

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 103

Câu 1: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ B. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$ C. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$ D. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.

- A. $\frac{1}{1+\sqrt{1+x^2}}$ B. $\frac{x}{1+\sqrt{1+x^2}}$ C. $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc mặt đáy. Góc giữa đường thẳng AC và $mp(SAB)$ là

- A. CSB B. CAB C. SAC D. ACB

Câu 4: Diện tích toàn phần của hình lập phương bằng 96. Tính thể tích của khối lập phương.

- A. 48 B. 81 C. 64 D. 72

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 2a$ và $AA' = 3a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

- A. $V = 16\pi\sqrt{3}a^3$ B. $V = 6\sqrt{3}\pi a^3$ C. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$ D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$

Câu 6: Cho dãy số hữu hạn $u_1; u_2; u_3; u_4; u_5$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 20. Tìm số hạng u_3

- A. $u_3 = 4$. B. $u_3 = 5$. C. $u_3 = 2$. D. $u_3 = 3$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $f'(x) = f''(x)$. Số phần tử của tập S là

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 8: Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A. $y = x^3 + 3x^2$. B. $y = x^3$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - x$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc mặt đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ B. $a^3\sqrt{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

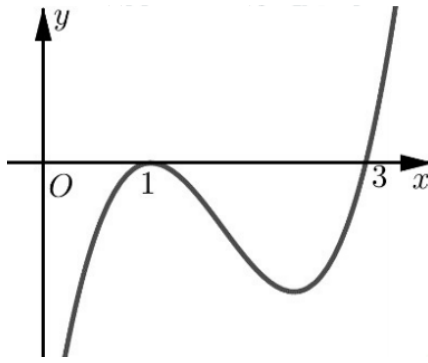
Câu 10: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2

Câu 11: Số nghiệm của phương trình $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{\log_3(x-2)}$ là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.

Câu 13: Biết $\log_a b = 2$ tính giá trị của biểu thức $\log_{a^2} \sqrt[3]{b^2 \sqrt{b}}$

- A. $\frac{5}{12}$
- B. $\frac{5}{6}$
- C. $\frac{5}{3}$
- D. $\frac{2}{3}$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp những điểm có tọa độ $(x;y)$ thỏa mãn: $2^{x^2+y^2+1} = 4^{x+y+1}$ là đường nào sau đây ?

- A. Elip.
- B. Nửa đường tròn.
- C. Đường thẳng.
- D. Đường tròn.

Câu 15: Cho hình tứ diện ABCD. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khi đó tỉ số thể tích của tứ diện AB'C'D và ABCD bằng

- A. $\frac{1}{8}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{6}$
- D. $\frac{1}{4}$

Câu 16: Cho dãy số hữu hạn $u_1; u_2; u_3$, theo thứ tự lập thành cấp số nhân, biết $u_2 = 6$ thì tích $u_1 u_3$ bằng

- A. 36.
- B. 16
- C. 9.
- D. 25.

Câu 17: Cho các chữ số 1;2,3,4,5,6,9. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 7.000.000 từ các chữ số trên

- A. 4320.
- B. 5040.
- C. 8640.
- D. 720.

Câu 18: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{(x^2 - x - 2) \ln(x+2)}$

- A. $\{-1\} \cup [2; +\infty)$
- B. $[-2; +\infty)$
- C. $[-2; -1] \cup [2; +\infty)$
- D. $[2; +\infty)$

Câu 19: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 2800 tam giác có đỉnh là 3 điểm trong số các điểm đã cho, tìm n.

- A. 30.
- B. 25.
- C. 20.
- D. 15.

Câu 20: Một khối trụ có thể tích bằng 100π . Nếu chiều cao khối trụ tăng lên ba lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 100m. Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

- A. $r = 1$
- B. $r = 5$
- C. $r = 4$
- D. $r = 6$

Câu 21: Cho hàm số $y = A \cos(\omega x + \varphi)$ có đạo hàm cấp hai y'' . Đặt $M = y'' + \omega^2 y$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M = -1$
- B. $M = 1$
- C. $M = 2A\omega^2 \cos(\omega x + \varphi)$
- D. $M = 0$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số a để

hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

- A. $a = 3$. B. $a = \frac{5}{2}$. C. $a = 2$. D. $a = -\frac{11}{6}$

Câu 23: Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây là đúng ?

- A. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_e x$ và $y = \log_{\frac{1}{e}} x$ đối xứng nhau qua trục tung.
 B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.
 C. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ hai.
 D. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục hoành.

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, khoảng cách giữa AB' và $C'D'$ bằng

- A. $a\sqrt{3}$ B. $a\sqrt{2}$ C. a D. $a\sqrt{6}$

Câu 25: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{7}$, $AC = 3$. Quay đường gấp khúc CBA xung quanh cạnh AC tạo thành hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = 3\sqrt{7}\pi$ B. $S_{xq} = 8\sqrt{7}\pi$ C. $S_{xq} = 4\sqrt{7}\pi$ D. $S_{xq} = 6\sqrt{7}\pi$

Câu 26: Với n là số nguyên dương, đặt $S_n = \frac{1}{1\sqrt{2} + 2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}}$. Khi đó

$\lim S_n$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ B. 1. C. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}+2}$

Câu 27: Hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a$, $SB = 3a$, $SC = 4a$ và $ASB = BSC = 60^\circ$, $ASC = 90^\circ$. Thể tích của khối chóp là

- A. $a^3\sqrt{2}$ B. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$ D. $2a^3\sqrt{2}$

Câu 28: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 6a, hình trụ (H) có chiều cao bằng 6a và hai đường tròn đáy nằm trên (S). Gọi v_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (c) T. tỉ số $\frac{v_1}{v_2}$

- A. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{9}{16}$ B. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{16}$ C. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3}$

Câu 29: Tìm tổng các nghiệm của phương trình : $\log_4(x^3 - x - 2) + x^3 + 7x = \log_2(x-1) + 4x^2 + 7$

- A. 17 B. 2 C. 9 D. 11

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $6\sqrt{2}$. Ở bốn đỉnh tứ diện người ta cắt đi các tứ diện đều bằng nhau có cạnh bằng x. Biết khối đa diện còn lại sau khi cắt có thể tích bằng $\frac{1}{2}$ thể tích khối tứ diện $ABCD$. Giá trị của x là

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

C. $\frac{a\sqrt{21}}{28}$

D. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2 - 2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m < 100$ để hàm số $g(x)=f(x^2 - 8x + m)$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$?

