

ỨNG DỤNG CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỂ GIẢI QUYẾT CÁC BÀI TẬP VẬT LÝ 10

Chủ đề 1: ĐỘNG LƯỢNG – ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

Dạng 1: Xác định động lượng của vật, hệ vật

Phương pháp giải

+ Động lượng của vật: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

+ Động lượng của hệ: $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots$

Bài 1: Tìm tổng động lượng (hướng và độ lớn) của hệ hai vật $m_1 = 1\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$, $v_1 = v_2 = 2\text{m/s}$. Biết hai vật chuyển động theo các hướng:

a) ngược nhau.

b) vuông góc nhau.

c) hợp với nhau góc 60° .

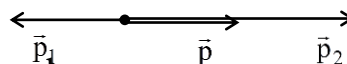
Giải: Chọn hệ khảo sát: Hai vật.

– Tổng động lượng của hệ: $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

với: + \vec{p}_1 cùng hướng với \vec{v}_1 , độ lớn: $p_1 = m_1 v_1 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ kg.m/s}$.

+ \vec{p}_2 cùng hướng với \vec{v}_2 , độ lớn: $p_2 = m_2 v_2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ kg.m/s}$.

$\Rightarrow p_1 < p_2$



a) Hai vật chuyển động theo hướng ngược nhau

Vì \vec{v}_1 ngược hướng với \vec{v}_2 nên \vec{p}_1 ngược hướng với \vec{p}_2 và $p_1 < p_2$ nên:

$p = p_2 - p_1 = 4 - 2 = 2 \text{ kg.m/s}$ và \vec{p} cùng hướng \vec{p}_2 , tức là cùng hướng \vec{v}_2 .

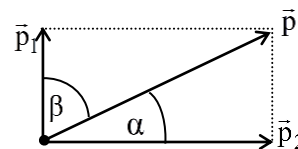
b) Hai vật chuyển động theo hướng vuông góc nhau

Vì \vec{v}_1 vuông góc với \vec{v}_2 nên \vec{p}_1 vuông góc với \vec{p}_2

ta có: $p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = 4,5 \text{ kg.m/s}$

và $\tan \alpha = \frac{p_1}{p_2} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 26^\circ 33'$.

$\Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha = 27^\circ 27'$.



Vậy: \vec{p} có độ lớn $p = 4,5 \text{ kg.m/s}$ và hợp với \vec{v}_2 và \vec{v}_1 các góc $26^\circ 33'$ và $27^\circ 27'$.

c) Hai vật chuyển động theo hướng hợp với nhau góc 60°

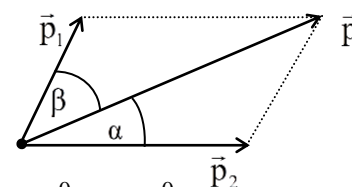
Áp dụng định lí cosin ta có: $p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \cos 60^\circ}$

$\Rightarrow p = 5,3 \text{ kg.m/s}$

và $\cos \alpha = 0,9455 \Rightarrow \alpha = 19^\circ$.

$\Rightarrow \beta = 60^\circ - \alpha = 41^\circ$

Vậy: \vec{p} có độ lớn $p = 5,3 \text{ kg.m/s}$ và hợp với \vec{v}_2 và \vec{v}_1 các góc 19° và 41° .



Bài 2. Một vật khối lượng $m = 1\text{kg}$ chuyển động tròn đều với vận tốc $v = 10\text{m/s}$.
Tính độ biến thiên động lượng của vật sau

a) 1/4 chu kì.

b) 1/2 chu kì.

c) cả chu kì

Giải:

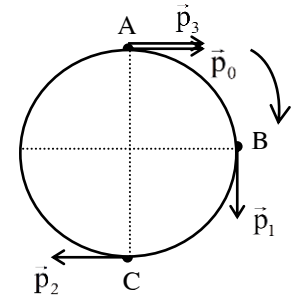
+ Ban đầu vật ở A và có động lượng \vec{p}_0 :

$$p_0 = mv = 1.10 = 10 \text{ kg.m/s.}$$

+ Sau 1/4 chu kì vật đến B và có động lượng \vec{p}_1 vuông góc với \vec{p}_0 .

+ Sau 1/2 chu kì vật đến C và có động lượng \vec{p}_2 ngược hướng với \vec{p}_0 .

+ Sau cả chu kì vật đến D và có động lượng \vec{p}_3 cùng hướng với \vec{p}_0 .

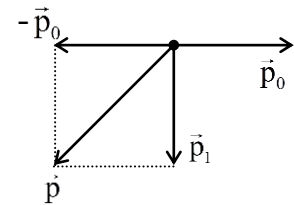


Vì vật chuyển động tròn đều nên: $p_3 = p_2 = p_1 = p_0 = 10 \text{ kg.m/s}$

a) Sau 1/4 chu kì

Ta có: $\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0 = \vec{p}_1 + (-\vec{p}_0)$

Vì \vec{p}_1 vuông góc với \vec{p}_0 : $\Delta p = p_0 \cdot \sqrt{2} = 10 \cdot \sqrt{2} \text{ (kgm/s)}$.



b) Sau 1/2 chu kì

Ta có: $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_0 = \vec{p}_2 + (-\vec{p}_0)$

Vì $\vec{p}_2 \uparrow \downarrow \vec{p}_0$ nên: $\Delta p = 2 \cdot p_0 = 20 \text{ (kgm/s)}$

c) Sau cả chu kì

Ta có: $\Delta\vec{p} = \vec{p}_3 - \vec{p}_0 = \vec{p}_3 + (-\vec{p}_0) = \vec{0} \Rightarrow \Delta p = 0$

Dạng 2: Mối quan hệ giữa xung lượng và độ biến thiên động lượng

Phương pháp giải

Bài toán tính xung lượng của vật chính là đi tìm độ biến thiên động lượng và xung của lực tác dụng lên vật. Để giải các bài toán dạng này cần xác định và vẽ chính xác vector động lượng của vật lúc trước và lúc sau.

