SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC	KỲ THI CHỌN HSG LỚP 10, 11 THPT NĂM HỌC 2017-2018
ĐỀ CHÍNH THỨC	ĐỀ THI MÔN: TOÁN 10- THPT
	Thời gian làm bài*: 180 *phút, không kể thời gian phát đề.

Câu 1 (2,0 điểm). Tìm tập xác định của hàm số $f(x)=2017\sqrt{4+3x-x^2}-\dfrac{2018x}{\sqrt{2x^2-6x}}$.

Câu 2 (2,0 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{(x-m)(x+5)}$ xác định trên đoạn [-2;5].

Câu 3(2,0 điểm). Giả sử phương trình $x^2-mx-4=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{2(x_1+x_2)+7}{x_1^2+x_2^2}$.

Câu 4 (2,0 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m|x-2|+m|x+1|=m-3$ có nghiệm.

Câu 5 (2,0 điểm). Giải bất phương trình: $x^2-2x-3+\sqrt{x^2-1}\ge\sqrt{x^2+4x+3}$.

Câu 6 (2,0 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3(x^2+y^2)+\dfrac{1}{(x-y)^2}=2(10-xy)\\2x+\dfrac{1}{x-y}=5\end{cases}\quad(x,y\in\mathbb{R})$.

Câu 7 (2,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại C có $AB=4a, ACB=120^o$. Gọi M là điểm thay đổi sao cho $MA=3MB$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MC.

Câu 8 (2,0 điểm). Cho đường tròn (O) và 3 dây cung AA_1, BB_1, CC_1 cùng song song với nhau. Gọi H_1,H_2,H_3 lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC_1, BCA_1, CAB_1. Chứng minh ba điểm H_1,H_2, H_3 thẳng hàng.

-----------Hết-----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC **KÌ THI CHỌN HSG LỚP 10, 11 THPT NĂM HỌC 2017-2018**
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN 10 - THPT

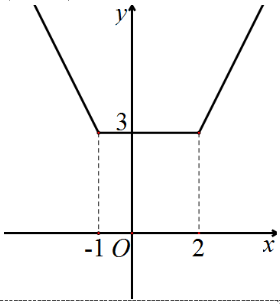
(Hướng dẫn chấm có 05 trang)

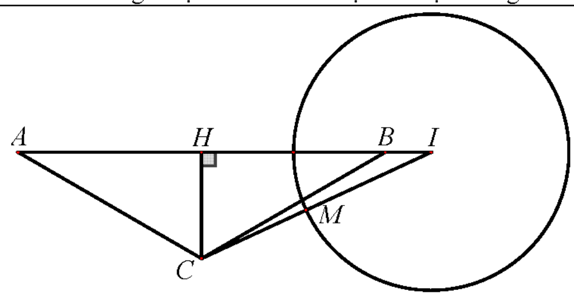
I. LƯU Ý CHUNG:

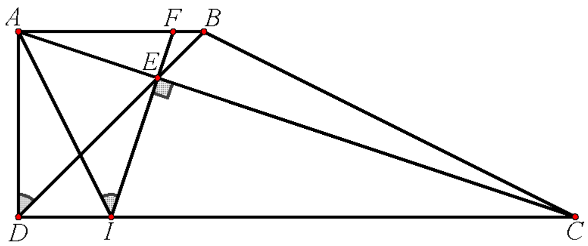
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,5 và không làm tròn.
- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