A. 83.

B. 18.

C. 82.

D. 84.

Câu 35: Cho tam giác ABC cân tại A, có cạnh đáy BC , đường cao AH , cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q . Tính giá trị của công bội q .

A. $q = \frac{1}{2}\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$

B. $q = \sqrt{2}+1$

C. $q = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$

D. $q = \sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để trên đồ thị (C_m) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-3)x+10$ có hai điểm nằm về hai phía của trục tung mà tiếp tuyến của (C_m) tại hai điểm đó cùng vuông góc với đường thẳng $(d):x + 2y + 2020 = 0$

A. 2022

B. 2020

C. 2019

D. 2021

Câu 37: Cho hình đa giác đều (H) có 24 đỉnh, chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của hình (H). Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn ra tạo thành một hình chữ nhật không phải là hình vuông.

A. $\frac{11}{46}$

B. $\frac{10}{1771}$

C. $\frac{1}{161}$

D. $\frac{15}{322}$

Câu 38: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BB', B'A', A'A$. Thể tích khối chóp có đáy là tứ giác $MNPQ$ và đỉnh là một điểm bất kì thuộc cạnh CC'

A. $\frac{V}{3}$

B. $\frac{V}{4}$

C. $\frac{V}{8}$

D. $\frac{V}{2}$

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1:2 3 4 5,6,7,8,9 và lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp S. Tính xác suất để số được lấy ra chia hết cho 11 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

A. $\frac{8}{21}$

B. $\frac{1}{126}$

C. $\frac{1}{252}$

D. $\frac{1}{63}$

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y + 2x = m$, với m là tham số. Biết rằng

với mọi giá trị của m thì d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm độ dài nhỏ nhất của đoạn AB .

A. $3\sqrt{2}$

B. $4\sqrt{2}$

C. $6\sqrt{2}$

D. $5\sqrt{2}$

Câu 41: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $5a^2 + 2b^2 + 5 = 2a + 4b + 4ab$. Xét các hệ thức sau:

Hệ thức 1. $\ln(a+1) + \ln(b+1) = \ln(a^2 + b^2 + 1)$.

Hệ th. 2. $\ln(a^2 + 1) + \ln(b+1) = \ln(b^2 + 1) + \ln(a+1)$.

Hệ thức 3. $\ln(a+b+3ab-1) = 2 \ln(a+b)$.

Hệ thức 4. $\ln(a+b+2ab+2) = 2 \ln(a+b)$.

Trong các hệ thức trên, có bao nhiêu hệ thức đúng ?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 42: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với a, b, c, d là các hệ số. Tìm điều kiện để hàm số luôn đồng biến trên \mathbb{R}

A. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. Gọi α là góc giữa $mp(SCD)$ và $mp(ABCD)$. Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$ 0 $+$	
y	$+\infty$	$+\infty$		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $4|f(3x-1)|-13=0$ là

- A. 1 B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi $A(x_1, y_2)$, $B(x_2, y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau. Độ dài nhỏ nhất của đoạn AB bằng

- A. $h = \frac{3\sqrt{2}}{4}$ B. $h = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $h = \sqrt{3}$ D. $h = \sqrt{2}$

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{\pi^{1-2x}}}$ Tính giá trị của biểu thức sau:

$$Q = f\left(\sin^2 \frac{\pi}{2020}\right) + f\left(\sin^2 \frac{2\pi}{2020}\right) + \dots + f\left(\sin^2 \frac{1009\pi}{2020}\right)$$

- A. 1009 B. 504 C. $\frac{1009}{2}$ D. 505

Câu 47: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{e^x - 1}}{\sqrt{x+1} - 1} = \frac{a}{b}$ với a, b nguyên tố cùng nhau. Tính giá trị của $2a+b$.

- A. 8 B. 7 C. 5 D. 6

Câu 48: Cho một hình nón có chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

- A. $d = \frac{a\sqrt{30}}{5}$ B. $d = \frac{6a}{\sqrt{5}}$ C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{30}$ D. $d = \frac{a\sqrt{6}}{5}$

Câu 49: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 4; 7; 10; 13; 16; \dots$ và $(v_k): 1; 6; 11; 16; 21; \dots$. Hỏi trong 100 số hạng đầu của mỗi cấp số cộng có bao nhiêu số hạng chung?

- A. 30. B. 10. C. 20. D. 40.

Câu 50: Cho khối cầu (S) tâm I , bán kính $R=3$. Một khối trụ thay đổi nội tiếp khối cầu có chiều cao h và bán kính đáy r . Tính chiều cao h để thể tích của khối trụ lớn nhất.

- A. $h = 3\sqrt{2}$ B. $h = \sqrt{3}$ C. $h = 2\sqrt{3}$ D. $h = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN

1-A	2-D	3-B	4-C	5-B	6-A	7-B	8-B	9-C	10-A
11-D	12-D	13-B	14-D	15-D	16-A	17-A	18-A	19-C	20-D
21-D	22-D	23-B	24-C	25-C	26-B	27-D	28-A	29-B	30-A
31-C	32-C	33-C	34-C	35-C	36-A	37-B	38-A	39-D	40-D
41-B	42-C	43-C	44-D	45-D	46-C	47-B	48-A	49-C	50-C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: A

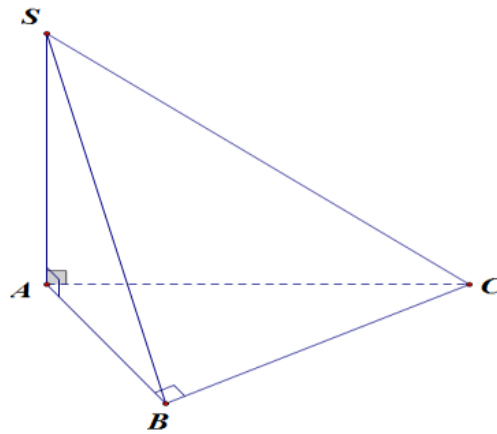
Ta có: nếu $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$.