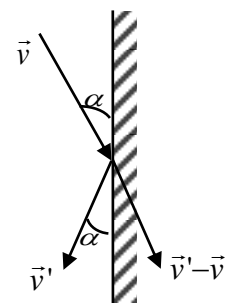
Chú ý rằng, ta chỉ tìm được lực trung bình vì trong khoảng thời gian Δt rất nhỏ lực \vec{F} vẫn có thể thay đổi.

Bài 1: Một viên đạn khối lượng 10 g đang bay với vận tốc 600 m/s thì gặp một bức tường. Đạn xuyên qua tường trong thời gian $\frac{1}{1000} \text{ s}$. Sau khi xuyên qua tường, vận tốc của đạn còn 200 m/s. Tính lực cản của tường tác dụng lên đạn.

Giải:

Ta có: $\Delta P = -m(v_1 - v_2) = F\Delta t \Rightarrow F = -\frac{m(v_1 - v_2)}{\Delta t} = -400 \text{ N}$

Bài 2: Một quả bóng khối lượng $m = 200 \text{ g}$, đang bay với vận tốc $v = 20 \text{ m/s}$ thì đập vào bức tường thẳng đứng theo phương nghiêng một góc α so với mặt tường. Biết rằng vận tốc của quả bóng ngay sau khi bật trở lại là $v' = 20 \text{ m/s}$ và cũng nghiêng với tường một góc α . Tìm độ biến thiên động lượng của quả bóng và lực trung bình do bóng tác dụng lên tường nếu thời gian va chạm là $\Delta t = 0,5 \text{ s}$. Xét trường hợp:



a) $\alpha = 30^\circ$

b) $\alpha = 90^\circ$

Giải:

Độ biến thiên động lượng của quả bóng là: $\Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p} = m(\vec{v}' - \vec{v})$

Trong đó: $v = v' = 20m/s$

Ta biểu diễn các vector $\vec{v}, \vec{v}', \vec{v}' - \vec{v}$ như hình vẽ. Ta thấy rằng, vì $v' = v$ và đều hợp với tường một góc α nên vector $\vec{v}' - \vec{v}$ sẽ vuông góc với mặt tường và hướng từ trong ra ngoài, có độ lớn: $|\vec{v}' - \vec{v}| = 2v \sin \alpha$

Và
$$\Delta p = 2m \sin \alpha \quad (1)$$

Áp dụng công thức $\Delta \vec{p} = F \Delta t$ ta tìm được lực \vec{F} do tường tác dụng lên quả bóng cùng hướng với $\Delta \vec{p}$ và có độ lớn: $F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{2mv \sin \alpha}{\Delta t} \quad (2)$

Theo định luật III Newton, lực trung bình \vec{F}_{tb} do bóng tác dụng lên tường sẽ có phương vuông góc với mặt tường và hướng vào phía tường, có độ lớn:

$$F_{tb} = F = \frac{2mv \sin \alpha}{\Delta t} \quad (3)$$

a) Trường hợp $\alpha = 30^\circ$: Thay số vào các công thức (1), (2), (3) ta tìm được:

$$\Delta p = 4kgm/s, F_{tb} = 8N$$

b) Trường hợp $\alpha = 90^\circ$: $\Delta p = 8kgm/s, F_{tb} = 16N$

Bài 3. Một người đứng trên thanh trượt của xe trượt tuyết chuyển động ngang, cứ mỗi 3s người đó lại đẩy xuống tuyết một cái với xung lượng (xung của lực) 60 kgm/s. Biết khối lượng người và xe trượt là $m = 80$ kg, hệ số ma sát nghỉ bằng hệ số ma sát trượt (bằng hệ số ma sát nghỉ) $\mu = 0,01$. Tìm vận tốc xe sau khi bắt đầu chuyển động 15 s

Giải:

Cách 1: Chọn hệ khảo sát: Xe và người, chọn chiều dương theo chiều chuyển động của xe và người.

Lực phát động trung bình do mặt tuyết tác dụng lên xe và người:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 20(N)$$

Lực ma sát do mặt tuyết tác dụng lên xe và người

$$F_{ms} = \mu mg = 0,01.80.10 = 8(N)$$

Gia tốc trung bình của xe: $a = \frac{F - F_{ms}}{m} = 0,15 (m/s^2)$

Vận tốc của xe sau khi chuyển động được 15s: $v = at = 0,15.15 = 2,25 m/s$.

Vậy: Vận tốc của xe sau khi chuyển động được 15s là 2,25 m/s.

Cách 2:

Lực ma sát do mặt tuyết tác dụng lên xe và người

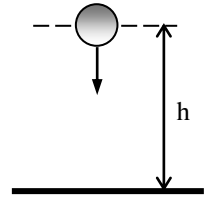
$$F_{ms} = \mu mg = 0,01.80.10 = 8N$$

Xung lượng của lực ma sát $-F_{ms} \cdot \Delta t = -8.15 = 120$ (N.s)

Tổng xung lượng tác dụng lên xe sau 15s: $60 \cdot \frac{15}{3} - 8.15 = 180$ (N.s)

Mà: $\Delta P = m(v - v_0) = F \Delta t = m.v \Rightarrow v = \frac{F \cdot \Delta t}{m} = 2,25$ m/s

Bài 4. Hòn bi thép $m = 100$ g rơi tự do từ độ cao $h = 5$ m xuống mặt phẳng ngang. Tính độ biến thiên động lượng của bi ngay trước và sau va chạm nếu sau va chạm



a) viên bi bật lên với vận tốc cũ.

b) viên bi dính chặt với mặt phẳng ngang.

c) trong câu a, thời gian va chạm $t = 0,1$ s. Tính lực tương tác trung bình giữa bi và mặt phẳng ngang

Giải:

