4.$

Lời giải. Điều kiện: $x>0$. Giả sử phương trình có hai nghiệm $x_1,\ x_2$.

Theo Viet, ta có $\log_3 x_1+\log_3 x_2=m \Leftrightarrow \log_3(x_1x_2)=m \Leftrightarrow \log_3 81=m \Leftrightarrow 4=m.$

Thử lại với $m=4$ ta thấy thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 102. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log 5+\log\left(x^2+1\right)\geq\log\left(mx^2+4x+m\right)$ đúng với mọi x?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải. Để bất phương trình đúng với mọi x khi và chỉ khi:

● Bất phương trình xác định với mọi $x \Leftrightarrow mx^2+4x+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 4-m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow m>2.$ (1)

● Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \Leftrightarrow \log\left(5x^2+5\right)\geq\log\left(mx^2+4x+m\right),\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 5x^2+5\geq mx^2+4x+m,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (5-m)x^2-4x+5-m\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-m>0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<5 \\ -m^2+10m-21\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\leq 3.$ (2)

Từ (1) và (2), ta được $2<m\leq 3 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m=3.$ **Chọn B.**

Câu 103. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-2017;2017]$ để bất phương trình $\log_m\left(x^2+2x+m+1\right)>0$ đúng với mọi x?

A. 2015. **B.** 4030. **C.** 2016. **D.** 4032.

Lời giải. Để bất phương trình đúng với mọi x khi và chỉ khi:

● Bất phương trình xác định với mọi $x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x+m+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R} \\ 0<m\neq 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R} \\ 0<m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\neq 1.$

● Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \Leftrightarrow \log_m\left(x^2+2x+m+1\right)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}.$ $(*)$

Nếu $m>1$ thì $(*) \Leftrightarrow x^2+2x+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'=1-m<0 \Leftrightarrow m>1$: (thỏa mãn).

Nếu $0<m<1$ thì $(*) \Leftrightarrow x^2+2x+m<0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1<0 \\ \Delta=1-m<0 \end{cases}$: vô lí.

Vậy $m>1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán $\xrightarrow[m\in\mathbb{Z}]{m\in[-2017;2017]} m\in\{2;3;4;...;2017\}$. **Chọn C.**

Câu 104. Gọi m_0 là giá trị thực nhỏ nhất của tham số m sao cho phương trình $(m-1)\log^2_{\frac{1}{2}}(x-2)-(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)+m-1=0$ có nghiệm thuộc $(2;4)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m\in\left(-5;-\frac{5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left[-1;\frac{4}{3}\right)$. **C.** $m\in\left(2;\frac{10}{3}\right)$ **D.** Không tồn tại.

Lời giải. Đặt $t=\log_{\frac{1}{2}}(x-2)$, do $2<x<4 \to 0<x-2<2 \longrightarrow t>-1.$

Phương trình trở thành $(m-1)t^2-(m-5)t+m-1=0 \Leftrightarrow m=\frac{t^2-5t+1}{t^2-t+1}.$

Xét hàm số $f(t)=\frac{t^2-5t+1}{t^2-t+1}$ với $t>-1$.

Đạo hàm và lập bảng biến thiên, ta được

t		-1		1		$+\infty$
$f'(t)$			$-$	0	$+$	
$f(t)$		$\frac{7}{3}$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $-3 \le m < \frac{7}{3}$.

Suy ra $m_0 = -3 \in \left(-5;-\frac{5}{2}\right]$. **Chọn A.**

Câu 105. Cho phương trình $\sqrt{\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3} = m(\log_2 x - 3)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[16;+\infty)$.

A. $1 < m \le 2$. **B.** $1 < m \le \sqrt{5}$. **C.** $\frac{3}{4} \le m \le \sqrt{5}$. **D.** $1 \le m \le \sqrt{5}$.

Lời giải. Đặt $t = \log_2 x$, với $x \ge 16 \longrightarrow t \ge 4$.

Phương trình trở thành $\sqrt{t^2 - 2t - 3} = m(t-3)$. $\quad (*)$

● Với $m \le 0$ thì phương trình vô nghiệm, do $\begin{cases} \sqrt{t^2-2t-3} > 0 \\ t-3>0 \end{cases}, \forall t \ge 4$.

● Với $m > 0$ thì $(*) \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = m^2(t-3)^2$ $\Leftrightarrow (1-m^2)t^2 + 2(3m^2-1)t - 3(1+3m^2) = 0$.