Trong các đáp án chỉ có $\left|\frac{1}{3}\right| < 1$ nên $\lim \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$

Câu 2: D

$$\text{Ta có: } y' = \left(\ln(x + \sqrt{1+x^2}) \right)' = \frac{(x + \sqrt{1+x^2})'}{x + \sqrt{1+x^2}} = \frac{1 + \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{x + \sqrt{1+x^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x + \sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

Câu 3: B



Vì $CB \perp AB$ (do tam giác ABC vuông tại B).
 Và $CB \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$).
 Nên $CB \perp (SAB)$
 \Rightarrow Hình chiếu của C lên (SAB) là điểm B
 \Rightarrow Hình chiếu của AC lên (SAB) là AB
 Vậy góc giữa đường thẳng AC và (SAB) là CAB.

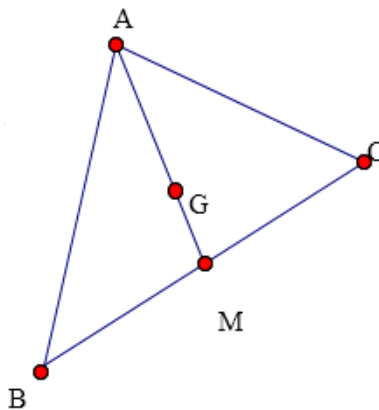
Câu 4: C

Giả sử hình lập phương có độ dài cạnh là a . Diện tích toàn phần của hình lập phương:

$$S_{tp} = 6a^2 = 96 \Leftrightarrow a = 4.$$

$$\text{Thể tích của khối lập phương là: } V = a^3 = 64.$$

Câu 5: B



Vì M là trung điểm của BC nên ta có $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ (1)

Mặt khác G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ (2)

Vậy chọn đáp án B.

Câu 6: A

Ta có: $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 20 \Leftrightarrow 5u_3 = 20 \Leftrightarrow u_3 = 4$

Câu 7: B

Điều kiện: $x \neq 1$

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'' = \frac{6}{(x-1)^3}$

Xét phương trình

$$f'(x) = f''(x) \Leftrightarrow \frac{-3}{(x-1)^2} = \frac{6}{(x-1)^3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (x-1)^2(x+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x = 1; x = -1 \end{cases} \Rightarrow x = -1$$

Suy ra $S = \{-1\}$.

Vậy số phần tử của S là 1.

Câu 8: B

Xét phương án A: $y = x^3 + 3x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x$

Do $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ và y' đổi dấu khi x qua hai nghiệm này nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Do đó loại phương án A.

Xét phương án B: $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

Chọn phương án B.

Xét phương án C: $y = x^4 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 6x$

Do $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$ và y' đổi dấu khi x qua ba nghiệm này nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Do đó loại phương án C.

Xét phương án D: $y = x^3 - x \Rightarrow y' = 3x^2 - 1$.

Do $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$, và y' đổi dấu khi x qua hai nghiệm này nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Do đó loại phương án D.

Câu 9: C

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $S_{ABCD} = a^2$. Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra SA là đường cao.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$$

Câu 10: A

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(tm) \\ x = 2(tm) \end{cases}$$

$\Rightarrow x = 1, x = 2$ là TCD

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x^2-3x+2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x^2-3x+2} = 0$$

$\Rightarrow y = 0$ là TCN

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$ có ba đường tiệm cận.

Câu 11: D

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x-2 > 0 \\ \log_3(x-2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x-2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

$$\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{\log_3(x-2)} = 0 \Rightarrow x^3 - 5x^2 + 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2 - 5x + 6x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện thì cả ba giá trị $x = 0, x = 2, x = 3$ đều không thỏa điều kiện bài toán. Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 12: D

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	-	0	+	
$f(x)$							

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 13: B

$$\text{Ta có: } \log_a \sqrt[3]{b^2 \sqrt{b}} = \frac{1}{2} \log_a \sqrt[3]{b^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{2} \log_a b^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} \log_a b = \frac{5}{12} \cdot 2 = \frac{5}{6}$$

Câu 14: D

Ta có:

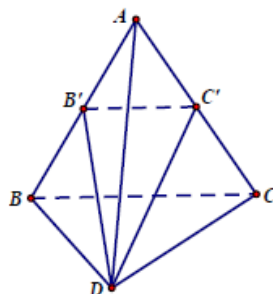
$$2^{x^2+y^2+1} = 4^{x+y+1} \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2+1} = 2^{2x+2y+2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 = 2x + 2y + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 3$$

Vậy trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp những điểm có tọa độ $(x;y)$ thỏa mãn:

$$2^{x^2+y^2+1} = 4^{x+y+1} \text{ là một đường tròn có tâm } I(1;1), \text{ bán kính } R = \sqrt{3}.$$

Câu 15: D



Vì B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC nên $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2}$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích có

$$\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{4}$$

Câu 16: A

Giả sử u_1, u_2, u_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội là q .

Khi đó, ta có: $u_2 = u_1 \cdot q, u_3 = u_1 \cdot q^2$

Vậy $u_1 \cdot u_3 = u_1 \cdot (u_1 \cdot q^2) = (u_1 \cdot q)^2 = u_2^2 = 6^2 = 36$

Câu 17: A

Gọi số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7}$

Vì số đã cho có 7 chữ số phân biệt và nhỏ hơn 7000.000 nên $a_1 < 7$, vậy có 6 cách chọn a_1 .

Các chữ số $a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; a_7$ là hoán vị của 6 số còn lại.

Vậy có $6 \cdot 6! = 4320$ số thỏa mãn bài toán.