II. ĐÁP ÁN:

Câu	Nội dung trình bày	Điểm
1	Tìm tập xác định của hàm số $f(x)=2017\sqrt{4+3x-x^2}-\dfrac{2018x}{\sqrt{2x^2-6x}}$.	**2,0**
	Đk: $\begin{cases}4+3x-x^2\ge 0\\ 2x^2-6x>0\end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases}-1\le x\le 4\\ \left[\begin{array}{l}x>3\\ x<0\end{array}\right.\end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1\le x<0\\ 3<x\le 4\end{array}\right.$	0,5
	Vậy tập xác định của hàm số là: $D=[-1;0)\cup(3;4]$	0,5
2	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{(x-m)(x+5)}$ xác định trên đoạn $[-2;5]$.	**2,0**
	Hàm số xác định khi và chỉ khi $(x-m)(x+5)\ge 0$	0,5
	- Nếu $m\le -5$ thì hàm số xác định trên $(-\infty;m]\cup[-5;+\infty)$ nên nó xác định trên đoạn $[-2;5]$.	0,5
	- Nếu $m>-5$ thì hàm số xác định trên $(-\infty;-5]\cup[m;+\infty)$ nên nó xác định trên đoạn $[-2;5]$ khi và chỉ khi $m\le -2\Rightarrow -5<m\le -2$.	0,5
	Vậy với mọi $m\le -2$ thì hàm số xác định trên đoạn $[-2;5]$.	0,5
3	Giả sử phương trình $x^2-mx-4=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{2(x_1+x_2)+7}{x_1^2+x_2^2}$.	**2,0**
	Ta có $\Delta=m^2+16>0\ \forall m\in\mathbb{R}$ suy ra phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2. Theo Vi – ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m\\ x_1x_2=-4\end{cases}$	0,5
	Ta có $A=\dfrac{2(x_1+x_2)+7}{x_1^2+x_2^2}=\dfrac{2(x_1+x_2)+7}{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}=\dfrac{2m+7}{m^2+8}$	0,5
	$\Leftrightarrow Am^2-2m+8A-7=0\quad(*)$ TH$_1$: $A=0\Rightarrow m=-\dfrac{7}{2}$	0,5

	TH$_2$: $A \neq 0$ Để phương trình (*) có nghiệm thì $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -8A^2 + 7A + 1 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{8} \leq A \leq 1$ Vậy $A_{Max} = 1$ khi và chỉ khi $m = 1$.	0,5
4	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m\lvert x-2\rvert + m\lvert x+1\rvert = m-3$ có nghiệm.	**2,0**
	- Nếu $m = 0$ thì phương trình đã cho vô nghiệm	0,5
	- Nếu $m \neq 0$ phương trình đã cho tương đương với $\lvert x-2\rvert + \lvert x+1\rvert = \frac{m-3}{m}$. Xét hàm số $f(x) = \lvert x-2\rvert + \lvert x+1\rvert$, có đồ thị như hình vẽ sau: 	0,5
	Nghiệm của phương trình đã cho là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã vẽ $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{m-3}{m}$.	0,5
	Để phương trình đã cho có nghiệm: $\frac{m-3}{m} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{2m+3}{m} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{2} \leq m < 0$. Vậy $\frac{-3}{2} \leq m < 0$.	0,5
5	Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2-2x-3} + \sqrt{x^2-1} \geq \sqrt{x^2+4x+3}$.	**2,0**
	ĐK: $x \in (-\infty; -3] \cup \{-1\} \cup [3; +\infty)$. Dễ thấy $x = -1$ là một nghiệm của bất phương trình.	0,5
	- Nếu $x \geq 3$ thì BPT $\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x-3)} + \sqrt{(x+1)(x-1)} \geq \sqrt{(x+1)(x+3)} \Leftrightarrow \sqrt{x-3} + \sqrt{x-1} \geq \sqrt{x+3}$ $\Leftrightarrow 2x - 4 + 2\sqrt{x^2-4x+3} \geq x + 3 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-4x+3} \geq 7 - x$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 7 \\ \begin{cases} 3 \leq x < 7 \\ 3x^2 - 2x - 37 \geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 7 \\ \begin{cases} 3 \leq x < 8 \\ \left[\begin{array}{l} x \geq \frac{1+4\sqrt{7}}{3} \\ x \leq \frac{1-4\sqrt{7}}{3} \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x \geq \frac{1+4\sqrt{7}}{3}$	0,5
	- Nếu $x \leq -3$ thì BPT $\Leftrightarrow \sqrt{(-x-1)(-x+3)} + \sqrt{(-x-1)(1-x)} \geq \sqrt{(-x-1)(-x-3)}$ $\Leftrightarrow \sqrt{3-x} + \sqrt{1-x} \geq \sqrt{-x-3} \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-4x+3} \geq x - 7$ luôn đúng do $x \leq -3$, vậy mọi $x \leq -3$ đều là nghiệm.	0,5
	KL: Tập nghiệm của BPT là $D = (-\infty; -3] \cup \{-1\} \cup \left[\frac{1+4\sqrt{7}}{3}; +\infty\right)$.	0,5