■ Nếu $m = 1 \longrightarrow t = 3$: không thỏa mãn.

■ Nếu $m \ne 1$, ta nhẩm được một nghiệm $t = 3$ (không thỏa mãn), suy ra nghiệm còn lại $t = \frac{-3m^2-1}{1-m^2}$.

Do đó để phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{-3m^2-1}{1-m^2} \ge 4 \Leftrightarrow 1 < m \le \sqrt{5}$ (thỏa).

Chọn B.

Nhận xét. Phương trình $(*) \Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{t^2-2t-3}}{t-3} = f(t), \forall t \ge 4$. Xét hàm $f(t)$ với $t \ge 4$.

Câu 106. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m + e^{\frac{x}{2}} = \sqrt[4]{e^{2x}+1}$ có nghiệm thực.

A. $0 < m < 1$. **B.** $0 < m \le \frac{2}{e}$. **C.** $\frac{1}{e} \le m < 1$. **D.** $-1 < m < 0$.

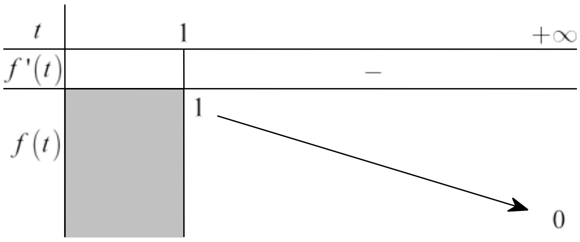
Lời giải. Đặt $t = \sqrt[4]{e^{2x}+1}$, vì $e^{2x} > 0 \longrightarrow t > 1$.

Suy ra $t^4 = e^{2x} + 1 \Leftrightarrow \left(e^{\frac{x}{2}}\right)^4 = t^4 - 1 \Leftrightarrow e^{\frac{x}{2}} = \sqrt[4]{t^4-1}$.

Khi đó phương trình trở thành $m + \sqrt[4]{t^4-1} = t \Leftrightarrow m = t - \sqrt[4]{t^4-1}$. $\quad (*)$

Xét hàm $f(t) = t - \sqrt[4]{t^4-1}$ trên $(1;+\infty)$. Ta có $f'(t) = 1 - \frac{t^3}{\sqrt[4]{(t^4-1)^3}} < 0,\ \forall t > 1$.

Suy ra hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $(1;+\infty)$.



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 0<m<1$. **Chọn A.**

Câu 107. (ĐỀ THAM KHẢO 2016 – 2017) Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017;2017]$ để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

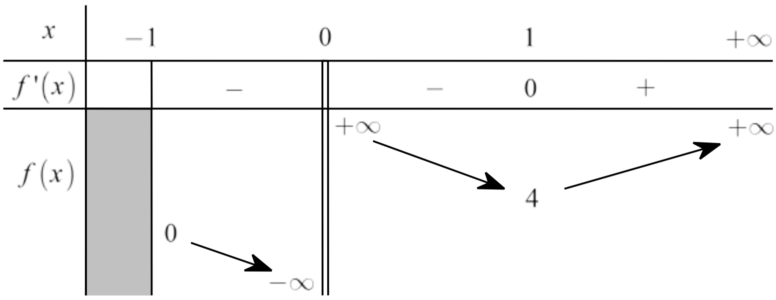
A. 2017. **B.** 4014. **C.** 2018. **D.** 4015.

Lời giải. Điều kiện: $x>-1$.

Phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)\Leftrightarrow mx=(x+1)^2\Leftrightarrow m=\dfrac{(x+1)^2}{x}$.

Xét hàm $f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{x}$ trên $(-1;+\infty)$.

Đạo hàm và lập bảng biến thiên, ta được



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m<0 \end{array}\right.$ $\xrightarrow[m\in\mathbb{Z}]{m\in[-2017;2017]} m\in\{-2017;-2016;...;-1;4\}\longrightarrow$ có 2018 giá trị m nguyên. **Chọn C.**

Câu 108. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2\dfrac{4^x-1}{4^x+1}-m=0$ có nghiệm.

A. $m<0$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $-1<m<0$.

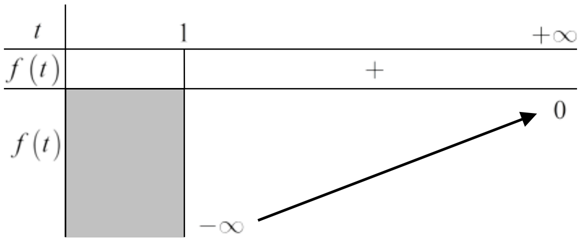
Lời giải. Điều kiện: $4^x-1>0\Leftrightarrow x>0$.