Câu 18: A

Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ (x^2 - x - 2) \ln(x+2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > -2 \\ \begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ x + 2 \geq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - x - 2 \leq 0 \\ x + 2 \leq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > -2 \\ \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x > -2 \\ -1 \leq x \leq 2 \\ x \leq -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Câu 19: C

Một tam giác được tạo bởi ba điểm phân biệt nên ta xét:

TH₁. Chọn 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc $d_2 \cap d_3 \cap d_4$ có $C_{10}^1 \cdot C_n^2$ tam giác.

TH₂. Chọn 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc $d_2 \cap d_3 \cap d_4$ có $C_{10}^2 \cdot C_n^1$ tam giác.

Như vậy, ta có $C_{10}^1 \cdot C_n^2 + C_{10}^2 \cdot C_n^1 = 2800$

$$\Leftrightarrow 10 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} + 45 \cdot \frac{n!}{1!(n-1)!} = 2800 \Leftrightarrow 5n(n-1) + 45n = 2800$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 + 40n - 2800 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20(tm) \\ n = -28(loai) \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

Câu 20: D

Khối trụ ban đầu có chiều cao là h và bán kính đáy là r . Thể tích khối trụ ban đầu $V = \pi r^2 h$

$$\text{Suy ra } \pi r^2 h = 100\pi \Leftrightarrow r^2 h = 100 \quad (1)$$

Khi tăng chiều cao lên ba lần và giữ nguyên bán kính đáy ta có diện tích xung quanh khối trụ mới là

$$S_{xq} = 2\pi r(3h) = 6\pi rh = 100\pi \Leftrightarrow 6rh = 100 \quad (2)$$

Chia vế theo vế của (1) cho (2) ta có: $\frac{r^2 h}{6rh} = 1 \Rightarrow r = 6$

Câu 21: D

Ta có $y' = -A \omega \sin(\omega x + \varphi), y'' = -A \omega^2 \cos(\omega x + \varphi)$.

Khi đó $M = -A \omega^2 \cos(\omega x + \varphi) + \omega^2 A \cos(\omega x + \varphi) = 0$.

Câu 22: D

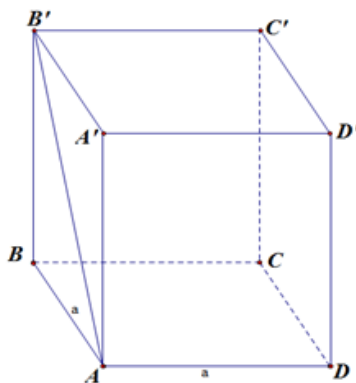
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}) \cdot (\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})}{(x+4) \cdot (\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Hàm số liên tục tại $x_0 = 4 \Leftrightarrow f(4) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x) \Leftrightarrow a+2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}$

Câu 23: B

Nhận xét: Với $0 < a \neq 1$ đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

Câu 24: C



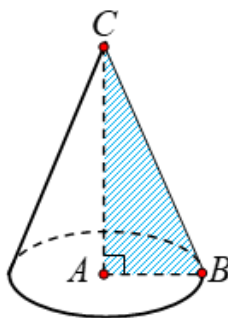
Ta có: $B'C' \perp C'D'$ (vì $A'B'C'D'$ là hình vuông) (1)

Ta có: $\begin{cases} B'C' \perp A'B' \\ B'C' \perp B'B' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'B'B)$

Mà $AB' \subset (AA'B'B)$ nên $B'C' \perp AB'$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $B'C'$ là đường vuông góc chung của AB' và $C'D'$ nên $d(AB', C'D') = B'C' = a$

Câu 25: C



Bán kính đáy hình nón là $r = AB = \sqrt{7}$

Độ dài đường sinh $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{7+9} = 4$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = 4\sqrt{7}\pi$

Câu 26: B

Xét $A = \frac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}}$. Đặt $a = \sqrt{n}, b = \sqrt{n+1}$ ($a, b > 0$).

$$A = \frac{1}{a^2b + b^2a} = \frac{1}{ab(a+b)}$$

Ta có

$$b^2 - a^2 = n+1 - n = 1 \Rightarrow (b-a)(b+a) = 1 \Rightarrow b-a = \frac{1}{a+b}$$

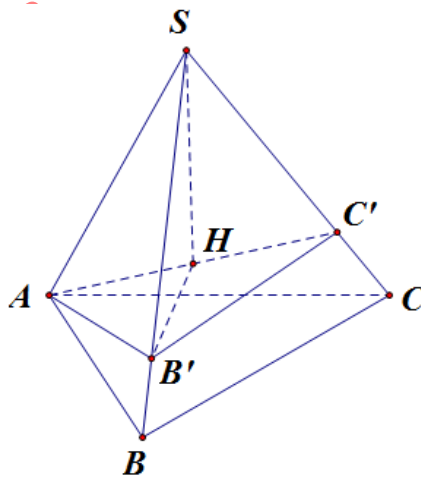
$$\text{Nên } A = \frac{b-a}{ab} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

Từ chứng minh trên ta có

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{1\sqrt{2} + 2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}} \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \dots + \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \end{aligned}$$

$$\lim S_n = \lim \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) = \lim 1 - \lim \left(\frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) = 1$$

Câu 27: D



Trên SB, SC lần lượt lấy B', C' sao cho $SB' = SC' = 2a$.

$$\begin{cases} SA = SC' \\ \angle ASC' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta SAC' \text{ vuông cân tại } S \Rightarrow AC' = SA\sqrt{2} = 2a\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} SA = SB' \\ \angle ASB' = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta SAB' \text{ đều} \Rightarrow AB' = 2a \quad (1).$$

$$\begin{cases} SB = SC \\ \angle B'SC' = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta SB'C' \text{ đều} \Rightarrow B'C' = 2a \quad (2).$$

(1) và (2) cho ta $\Delta AB'C'$ cân tại B' .