Chọn vật khảo sát: Hòn bi. Ta có, trước va chạm:

$$v = \sqrt{2 \cdot gh} = 10 \text{ (m/s)}; \quad p = mv = 0,1 \cdot 10 = 1 \text{ kg.m/s}$$

a) Sau va chạm viên bi bật lên với vận tốc cũ

ta có: $\vec{\Delta p} = \vec{p}' - \vec{p} \Rightarrow \Delta p = 2 \cdot p = 2$ (kg.m/s)

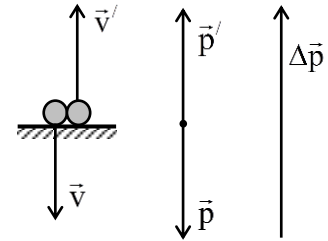
b) Sau va chạm viên bi dính chặt với mặt phẳng ngang

Vì $v' = 0$ nên $p' = 0 \Rightarrow |\Delta p| = p = 1$ kg.m/s.

c) Lực tương tác trung bình sau va chạm (theo câu a)

$$\text{Ta có: } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2}{0,1} = 20 \text{ N}$$

Vậy: Lực tương tác trung bình sau va chạm là $F = 20$ N.



Dạng 3. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ kín

Phương pháp giải

Để giải các bài tập dạng này, thông thường ta làm theo các bước như sau:

- Xác định hệ vật cần khảo sát và lập luận để thấy rằng hệ vật là một hệ kín.
- Viết định luật dưới dạng vector.
- Chiếu phương trình vector lên phương chuyển động của vật
- Tiến hành giải toán để suy ra các đại lượng cần tìm.

Những lưu ý khi giải các bài toán liên quan đến định luật bảo toàn động lượng:

a) Trường hợp các vector động lượng thành phần (hay các vector vận tốc thành phần) cùng phương, thì biểu thức của định luật bảo toàn động lượng được viết lại:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2.$$

Trong trường hợp này ta cần quy ước chiều dương của chuyển động.

- Nếu vật chuyển động theo chiều dương đã chọn thì $v > 0$;
- Nếu vật chuyển động ngược với chiều dương đã chọn thì $v < 0$.

b) Trường hợp các vector động lượng thành phần (hay các vector vận tốc thành phần) không cùng phương, thì ta cần sử dụng hệ thức vector: $\vec{p}_s = \vec{p}_t$ và biểu diễn trên hình vẽ. Dựa vào các tính chất hình học để tìm yêu cầu của bài toán.

Bài 1: Một người có khối lượng $m_1 = 50\text{kg}$ đang chạy với vận tốc $v_1 = 3\text{m/s}$ thì nhảy lên một toa goòng khối lượng $m_2 = 150\text{kg}$ chạy trên thanh ray nằm ngang song song ngang qua người đó với vận tốc $v_2 = 2\text{m/s}$. Giả thiết bỏ qua ma sát, tính vận tốc của toa goòng sau khi người đó nhảy lên, nếu ban đầu toa goòng và người chuyển động

a) Cùng chiều

b) Ngược chiều

Giải

Xét hệ gồm toa xe và người. Khi người nhảy lên toa goòng với vận tốc v_1 . Ngoại lực tác dụng lên hệ là trọng lực \vec{P} và phản lực đàn hồi \vec{N} , các lực này có phương thẳng đứng. Vì các vật trong hệ chuyển động theo phương ngang nên các ngoại lực sẽ cân bằng nhau. Như vậy hệ *toa xe + người* được coi là hệ kín.

Chọn trục tọa độ Ox nằm ngang, chiều dương theo chiều chuyển động của toa goòng.

Gọi v' là vận tốc của hệ sau khi người nhảy lên xe. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}' \quad (1)$$

a) *Trường hợp 1* : Ban đầu người và toa chuyển động cùng chiều.

Chiều (1) lên trục Ox ta được :

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) v' \\ \Rightarrow v' &= \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{50 \cdot 3 + 150 \cdot 2}{50 + 150} = 2,25 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$v' > 0$: Hệ tiếp tục chuyển động theo chiều cũ với vận tốc 2,25m/s.

b) *Trường hợp 2* : Ban đầu người và toa chuyển động ngược chiều nhau.

Chiều (1) lên trục Ox: $-m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$

$$\Rightarrow v' = \frac{-m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{-50 \cdot 3 + 150 \cdot 2}{50 + 150} = 0,75 \text{ m/s}$$

$v' > 0$: Hệ tiếp tục chuyển động theo chiều cũ với vận tốc 0,75m/s.

Bài 2. Một người khối lượng $m_1 = 60\text{kg}$ đứng trên một xe goòng khối lượng $m_2 = 140\text{kg}$ đang chuyển động trên đường ray với vận tốc $V = 3 \text{ m/s}$, nhảy xuống đất với vận tốc $v_0 = 2\text{m/s}$ đối với toa. Bỏ qua mọi lực cản, tính vận tốc của xe goòng sau khi người đó nhảy xuống trong các trường hợp sau

a) \vec{v}_0 cùng hướng với \vec{V} ;

b) \vec{v}_0 ngược hướng với \vec{V} ;

c) $\vec{v}_0 \perp \vec{V}$;

Giải:

Chọn hệ khảo sát: **xe + người**. Vì ngoại lực cân bằng nên hệ khảo sát là hệ kín.

Gọi \vec{v}_1 , \vec{v}_2 là vận tốc của người và xe đối với đất sau khi nhảy.