Đặt $t=4^x$, với $x>0\longrightarrow t>1$. Phương trình trở thành $m=\log_2\dfrac{t-1}{t+1}$.

$(*)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2\dfrac{t-1}{t+1}$ trên $(1;+\infty)$. Ta có $f'(t)=\dfrac{2}{(t^2-1)\ln 2}>0,\forall t>1$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m<0$. **Chọn A.**

Câu 109. Cho phương trình $2^{(x-1)^2}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)=4^{|x-m|}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$.

C. $m\in(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)=2^{2|x-m|+2}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)$. $(*)$

Xét hàm $f(t)=2^t.\log_2 t$ trên $[2;+\infty)$. Ta có $f'(t)=2^t.\ln 2.\log_2 t+\dfrac{2^t}{t.\ln 2}>0,\ \forall t>2.$

Suy ra hàm số $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $[2;+\infty)$.

Nhận thấy $(*)$ có dạng $f\left(x^2-2x+3\right)=f\left(2|x-m|+2\right)\Leftrightarrow x^2-2x+3=2|x-m|+2$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2=2|x-m|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-1)^2=2(x-m)\\(x-1)^2=-2(x-m)\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x^2-4x+2m+1=0 & (1)\\ x^2=2m-1 & (2)\end{array}\right..$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

● **TH1.** Phương trình (1) và (2) đều có nghiệm kép và hai nghiệm này khác nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'_{(1)}=0\\ x^2=2m-1=0\end{cases}\longrightarrow m\in\varnothing.$$

● **TH2.** Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, phương trình (2) vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'_{(1)}>0\\ x^2=2m-1<0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}4-(2m+1)>0\\ 2m-1<0\end{cases}\Leftrightarrow m<\frac{1}{2}.$$

● **TH3.** Phương trình (1) vô nghiệm, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'_{(1)}<0\\ x^2=2m-1>0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}4-(2m+1)<0\\ 2m-1>0\end{cases}\Leftrightarrow m>\frac{3}{2}.$$

● **TH4.** Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, phương trình (2) cũng có hai nghiệm phân biệt và hai nghiệm của (1) giống hai nghiệm của (2) hay nói cách khác hai phương trình tương đương $\longrightarrow m\in\varnothing$.

Vậy $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 110. Cho phương trình $\log_3\left(x^2+4mx\right)+\log_{\frac{1}{3}}(2x-2m-1)=0$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm duy nhất, khi đó S có dạng $[a;b]\cup\{c\}$ với $a<b<c$. Tính $P=2a+10b+c$.

A. $P=0$. **B.** $P=15$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=13$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+4mx\right)=\log_3\left(2x-2m-1\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2m-1>0 \\ x^2+4mx=2x-2m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{2m+1}{2} & (1) \\ x^2+2(2m-1)x+2m+1=0 & (*) \end{cases}.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có một nghiệm thỏa mãn (1).

● **TH1:** $(*)$ có nghiệm kép thỏa $(1) \longleftrightarrow \begin{cases} \Delta'_* =(2m-1)^2-(2m+1)=0 \\ x=1-2m>\dfrac{2m+1}{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2-6m=0 \\ 6m<1 \end{cases} \Leftrightarrow m=0.$$

● **TH2:** $(*)$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thỏa $x_1<\dfrac{2m+1}{2}<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_* =(2m-1)^2-(2m+1)>0 \\ \left(x_1-\dfrac{2m+1}{2}\right)\left(x_2-\dfrac{2m+1}{2}\right)\le 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2-6m>0 \\ 20m^2+12m+1<0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m<-\frac{1}{10}.$$

● **TH3:** $(*)$ có nghiệm $x_1=\dfrac{2m+1}{2}$ và nghiệm $x_2>\dfrac{2m+1}{2}$. Thay $x_1=\dfrac{2m+1}{2}$ vào phương trình $(*)$ ta nhận được $m=-\dfrac{1}{2}$ hoặc $m=-\dfrac{1}{10}$. Thử lại ta thấy thỏa mãn.

Kết hợp các trường hợp, ta được $-\dfrac{1}{2}\le m\le -\dfrac{1}{10}$ hoặc $m=0$ thỏa mãn yctb.

$\longrightarrow a=-\dfrac{1}{2};b=-\dfrac{1}{10};c=0$. **Chọn C.**