Gọi H là trung điểm của $AC' \Rightarrow B'H \perp AC'$.

$$\Rightarrow B'H = \sqrt{AB'^2 - AH^2} = \sqrt{AB'^2 - \left(\frac{AC'}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} AH \perp SH \\ AH \perp HB' \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SHB')$$

Ta có:

$$S_{AB'C'} = 2.S_{AB'H} \Rightarrow V_{S.AB'C'} = 2V_{S.AHB'} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{SHB'}$$

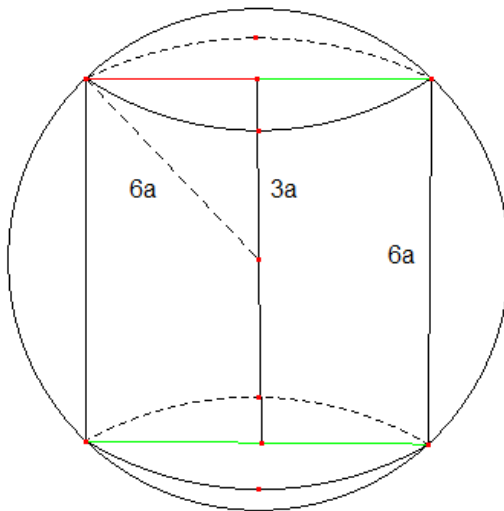
$$S_{SHB'} = \sqrt{p(p-SH)(p-SB')(p-HB')} = a^2$$

$$\text{Với } p = \frac{SH + SB' + HB'}{2} = (1 + \sqrt{2})a$$

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2}a^2 = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2a}{3a} \cdot \frac{2a}{4a} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = 2a^3\sqrt{2}$$

Câu 28: A



$$\text{Bán kính mặt đáy hình trụ: } r_1 = \sqrt{(6a)^2 - (3a)^2} = 3a\sqrt{3}$$

$$\text{Thể tích hình trụ } v_1 = h \cdot \pi \cdot r_1^2 = 6a \cdot \pi \cdot (3a\sqrt{3})^2 = 162 \cdot a \cdot \pi$$

$$\text{Thể tích hình cầu: } v_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_2^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (6a)^3 = 288 \cdot a \cdot \pi$$

$$\text{Tỉ số: } \frac{v_1}{v_2} = \frac{162 \cdot a \cdot \pi}{288 \cdot a \cdot \pi} = \frac{9}{16}$$

Câu 29: B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ x^3 - x - 2 > 0 \end{cases}$$

Ta có $\log_4(x^3 - x - 2) + x^3 + 7x = \log_2(x - 1) + 4x^2 + 7$

$\Leftrightarrow \log_2(x^3 - x - 2) + 2x^3 + 14x = \log_2(x - 1)^2 + 8x^2 + 14$

$\Leftrightarrow \log_2(x^3 - x - 2) + 2(x^3 - x - 2) = \log_2(4x^2 - 8x + 4) + 2(4x^2 - 8x + 4)$ (1)

Đặt hàm số $f(t) = \log_2 t + 2t, \forall t > 0$ có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0, \forall t > 0$

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

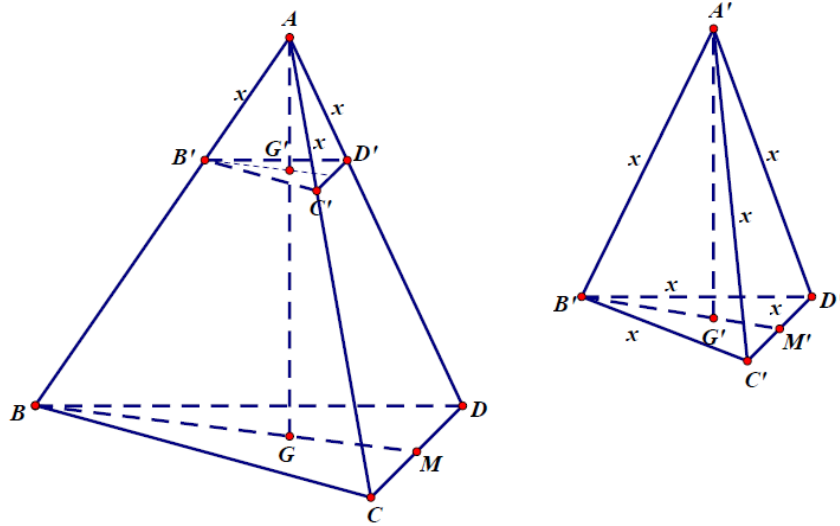
Từ (1) có $f(x^3 - x - 2) = f(4x^2 - 8x + 4) \Leftrightarrow x^3 - x - 2 = 4x^2 - 8x + 4$

$\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 7x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn điều kiện).

Ta có phương trình có 1 nghiệm $x = 2$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 2

Câu 30: A



4 góc cắt đi là các tứ diện bằng nhau nên 4 tứ diện này có cùng thể tích.

Gọi thể tích của một khối tứ diện cắt đi là V_1 , thể tích khối tứ diện ABCD là V và thể tích khối đa diện sau khi cắt bỏ góc là V_2 .

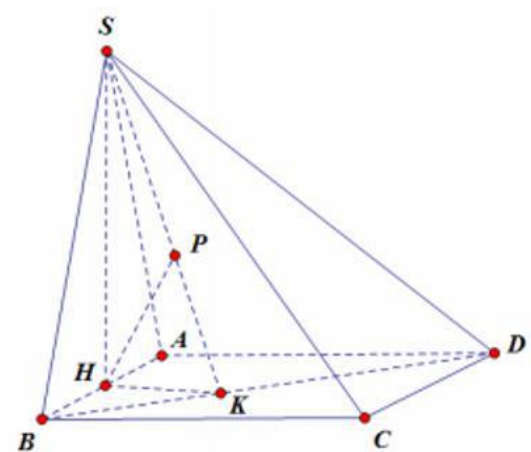
Ta có: $V_2 = V - 4V_1$ mà $V_2 = \frac{1}{2}V \Rightarrow V = 8V_1$ (1)

Xét khối tứ diện đều ở đỉnh A là $AB'C'D'$ có các cạnh là x .