Vận tốc của người đối với đất ngay sau khi nhảy: $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{V}$

Theo định luật bảo toàn động lượng (xét trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất):

$$(m_1 + m_2)\vec{V} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1(\vec{v}_0 + \vec{V}) + m_2\vec{v}_2$$

a) \vec{v}_0 cùng hướng với \vec{V}

$$(m_1 + m_2)V = m_1.(v_0 + V) + m_2.v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{(m_1 + m_2)V - m_1.(v_0 + V)}{m_2} \approx 2,14m / s$$

b) \vec{v}_0 ngược hướng với \vec{V}

$$(m_1 + m_2)V = m_1.(-v_0 + V) + m_2.v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{(m_1 + m_2)V - m_1.(-v_0 + V)}{m_2} \approx 3,86m / s$$

c) $\vec{v}_0 \perp \vec{V}$

$$(m_1 + m_2)\vec{V} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1(\vec{v}_0 + \vec{V}) + m_2\vec{v}_2$$

Chiều lên theo phương chuyển động

$$(m_1 + m_2).V = m_1.V + m_2.v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{m_2.V}{m_2} = 3m / s$$

(Chú ý xe goòng chỉ chuyển động trên thanh ray của nó)

Bài 3: Một khí cầu có khối lượng $M = 150$ kg, treo một thang dây khối lượng không đáng kể, trên thang có một người khối lượng $m = 50$ kg. Khí cầu đang nằm yên, người đó leo thang lên trên với vận tốc $v_0 = 2$ m/s đối với thang. Tính vận tốc của khí cầu và người đối với đất. Bỏ qua sức cản của không khí.

Giải:

Chọn hệ khảo sát: Khí cầu (có gắn thang) + người.

Trọng lực của hệ cân bằng với lực đẩy Ac-si-mét và bỏ qua lực cản của không khí nên ngoại lực cân bằng, hệ khảo sát là hệ kín.

Gọi: + \vec{v}_0 là vận tốc của người đối với khí cầu.

+ \vec{v}_1 là vận tốc của khí cầu đối với đất.

+ \vec{v}_2 là vận tốc của người đối với đất.

Theo công thức cộng vận tốc ta có vận tốc của người đối với đất:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_0 \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ (xét trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất):

$$m.\vec{v}_0 + M.\vec{v}_1 = \vec{0} \Rightarrow m.(\vec{v}_1 + \vec{v}_0) + M.\vec{v}_1 = \vec{0} \quad (2)$$

Chọn chiều dương thẳng đứng hướng lên: $v_0 > 0$. Từ (2) suy ra:

$$m(v_0 + v_1) + Mv_1 = 0 \Rightarrow v_1 = -\frac{m.v_0}{m + M} < 0$$

Vậy: Khí cầu đi xuống với vận tốc có độ lớn bằng $|v_1| = \frac{m.v_0}{m + M} = 0,5$ m/s.

Người đi lên với vận tốc có độ lớn bằng suy ra:

$$v_{10} = v_0 + v_1 \Rightarrow v_2 = v_0 + \left(-\frac{m.v_0}{m+M}\right) = \frac{M.v_0}{m+M} = 1,5m/s > 0$$

Bài 4: Một chiếc thuyền dài $L = 4m$, khối lượng $M = 150kg$ và một người khối lượng $m=50kg$ trên thuyền. Ban đầu thuyền và người đều đứng yên trên nước yên lặng. Người đi với vận tốc đều từ đầu này đến đầu kia của thuyền. Bỏ qua mọi lực cản. Xác định chiều và độ dịch chuyển của thuyền.

Giải:

Hệ khảo sát: người +thuyền

Trọng lực của hệ cân bằng với lực đẩy Ac-si-mét và bỏ qua lực cản nên ngoại lực cân bằng, hệ khảo sát là hệ kín.

+ \vec{v}_0 là vận tốc của người đối với thuyền.

+ \vec{v}_1 là vận tốc của thuyền đối với đất.

+ \vec{v}_2 là vận tốc của người đối với đất.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ (xét trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất):

$$m.\vec{v}_2 + M.\vec{v}_1 = \vec{0} \Rightarrow m.(\vec{v}_1 + \vec{v}_0) + M.\vec{v}_1 = \vec{0} \quad (2)$$

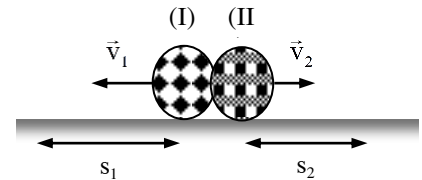
Chọn chiều dương thẳng đứng hướng lên: $v_0 > 0$. Từ (2) suy ra:

$$m(v_0 + v_1) + Mv_1 = 0 \Rightarrow v_1 = -\frac{m.v_0}{m+M} < 0$$

Vậy thuyền chuyển động theo chiều ngược lại

$$\text{Độ dịch chuyển của thuyền: } s = \frac{L}{v_0} \cdot |v_1| = \frac{L.m}{M+m} = 1(m)$$

Bài 5. Hai quả bóng khối lượng $m_1 = 50g$, $m_2 = 75g$ ép sát vào nhau trên mặt phẳng ngang. Khi buông tay, quả bóng I lăn được $3,6m$ thì dừng. Hỏi quả bóng II lăn được quãng đường bao nhiêu? Biết hệ số ma sát lăn giữa bóng và mặt sàn là như nhau cho cả hai bóng.



Giải.

- Khi ép sát hai quả bóng vào nhau thì hai quả bóng bị biến dạng làm xuất hiện lực đàn hồi giữa chúng. Sau khi buông tay thì hai quả bóng tương tác với nhau bởi lực đàn hồi. Sau thời gian (rất ngắn) tương tác thì chúng rời nhau và thu vận tốc ban đầu lần lượt là \vec{v}_1 và \vec{v}_2 .

- Hai quả bóng đặt trên mặt phẳng ngang: trọng lực của chúng và phản lực của mặt phẳng ngang cân bằng nhau, hợp lực ma sát nghỉ tác dụng vào hệ bằng không nên hệ hai quả bóng là kín trong quá trình tương tác với nhau.