6	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\left(x^2+y^2\right)+\dfrac{1}{(x-y)^2}=2(10-xy) \\ 2x+\dfrac{1}{x-y}=5 \end{cases}$ $\quad (x,y\in\mathbb{R})\ (I).$	**2,0**
	Đk: $x\neq y$ Hệ phương trình (I) tương đương $\begin{cases} 2(x+y)^2+(x-y)^2+\dfrac{1}{(x-y)^2}=20 \\ (x+y)+(x-y)+\dfrac{1}{x-y}=5 \end{cases}$	0,5
	Đặt $\begin{cases} x+y=a \\ x-y+\dfrac{1}{x-y}=b \end{cases}$ suy ra hệ (I) trở thành $\begin{cases} 2a^2+b^2=22 \\ a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases} \\ \begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ b=\dfrac{14}{3} \end{cases} \end{array}\right.$	0,5
	Với $\begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x-y+\dfrac{1}{x-y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$	0,5
	Với $\begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ b=\dfrac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\dfrac{1}{3} \\ x-y+\dfrac{1}{x-y}=\dfrac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=\dfrac{1}{3} \\ x-y=\dfrac{7+2\sqrt{10}}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x+y=\dfrac{1}{3} \\ x-y=\dfrac{7-2\sqrt{10}}{3} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\dfrac{4+\sqrt{10}}{3} \\ y=\dfrac{-3-\sqrt{10}}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\dfrac{4-\sqrt{10}}{3} \\ y=\dfrac{-3+\sqrt{10}}{3} \end{cases} \end{array}\right.$ Vậy hệ phương trình (I) có nghiệm $(x;y)$ là $(2;1);\left(\dfrac{4+\sqrt{10}}{3};\dfrac{-3-\sqrt{10}}{3}\right);\left(\dfrac{4-\sqrt{10}}{3};\dfrac{-3+\sqrt{10}}{3}\right)$	0,5
7	Cho tam giác ABC cân tại C có $AB=4a, \widehat{ACB}=120°$. Gọi M là điểm thay đổi sao cho $MA=3MB$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MC.	**2,0**
		

	Ta có $MA=3MB\Leftrightarrow MA^2=9MB^2\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2=9\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$ $8MI^2=IA^2-9IB^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}-9\overrightarrow{IB}\right)\ (*)$	0,5
	Lấy điểm I sao cho $\overrightarrow{IA}=9\overrightarrow{IB}\Rightarrow IB=\dfrac{a}{2},IA=\dfrac{9a}{2}$ Khi đó $(*)\Leftrightarrow IM^2=\dfrac{1}{8}\left(IA^2-9IB^2\right)=\dfrac{9a^2}{4}$	0,5
	Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn tâm I, bán kính $R=\dfrac{3a}{2}$ Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow IC=\sqrt{CH^2+IH^2}=\dfrac{a\sqrt{273}}{6}$	0,5
	Do $IC>R\Rightarrow$ độ dài đoạn thẳng CM nhỏ nhất khi M là giao điểm của đoạn thẳng IC và đường tròn $(I;R)$, hay $CM=IC-R=\sqrt{OI^2+OC^2}-R=\dfrac{\left(\sqrt{273}-9\right)a}{6}$.	0,5
8	Cho đường tròn (O) và 3 dây cung AA_1,BB_1,CC_1 cùng song song với nhau. Gọi H_1,H_2,H_3 lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC_1,BCA_1,CAB_1. Chứng minh ba điểm H_1,H_2,H_3 thẳng hàng.	**2,0**
	$\overrightarrow{OH_1}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC_1}$ $\overrightarrow{OH_2}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OA_1}$ $\overrightarrow{OH_3}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB_1}$	0,5
	Suy ra $\overrightarrow{H_1H_2}=\overrightarrow{OH_2}-\overrightarrow{OH_1}=\overrightarrow{OA_1}-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OC_1}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{C_1C}$	0,5
	$\overrightarrow{H_1H_3}=\overrightarrow{OH_3}-\overrightarrow{OH_1}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OC_1}+\overrightarrow{OB_1}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{BB_1}$	0,5
	Vì AA_1,BB_1,CC_1 song song nên $\overrightarrow{AA_1},\overrightarrow{BB_1},\overrightarrow{CC_1}$ cùng phương nên $\overrightarrow{H_1H_2}$ và $\overrightarrow{H_1H_3}$ cùng phương. Suy ra H_1,H_2,H_3 thẳng hàng.	0,5
9	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $AB=AD=\dfrac{1}{3}CD$. Giao điểm của AC và BD là $E(3;-3)$, điểm $F(5;-9)$ thuộc cạnh AB sao cho $AF=5FB$. Tìm tọa độ đỉnh D, biết rằng đỉnh A có tung độ âm.	**2,0**
		