Ta có: $\frac{V_1}{V} = \frac{x}{6\sqrt{2}} \cdot \frac{x}{6\sqrt{2}} \cdot \frac{x}{6\sqrt{2}} = \frac{x^3}{(6\sqrt{2})^3} \Rightarrow V_1 = \frac{x^3}{(6\sqrt{2})^3} V$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow V_1 = \frac{x^3}{(6\sqrt{2})^3} 8.V_1 \Rightarrow x^3 = (3\sqrt{2})^3 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$

Câu 31: C



Ta có $d(A; (SBD)) = 2d(H; (SBD))$.

Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại K, từ H kẻ $HP \perp SK$.

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp HK \\ BD \perp SH \\ SH \cap HK = H; SH, HK \subset (SHK) \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SHK) \Rightarrow BD \perp HP$$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} HP \perp BD \\ HP \perp SK \\ BD \cap SK = K; BD, SK \subset (SBD) \end{array} \right\} \Rightarrow HP \perp (SBD) \text{ tại K} \Rightarrow d(H; (SBD)) = HP$$

Tam giác SAB đều có SH là đường cao nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; HK = \frac{AC}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

$$\frac{1}{HP^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{2a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HP = \frac{a\sqrt{21}}{14}$$

hiên đúng. Vậy hàm g đồng biến trên $(4; +\infty)$ với mọi $m \geq 18$.

- Với $m = 17$ $g'(x) = 0$ với mọi $x \in (4; +\infty)$ nên hàm g không phải hàm đồng biến trên $(4; +\infty)$

- Với $m \leq 16$. Khi đó ta để ý rằng phương trình $x^2 - 8x + m = 0$ sẽ có một nghiệm là $x_1 = 4 + \sqrt{16 - m}$, phương trình $x^2 - 8x + m - 2 = 0$ sẽ có 1 nghiệm là $x^2 = 4 + \sqrt{18 - m}$.

Để thấy rằng $4 < x_1 < x_2$ với mọi số nguyên $m \in m \leq 16$, do đó ta có thể chọn được một số thực x' thỏa mãn $4 < x_1 < x' < x_2$. Theo định lý về dấu của tam thức bậc 2, ta có $(x')^2 - 8x' + m > 0$ và $(x')^2 - 8x' + m - 2 < 0$. Do đó $((x')^2 - 8x' + m)((x')^2 - 8x' + m - 2) < 0$. Do đó hàm g không đồng biến trên $(4; +\infty)$.

Vậy để hàm g đồng biến trên $(4; +\infty)$ thì $m \geq 18$. Mà theo đề bài mlà số nguyên và $m < 100$.

Do đó có $99 - 18 + 1 = 82$ giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán

Câu 33: C

Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$ vì $x \in [-1; 1] \Rightarrow t \in [3; 9]$.

Ta có phương trình $t^2 + (1-m)t - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + t}{t + 2}$ (*)

Xét $f(t) = \frac{t^2 + t}{t + 2}$ $t \in [3; 9]$

Có $f'(t) = 1 - \frac{2}{(t+2)^2} > 0 \quad \forall t \in [3; 9] \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên đoạn $[3; 9]$

(*) có nghiệm với m nhỏ nhất $m = f(3) = \frac{12}{5}$.

Vậy $P = a + b = 12 + 5 = 17$.

Câu 34: C

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbf{R}$.

Ta có: $y = f(x) = \sin^{20}x + \cos^{20}x + 1 = (\sin^2x)^{10} + (\cos^2x)^{10} + 1 = (\sin^2x)^{10} + (\cos^2x)^{10} + 1$

Đặt $t = \sin^2x$, ta có $f(t) = t^{10} + (1-t)^{10} + 1, t \in [0; 1]$.

$$f'(t) = 10t^9 - 10(1-t)^9$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 10t^9 - 10(1-t)^9 = 0 \Leftrightarrow t = 1-t \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

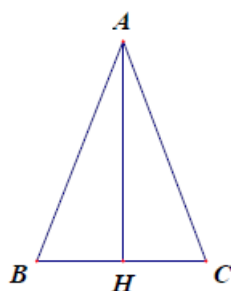
Ta có bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{2}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	2	$\frac{513}{512}$	2

Từ bảng biến thiên ta có:

$$M = 2, m = \frac{513}{512} \Rightarrow M.m = \frac{513}{256}$$

Câu 35: C



Đặt $BC = x (x > 0)$.

Vì cạnh đáy BC , đường cao AH , cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q

$$\text{nên } \begin{cases} AH = x \cdot q \\ AB = x \cdot q^2 \end{cases} (q > 0)$$

Theo Định lý Pytago có:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Leftrightarrow x^2 \cdot q^4 = x^2 \cdot q^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Leftrightarrow q^4 - q^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{\sqrt{2}+1}{4} \\ q^2 = \frac{1-\sqrt{2}}{4} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1} \\ q = -\frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1} \text{ (loại)} \end{cases} (q > 0)$$

$$\text{Vậy } q = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$$

Câu 36: A

$$y' = x^2 + 2mx + (2m - 3)$$

$$\text{Đường thẳng } (d): x + 2y + 2020 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - 1010$$

$$\Rightarrow \text{Hệ số góc } (d): k = -\frac{1}{2}$$

Tiếp tuyến vuông góc với (d) nên hệ số góc của tiếp tuyến là 2

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + 2mx + (2m - 3) = 2$ có hai nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow a \cdot c < 0 \Leftrightarrow 2m - 5 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2} \text{ mà } m \text{ nguyên thuộc đoạn } [-2019, 2019]$$

Nên $m \in \{-2019, -2018, \dots, 2\}$ do đó có 2022 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 37: B

Hình đa giác đều (H) có 24 đỉnh nên có 12 đường chéo đi qua tâm đường tròn nội tiếp ngoại tiếp (H) .

Cứ 2 đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp (H) cho ta một hình chữ nhật.

Số hình chữ nhật là $C_{12}^2 = 66$ (hình chữ nhật)

Trong 66 hình chữ nhật này có ta chọn hình chữ nhật có 2 đường chéo vuông góc.

$$\text{Góc ở tâm là } \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ. \text{ Cần } 90^\circ \text{ tức là cần } \frac{90^\circ}{15^\circ} = 6$$

Vậy có 6 hình vuông trong 66 hình chữ nhật đó.