- Theo định luật bảo toàn động lượng ta có: $m_1.\vec{v}_1 + m_2.\vec{v}_2 = \vec{0}$

$$\text{Suy ra: } \left| \frac{v_1}{v_2} \right| = \frac{m_2}{m_1}$$

- Sau khi buông tay, hai quả bóng chuyển động chậm dần đều theo hai hướng ngược nhau dưới tác dụng của lực ma sát. Gọi μ là hệ số ma sát lăn giữa bóng và mặt sàn
 - Chọn chiều dương riêng cho mỗi quả bóng là chiều chuyển động của nó.
- Gia tốc của mỗi quả bóng là:

$$a_1 = -\frac{F_{ms1}}{m_1} = -\mu g; a_2 = -\frac{F_{ms2}}{m_2} = -\mu g$$

$$\Rightarrow a_1 = a_2 = -\mu g$$

Gọi s_1, s_2 lần lượt là quãng đường mỗi quả bóng đi được sau khi buông tay.

Ta có:
$$s_1 = \frac{-v_1^2}{2.a_1}; s_2 = \frac{-v_2^2}{2.a_2} \Rightarrow \frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

$$\Rightarrow s_2 = \frac{m_1^2}{m_2^2} . s_1 = 1,6(m)$$

Vậy: Sau khi buông tay quả bóng II lăn được quãng đường 1,6m.

Dạng 4: chuyển động bằng phản lực

Phương pháp giải

- Để giải các bài toán về chuyển động bằng phản lực, chỉ cần áp dụng định luật bảo toàn động lượng. Cần chú ý rằng, ban đầu hai phần của hệ có cùng vận tốc, sau đó chúng có vận tốc khác nhau (về hướng và độ lớn).

- Chuyển động của tên lửa

Trường hợp 1:

- Nhiên liệu cháy và phụt ra tức thời hoặc các phần của tên lửa tách rời khỏi nhau: $m\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

Chiếu lên phương chuyển động để thực hiện tính toán.

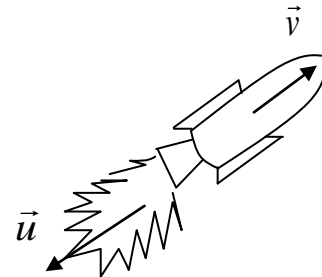
(Nếu cần, áp dụng công thức *cộng vận tốc*)

Trường hợp 2:

- Nhiên liệu cháy và phụt ra liên tục.

Áp dụng các công thức:

$$\begin{cases} * \vec{a} = -\frac{m}{M} \vec{u} \\ * \vec{F} = -m\vec{u} \\ * v = u \ln\left(\frac{M_0}{M}\right) \end{cases}$$



Bài 1. Một tên lửa khối lượng tổng cộng $m = 1$ tấn đang chuyển động theo phương ngang với vận tốc $v = 200$ m/s thì động cơ hoạt động. Từ trong tên lửa, một lượng nhiên liệu khối lượng $m_1 = 100$ kg cháy và phụt tức thời ra phía sau với vận tốc $v_1 = 700$ m/s.

- a) Tính vận tốc của tên lửa ngay sau đó.

b) Sau đó phần đuôi của tên lửa có khối lượng $m_d = 100 \text{ kg}$ tách ra khỏi tên lửa, vẫn chuyển động theo hướng cũ với vận tốc giảm còn $1/3$. Tính vận tốc phần còn lại của tên lửa.

Giải

Ta coi tên lửa như là một hệ kín ngay trước và sau khi hoạt động (nhiên liệu cháy). Áp dụng định luật bảo toàn động lượng.

a) Khi nhiên liệu cháy và phụt tức thời ra phía sau, vận tốc của tên lửa ngay sau đó là \vec{v}_2 . Ta có:

$$m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \quad (1)$$

Chọn trục tọa độ Ox có chiều dương trùng với chiều chuyển động ban đầu của tên lửa (chiều của vector vận tốc \vec{v}).

Chiếu (1) lên chiều dương đã chọn, suy ra: $m.v = -m_1.v_1 + m_2.v_2$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{mv + m_1v_1}{m_2} = 300 \text{ m/s} \quad (2)$$

Vậy ngay sau khi nhiên liệu cháy phụt ra phía sau, tên lửa tiếp tục chuyển động theo phương cũ với vận tốc 300 m/s .

b) Gọi \vec{v}_d là vận tốc của đuôi tên lửa, \vec{v}_d cùng hướng với \vec{v}_2 và có độ lớn:

$$v_d = \frac{v_2}{3} = 100 \text{ m/s}$$

Gọi \vec{v}_3 là vận tốc của phần tên lửa còn lại. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng khi phần đuôi bị tách ra, ta có:

$$m_2\vec{v}_2 = m_d\vec{v}_d + m_3\vec{v}_3 \quad (3)$$

Với m_3 là khối lượng của phần tên lửa còn lại, và có giá trị:

$$m_3 = m - m_1 - m_d = 800 \text{ kg}$$

Chiếu (3) lên chiều dương theo chiều của \vec{v}_2 , ta có: $m_2v_2 = m_dv_d + m_3v_3$

Suy ra: $v_3 = \frac{m_2v_2 - m_dv_d}{m_3} = 325 \text{ m/s}$

Vận tốc phần tên lửa còn lại là 325 m/s .

Bài 2: Từ một tàu chiến có khối lượng tổng cộng $M = 400$ tấn đang chuyển động theo phương ngang với vận tốc $V = 2 \text{ m/s}$ người ta bắn một phát đại bác về phía sau nghiêng một góc 30° với phương ngang, viên đạn có khối lượng $m = 50 \text{ kg}$ và bay với vận tốc $v = 400 \text{ m/s}$ đối với tàu. Tính vận tốc của tàu sau khi bắn. (Bỏ qua sức cản của nước và không khí).

Giải:

Hệ: **tàu chiến+đạn** là hệ cô lập theo phương ngang (tổng các lực tác dụng vào hệ theo phương ngang bằng không)

Gọi \vec{v}_1 là vận tốc của tàu chiến sau khi bắn.