	Gọi $I=EF\cap CD$. Ta sẽ chứng minh tam giác EAI vuông cân tại E. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b}$. Khi đó $\left\|\vec{a}\right\|=\left\|\vec{b}\right\|$ và $\vec{a}.\vec{b}=0$. Ta có $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\vec{b}+3\vec{a}$. $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AF}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\dfrac{5}{6}\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{4}\left(\vec{b}+3\vec{a}\right)-\dfrac{5}{6}\vec{a}=\dfrac{1}{12}\left(3\vec{b}-\vec{a}\right)$	0,5

	Suy ra $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{FE}=\frac{1}{12}\left(3\left\|\vec{b}\right\|^2-3\left\|\vec{a}\right\|^2\right)=0$. Do đó $AC\perp EF$. (1) Từ (1) suy ra tứ giác $ADIE$ nội tiếp. Suy ra $\widehat{AIE}=\widehat{ADE}=45°$. (2) Từ (1) và (2) suy ra tam giác EAI vuông cân tại E.	0,5
	Ta có $\overrightarrow{n_{AC}}=\overrightarrow{EF}(2;-6)$ nên $AC: x-3y-12=0\Rightarrow A(3a+12;a),\ (a<0)$ Ta có $\Delta EIC\sim\Delta EFA$ và $\Delta ECD\sim\Delta EAB$ Theo định lý Talet ta có $\frac{EI}{EF}=\frac{EC}{EA}=\frac{CD}{AB}=3\Rightarrow\overrightarrow{EI}=3\overrightarrow{FE}\Rightarrow I(-3;15)$	0,5
	Khi đó $EA=EI\Leftrightarrow(3a+9)^2+(a+3)^2=360\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=3\ (l)\\a=-9\end{array}\right.$. Suy ra $A(-15;-9)$ Ta có $\overrightarrow{AF}(20;0)$ nên $AD: x=-15\Rightarrow CD: y=15$. Do đó $D(-15;15)$.	0,5
10	Cho các số thực dương x,y thỏa mãn: $x+y+1=3xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\frac{3x}{y(x+1)}+\frac{3y}{x(y+1)}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}$.	**2,0**
	Ta có: $P=\frac{3x^2(y+1)+3y^2(x+1)}{xy(x+1)(y+1)}-\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}=\frac{3xy(x+y)+3x^2+3y^2}{xy(xy+x+y+1)}-\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$ $=\frac{3xy(x+y)-(x^2+y^2)}{4x^2y^2}$	0,5
	Đặt $t=xy, t>0$. Từ $x+y+1=3xy\Rightarrow 3t\ge 2\sqrt{t}+1$ $\Leftrightarrow(3\sqrt{t}+1)(\sqrt{t}-1)\ge 0\Leftrightarrow t\ge 1$	0,5
	Khi đó $P=\frac{5t-1}{4t^2}=\frac{3}{4t}+\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2t}-\frac{1}{2}\right)^2$	0,5
	Do $t\ge1\Rightarrow P\le1$. Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 1 khi $t=1\Leftrightarrow\begin{cases}xy=1\\x+y=2\end{cases}\Leftrightarrow x=y=1$	0,5

----------------Hết----------------