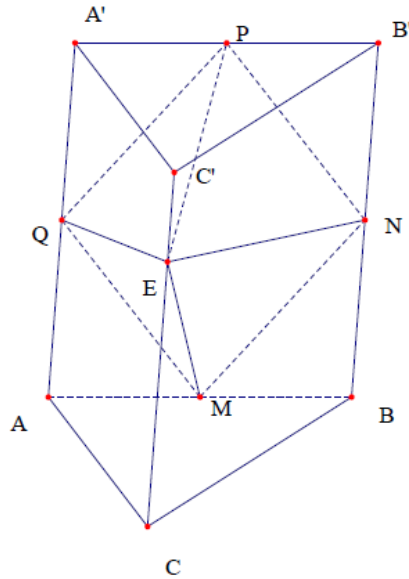
Số phần tử không gian mẫu: C_{24}^4

Gọi A: “4 đỉnh được chọn ra tạo thành một hình chữ nhật không phải hình vuông”

$$\Rightarrow n(A) = 66 - 6 = 60$$

$$\text{Xác suất của biến cố } A: P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{C_{24}^4} = \frac{10}{1771}$$

Câu 38: A



$$S_{MNPQ} = \frac{1}{2} S_{ABB'A'}$$

Gọi E là một điểm trên cạnh CC' .

Khi đó $d(E; (ABB'A')) = d(C; (ABB'A'))$

$$\begin{aligned} V_{EMNQ} &= \frac{1}{3} d(E; (ABB'A')) \cdot S_{MNPQ} \\ &= \frac{1}{3} d(C; (ABB'A')) \cdot \frac{1}{2} S_{ABB'A'} \\ &= \frac{1}{2} \cdot V_{CABB'A'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{V}{3} \end{aligned}$$

Câu 39: D

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = A_9^4$

Giả sử số cần lập là \overline{abcd} .

Theo giả thiết ta có

$$\text{Vì } abcd \text{ chia hết cho } 11 \text{ nên ta có } b+d - (a+c) \equiv 11 \pmod{11} \quad (1)$$

$$\overline{abcd} \text{ có tổng các chữ số chia hết cho } 11 \Rightarrow a+b+c+d \equiv 11 \pmod{11} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được $a+c = b+d$ và cùng chia hết cho 11.

$$\text{Vì } a, b, c, d \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \Rightarrow 4 < a+b+c+d < 36$$

$$\Rightarrow a+b+c+d \in \{11; 22; 33\}$$

Do $a+c = b+d \Rightarrow a+c = b+d = 11 \Rightarrow (a, c)$ và (b, d) là một trong các cặp số $(2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6)$.

Có C_4^2 cách chọn 2 trong 4 cặp số trên, ứng với mỗi cách đó ta có: a có 4 cách chọn, b có 2 cách chọn, c và d mỗi chữ số có 1 cách chọn.

Suy ra $n(A) = C_4^2 \cdot 4 \cdot 2$

Từ đây suy ra $P(A) = \frac{C_4^2 \cdot 4 \cdot 2}{A_4^4} = \frac{1}{63}$

Câu 40: D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-4}{x+1} = -2x + m(x^1 - 1)$

Ta có $D > 0$, d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của(*) .

Theo định lí Viet, ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m-3}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{-m-4}{2} \end{cases}$$

Giả sử $A(x_1; -2x_1 + m)$ và $B(x_2; -2x_2 + m)$ là tọa độ giao điểm của d và(C).

Dấu" = " xây ra $m = - 1$.

Câu 41: B

Ta có:

$$5a^2 + 2b^2 + 5 = 2a + 4b + 4ab$$

$$\Leftrightarrow (4a^2 - 4ab + b^2) + (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 4b + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2a - b)^2 + (a - 1)^2 + (b - 2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Thay $a = 1, b = 2$ lần lượt vào các hệ thức ta được:

Hệ thức 1: $\ln 2 + \ln 3 = \ln 6$. Đúng.

Hệ thức 2: $\ln 2 + \ln 3 = \ln 5 + \ln 2$. Sai.

Hệ thức 3: $\ln 8 = 2\ln 3$. Sai.

Hệ thức 4: $\ln 9 = 2\ln 3$. Đúng.

Vậy có 2 hệ thức đúng.

Câu 42: C

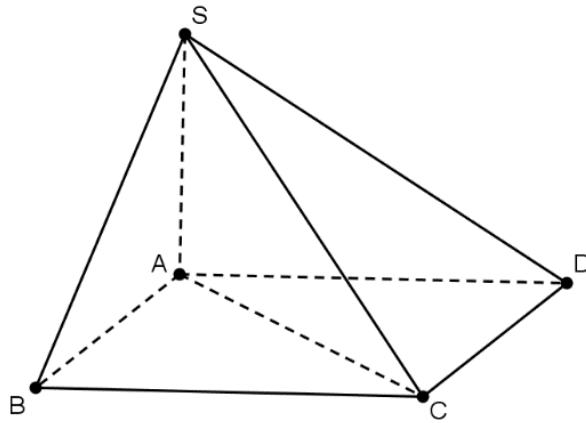
Quan sát các đáp án, ta sẽ xét hai trường hợp là: $a=b=0$ và $a \neq 0$

* Nếu $a=b=0$ thì $y=cx+d$ là hàm bậc nhất \Rightarrow để y đồng biến trên R khi $c > 0$

* Nếu $a \neq 0$ thì $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Để hàm số đồng biến trên R $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in R$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases} . \text{ Chọn đáp án C.}$$

Câu 43: C



Ta có:
$$\begin{cases} (ABCD) \cap (SCD) = CD \\ AD \perp CD \\ SD \perp CD \end{cases}$$

Suy ra: $((SCD), (ABCD)) = (SD, AD) = SDA = \alpha$

Mà $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6} \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$

Vậy $\tan \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$

Câu 44: D

$4|f(3x-1)| - 13 = 0$ (1) Đặt $3x-1 = t$ ta có: $f(t) = 13/4$.

Số nghiệm phân biệt của (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $|f(t)|$ với đường thẳng $d: y = \frac{13}{4}$.