Chọn trục Ox nằm ngang, chiều dương là chiều chuyển động của tàu chiến.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng trong hệ quy chiếu gắn với đất.

$$M.\vec{V}_{/Ox} = m.(\vec{v} + \vec{v}_1)_{/Ox} + (M - m).\vec{v}_1_{/Ox}$$

Chiếu lên theo phương Ox: $M.V = -mv.\cos\alpha + M.v_1$

$$\Rightarrow v_1 = V + \frac{m.v.\cos\alpha}{M} \approx 2,043m/s$$

Bài 3. Một tên lửa khối lượng vỏ 200kg, khối lượng nhiên liệu 100kg, bay thẳng đứng lên nhờ nhiên liệu cháy phụt toàn bộ tức thời ra sau với vận tốc 400 m/s. Tìm độ cao mà tên lửa đạt tới, biết sức cản của không khí làm giảm độ cao của tên lửa 5 lần.

Giải.

Chọn hệ khảo sát: “Tên lửa (vỏ + nhiên liệu)”. Trong quá trình phụt khí cháy thì nội lực lớn hơn rất nhiều so với ngoại lực nên hệ khảo sát là hệ kín trong suốt thời gian phụt khí.

Gọi m_1 và m_2 lần lượt là khối lượng của nhiên liệu và vỏ tên lửa; v_1 và v_2 lần lượt là độ lớn vận tốc của nhiên liệu và vỏ ngay sau khi phụt khí cháy.

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ (theo phương thẳng đứng), ta có:

$$\begin{aligned} m_1.\vec{v}_1 + m_2.\vec{v}_2 = \vec{0} &\Rightarrow -m_1.v_1 + m_2.v_2 = 0 \\ &\Rightarrow v_2 = \frac{m_1.v_1}{m_2} = 200m/s \end{aligned}$$

- Độ cao cực đại tên lửa đạt được nếu bỏ qua lực cản của không khí:

$$h = \frac{-v_2^2}{-2.g} = 2000m$$

- Độ cao cực đại tên lửa đạt được do có lực cản của không khí:

$$h' = \frac{h}{5} = \frac{2000}{5} = 400m.$$

Bài 4: Một tên lửa gồm vỏ có khối lượng $m_0 = 4$ tấn và khí có khối lượng $m = 2$ tấn. Tên lửa đang bay với vận tốc $v_0 = 100$ m/s thì phụt ra phía sau tức thời khối lượng khí nói trên. Tính vận tốc của tên lửa sau khi khí phụt ra với giả thiết vận tốc khí là:

a) $v_1 = 400m/s$ đối với đất.

b) $v_1 = 400m/s$ đối với tên lửa trước khi phụt khí.

c) $v_1 = 400m/s$ đối với tên lửa sau khi phụt khí

Giải:

Hệ: **vỏ tên lửa+ khí** là hệ kín (nội lực lớn hơn rất nhiều so với ngoại lực)

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng trong hệ quy chiếu gắn với đất:

a) $(m_0 + m).\vec{v}_0 = m\vec{v}_1 + m_0.\vec{v}_2$

$$\Rightarrow (m_0 + m).v_0 = -m.v_1 + m_0.v_2 \Rightarrow v_2 = v_0 + \frac{m}{m_0}.(v_0 + v_1) = 350m/s$$

b) $(m_0 + m).\vec{v}_0 = m(\vec{v}_1 + \vec{v}_0) + m_0.\vec{v}_2$

$$\Rightarrow m_0.v_0 = -m.v_1 + m_0.v_2 \Rightarrow v_2 = v_0 + \frac{m}{m_0}.v_1 = 300m/s$$

c) $(m_0 + m).\vec{v}_0 = m(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) + m_0.\vec{v}_2$

$$\Rightarrow (m_0 + m) \cdot v_0 = -m \cdot v_1 + (m + m_0) \cdot v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = v_0 + \frac{m \cdot v_1}{m + m_0} = 233,33m / s$$

Dạng 5: Bài toán nổ đạn

Bài 1: Một viên đạn pháo đang bay ngang với vận tốc $v_0 = 25 \text{ m/s}$ ở độ cao $h = 80 \text{ m}$ thì nổ, vỡ làm hai mảnh, mảnh 1 có khối lượng $m_1 = 2,5 \text{ kg}$, mảnh hai có $m_2 = 1,5 \text{ kg}$. Mảnh một bay thẳng đứng xuống dưới và rơi chạm đất với vận tốc $v_1' = 90 \text{ m/s}$. Xác định độ lớn và hướng vận tốc của mảnh thứ hai ngay sau khi đạn nổ. Bỏ qua sức cản của không khí. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Giải

Xét hệ gồm hai mảnh. Ngoại lực tác dụng lên hệ là trọng lực \vec{P} , trọng lực này không đáng kể so với lực tương tác giữa hai mảnh. Do đó hệ được coi là hệ kín.

Gọi \vec{v}_1, \vec{v}_2 lần lượt là vận tốc của mảnh 1 và mảnh 2 ngay sau khi vỡ.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ, ta có:

$$(m_1 + m_2) \vec{v}_0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad (1)$$

Theo đề bài: \vec{v}_1 có chiều thẳng đứng hướng xuống, \vec{v}_0 hướng theo phương ngang. Do đó ta có thể biểu diễn phương trình vectơ (1) như trên hình vẽ.

Theo đó:

$$m_2 v_2 = \sqrt{[(m_1 + m_2) v_0]^2 + m_1^2 v_1^2} \quad (2); \quad \tan \alpha = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2) v_0} \quad (3)$$

Để tính vận tốc của mảnh 1 ngay sau khi nổ ta áp dụng công thức:

$$v_1'^2 - v_1^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{v_1'^2 - 2gh} = \sqrt{90^2 - 2 \cdot 10 \cdot 80} = 80,62 \text{ m/s}$$

Từ (2) ta tính được:

$$v_2 = \frac{\sqrt{[(m_1 + m_2) v_0]^2 + m_1^2 v_1^2}}{m_2} \approx 150 \text{ m/s.}$$

Từ (3), ta có: $\tan \alpha = 2,015 \Rightarrow \alpha = 64^\circ$.