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow \begin{cases} f(t) = \frac{13}{4} \rightarrow 3n_0 \\ f(t) = -\frac{13}{4} \rightarrow 1n_0 \end{cases} \Rightarrow |f(t)| = \frac{13}{4}$ có 4 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình $4|f(3x-1)| - 13 = 0$ là 4.

Câu 45: D

Tập xác định: $D = R \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

Ta có $y' = -\frac{1}{(2x+1)^2}$

Tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau nên $k_A = k_B \Leftrightarrow y'(x_1) = y'(x_2)$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{(2x_1+1)^2} = -\frac{1}{(2x_2+1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1+1 = 2x_2+1 \\ 2x_1+1 = -(2x_2+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \Rightarrow A \equiv B \text{ (loại)} \\ 2x_2+1 = -(2x_1+1) \end{cases} \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -1$

Do $x_1 + x_2 = -1$ nên không mất tính tổng quát giả sử $x_2 < 0$.

Ta có: $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + \left(\frac{x_2+1}{2x_2+1} - \frac{x_1+1}{2x_1+1} \right)^2$

$$= (x_2 + (1 + x_2))^2 + \left(\frac{x_2 + 1}{2x_2 + 1} + \frac{x_1 + 1}{2x_1 + 1} \right)^2 \quad (\text{do } x_1 + x_2 = -1)$$

$$= (2x_2 + 1)^2 + \frac{1}{(2x_2 + 1)^2} \geq 2 \quad (\text{bất đẳng thức Cauchy}).$$

$AB = \sqrt{2}$ khi $A(0;1), B(-1;0)$.

Vậy độ dài nhỏ nhất của đoạn AB bằng $\sqrt{2}$.

Câu 46: C

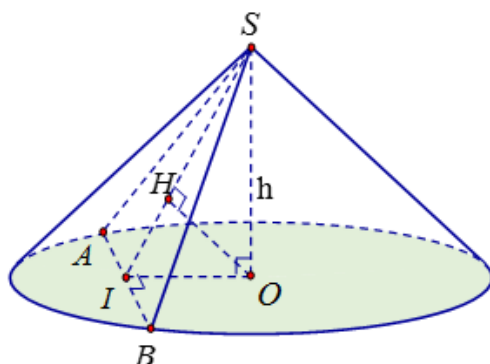
Câu 47: B

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{e^x - 1}}{\sqrt{x+1} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(e^{\frac{x}{3}} - 1 \right) (\sqrt{x+1} + 1)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\left(e^{\frac{x}{3}} - 1 \right) (\sqrt{x+1} + 1)}{\frac{x}{3}} \cdot \frac{1}{3} \right] = 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{a}{b}$$

Nên $2a + b = 7$.

Câu 48: A



Gọi I là trung điểm AB . Kẻ $OH \perp SI$ vuông góc với SI tại H .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH \\ OI \cap SO = O \end{cases}$$

$$\begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp AB \Rightarrow OH \perp (SAB) \text{ tại } H. \\ SI \cap AB = I \end{cases}$$

Suy ra $d(O, (P)) = d(O, (SAB)) = OH$.

Tam giác SOI vuông tại O và OH là đường cao, nên ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2}$$

$$\begin{cases} OS = h = a\sqrt{3} \\ OI = \sqrt{r^2 - AI^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{5}{6a^2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{30}}{5}$$

Câu 49: C

$$\begin{cases} u_m = 1 + 3n \\ v_k = 1 + 5(k-1) \end{cases}$$

Do đó: $u_n = v_k \Leftrightarrow 1 + 3n = 1 + 5(k-1) \Leftrightarrow 3n = 5(k-1) (*)$.

$$\text{Vì } \begin{cases} n, k \in \mathbb{R} \\ (3, 5) = 1 \end{cases} \text{ nên từ } (*) \Rightarrow \begin{cases} n:5 \\ k-1:3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 5m \\ k-1 = 3l \end{cases} (m \in \mathbb{R}^*, l \in \mathbb{R})$$

Khi đó (*) trở thành: $3 \cdot 5m = 5 \cdot 3l \Leftrightarrow m = l$.

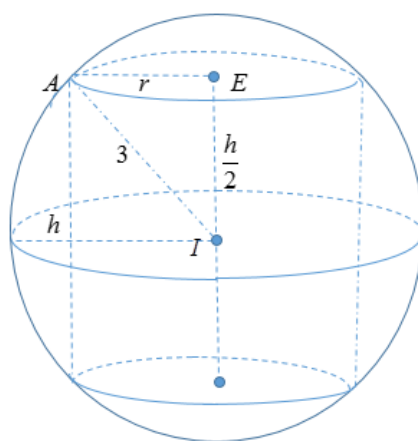
$$\text{Vì ta chỉ xét 100 số hạng đầu của mỗi cấp số cộng nên } \begin{cases} 1 \leq n \leq 100 \\ 1 \leq k \leq 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq 20 \\ 0 \leq l \leq 33 \end{cases}$$

mà $m = l \Rightarrow 1 \leq m = l \leq 20 \Rightarrow$ Số giá trị $m=l$ thỏa mãn là 20

\Rightarrow Số giá trị n, k tương ứng là 20.

Vậy trong 100 số hạng đầu của mỗi cấp số cộng có 20 số hạng chung.

Câu 50: C



Ta có tam giác IEA vuông tại E , nên $\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2 = 3^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{36-h^2}{4}, (0 < h < 6)$

mà $V_{tru} = h.\pi r^2 = h.\pi \frac{36-h^2}{4} = \frac{\pi}{4}(36h-h^3)$

Đặt $f(h) = 36h-h^3$, khi đó $f'(h) = 36-3h^2$

$f'(h) = 0 \Leftrightarrow 36-3h^2 = 0 \Leftrightarrow h = \pm 2\sqrt{3}$

Bảng biến thiên

h		0	$2\sqrt{3}$	6	
$f'(h)$		+	0	-	
$f(h)$					

Từ bảng biến thiên ta thấy V_{tru} lớn nhất khi $h = 2\sqrt{3}$