Như vậy ngay sau khi viên đạn bị vỡ, mảnh thứ 2 bay theo phương xiên lên trên hợp với phương ngang một góc 64° .

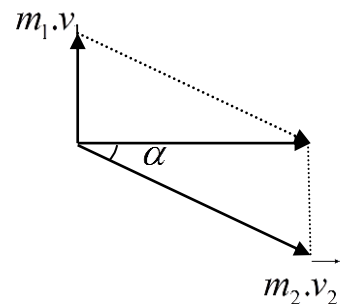
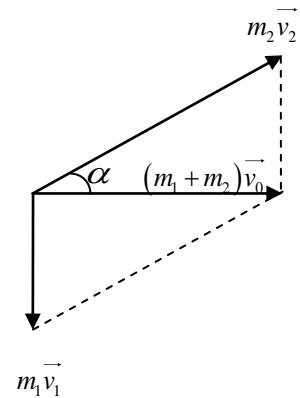
Bài 2: một mảnh đạn pháo đang bay ngang với vận tốc $v=300 \text{ m/s}$ thì nổ, vỡ thành hai mảnh có khối lượng $m_1=5 \text{ kg}$ và $m_2=15 \text{ kg}$. Mảnh nhỏ bay lên theo phương thẳng đứng với vận tốc $v_1=400 \cdot \sqrt{3} \text{ m/s}$. Hỏi mảnh to bay theo phương nào, với vận tốc bao nhiêu? Bỏ qua sức cản không khí.

Giải:

Hệ : hai mảnh đạn là hệ cô lập
(nội lực lớn hơn rất nhiều so với ngoại lực)

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ, ta có:

$$(m_1 + m_2) \vec{v}_0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$



$$\Rightarrow m_2 v_2 = \sqrt{[(m_1 + m_2)v]^2 + m_1^2 v_1^2}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 \cdot v^2 + m_1^2 \cdot v_1^2}}{m_2} \approx 461,88(m/s)$$

$$\text{Với: } \tan \alpha = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)v} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

CHỦ ĐỀ 2: ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG

Dạng 1. Định lý động năng

Phương pháp giải

Khi giải các bài tập áp dụng định lý động năng thông thường ta tiến hành theo các bước sau :

- Xác định các ngoại lực tác dụng lên vật
- Xác định vận tốc ở đầu và cuối đoạn đường dịch chuyển của vật
- Viết biểu thức động năng cho vật ở thời điểm đầu và thời điểm cuối
- Áp dụng định lý động năng để tìm các đại lượng theo yêu cầu của bài.

Với các bài toán dạng này, cần chú ý rằng :

- Chuyển động của vật không nhất thiết phải là chuyển động thẳng biến đổi đều. Do đó nếu bài toán chỉ cho biết chuyển động là *biến đổi* thì nên áp dụng *định lý động năng* để giải. Nếu bài cho chuyển động là chuyển động *biến đổi đều* thì còn có thể vận dụng *phương trình của chuyển động biến đổi* và *các công thức* để giải.

- Công cản luôn có giá trị âm.

Bài 1: Một vật có khối lượng $m = 2 \text{ kg}$ trượt qua A với vận tốc 2 m/s xuống dốc nghiêng AB dài 2 m , cao 1 m . Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Xác định công của trọng lực, công của lực ma sát thực hiện khi vật chuyển dời từ đỉnh dốc đến chân dốc.
- b) Xác định vận tốc của vật tại chân dốc B.
- c) Tại chân dốc B vật tiếp tục chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang BC dài 2 m thì dừng lại. Xác định hệ số ma sát trên đoạn đường BC này.

Giải:

- a) Xác định công $A_p; A_{ms}$ trên AB.

Ta có: $A_p = mgh = 2 \cdot 10 \cdot 1 = 20J$

$$A_{ms} = -\mu mgs \cdot \cos \alpha$$

Trong đó $\sin \alpha = \frac{h}{s} = 0,5 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Thay vào ta được: $A_{ms} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -20J$

- b) Xác định $v_B = ?$

$$\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = A_F + A_{ms} = 0 \Rightarrow v_B = v_A = 2m/s$$

c) Xét trên đoạn đường BC: Theo đề ta có $v_C = 0$

Theo định lí động năng:
$$A_{ms} = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) = -\frac{1}{2}mv_B^2 = -\mu' mg \cdot BC$$

$$\Rightarrow \mu' = \frac{m \cdot v_B^2}{2 \cdot m \cdot g \cdot BC} = 0,1$$

Bài 2. Ôtô khối lượng $m = 1$ tấn, ban đầu chuyển động trên đoạn đường AB = 100m nằm ngang, vận tốc xe tăng đều từ 0 đến 36 km/h. Biết lực cản trên đoạn đường AB bằng 1% trọng lượng xe.

a) Dùng định lí động năng tính công do động cơ thực hiện, suy ra công suất trung bình và lực kéo của động cơ trên đoạn đường AB.

b) Sau đó xe tắt máy, hãm phanh và đi xuống dốc BC dài 100m, cao 10m. Biết vận tốc xe ở chân dốc là 7,2 km/h.

Dùng định lí động năng tính công của lực cản và lực cản trung bình tác dụng lên xe trên đoạn đường BC

Giải

a) Xe chạy trên đường nằm ngang

Chọn chiều (+) là chiều chuyển động của xe.

– Các lực tác dụng vào xe: Trọng lực \vec{P} , phản lực \vec{Q} , lực kéo \vec{F} và lực cản \vec{F}_c .

– Vì \vec{P} , \vec{Q} vuông góc với phương chuyển động của xe nên $A_P = A_Q = 0$.

Gọi v là vận tốc của xe ở cuối đoạn đường nằm ngang AB.

Ta có: $v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s} > 0$.

– Theo định lí động năng: $A_F + A_{F_c} = \Delta W_d = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = \frac{1}{2}mv^2$

với $F_c = 0,01 \cdot mg \Rightarrow A_{F_c} = -F_c \cdot s = -0,01 \cdot mg \cdot s$

$$\Leftrightarrow A_F - 0,01mg \cdot s = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow A_F = \frac{1}{2}mv^2 + 0,01 \cdot mg \cdot s$$

$$\Rightarrow A_F = 60 \cdot 10^3 \text{ J} = 60 \text{ kJ}$$

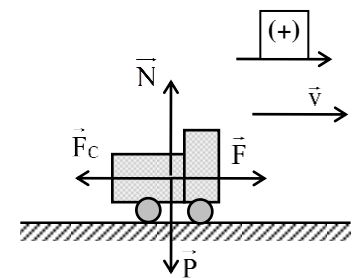
– Gia tốc của xe: $a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{10^2}{2 \cdot 100} = 0,5 \text{ (m/s}^2\text{)}$

– Thời gian chuyển động của xe: $t = \frac{v}{a} = 20 \text{ s}$.

– Công suất trung bình: $\bar{P} = \frac{A_F}{t} = 3000 \text{ W} = 3 \text{ kW}$.

Lực kéo của động cơ: $F = \frac{A_F}{s} = 600 \text{ N}$.

Vậy: Công do động cơ thực hiện là $A_F = 60 \text{ kJ}$, công suất trung bình và lực kéo của động cơ là $\bar{P} = 3 \text{ kW}$ và $F = 600 \text{ N}$.



b) Xe tắt máy xuống dốc

Lúc này, các lực tác dụng vào xe là: Trọng lực \vec{P} , phản lực \vec{Q} , lực cản \vec{F}_C .

Gọi v_1 là vận tốc của xe ở cuối dốc.

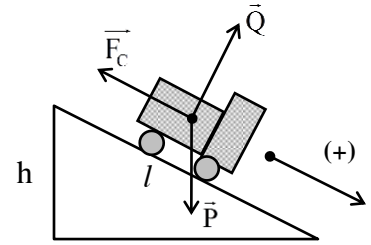
Ta có: $v_1 = 7,2 \text{ km/h} = 2 \text{ m/s} > 0$.

Theo định lí động năng:

$$\Delta W_d = A_p + A_Q + A_{ms}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m(v_C^2 - v_B^2) = m.gh + F_{ms} \Rightarrow F_{ms} = \frac{1}{2} m(v_C^2 - v_B^2) - m.gh$$

$$\Rightarrow A_{F_C} = -148.10^3 \text{ J} = -148 \text{ kJ}$$



– Lực cản trung bình: $F_c = \frac{A_{F_C}}{s} = \frac{-148.10^3}{100} = -1480 \text{ N}$

Vậy: Công của lực cản là $A_{F_C} = -148 \text{ J}$, lực cản trung bình $F_c = -1480 \text{ N}$ (dấu “-” chỉ lực cản ngược chiều dương, tức là ngược chiều chuyển động của xe).

Bài 3: Viên đạn khối lượng $m = 60 \text{ g}$ bay ra khỏi nòng súng với vận tốc 600 m/s . Biết nòng súng dài $0,8 \text{ m}$.

a) Tính động năng viên đạn khi rời nòng súng, lực đẩy trung bình của thuốc súng và công suất trung bình của mỗi lần bắn. Giả sử viên đạn chuyển động thẳng biến đổi đều trong nòng súng.

b) Sau đó viên đạn xuyên qua tấm gỗ dày 30 cm , vận tốc giảm còn 10 m/s . Coi động năng đạn trước khi đâm vào gỗ là không đổi. Tính lực cản trung bình của gỗ.

c) Đạn ra khỏi tấm gỗ ở độ cao $h = 15 \text{ m}$. Tính vận tốc đạn khi chạm đất. Bỏ qua lực cản của không khí.

d) Sau khi chạm đất, đạn lún sâu vào đất 10 cm . Tính lực cản trung bình của đất.

Bỏ qua tác dụng của trọng lực so với lực cản

Giải:

Chọn chiều dương theo chiều chuyển động của viên đạn.

Gọi v_1 là vận tốc của viên đạn khi ra khỏi nòng súng. Ta có: $v_1 = 600 \text{ m/s} > 0$.

a) Đạn chuyển động trong nòng súng

- Khi đạn chuyển động trong nòng súng thì trọng lực nhỏ hơn rất nhiều so với nội lực là lực đẩy của thuốc súng nên bỏ qua trọng lực. Suy ra chỉ có lực đẩy của thuốc súng sinh công.

- Gọi F_1 là lực đẩy của thuốc súng; s_1 là chiều dài của nòng súng. Động năng của đạn

khi rời nòng súng: $W_d = \frac{m.v_1^2}{2} = 10800 \text{ J} = 10,8 \text{ kJ}$

- Theo định lí động năng: $A_{F_1} = \Delta W_{1d} = \frac{1}{2} m v_1^2$.

- Lực đẩy trung bình của thuốc súng: $\bar{F}_1 = \frac{m.v_1^2}{2.s_1} = 13500 \text{ N}$

- Nếu coi chuyển động của viên đạn trong nòng súng là chuyển động biến đổi đều thì:

+ Vận tốc trung bình của đạn: $\bar{v}_1 = \frac{v_1 + 0}{2} = 300(m/s)$

+ Công suất trung bình của mỗi lần bắn: $\bar{P}_1 = \bar{F}_1 \cdot \bar{v}_1 = 4050000W = 4050kW$.

Vậy: Động năng viên đạn khi rời nòng súng là 10,8kJ, lực đẩy trung bình của thuốc súng và công suất trung bình của mỗi lần bắn là 13500N và 4050kW.

b) Đạn xuyên qua tấm ván

Gọi F_2 là lực cản của gỗ; s_2 là bề dày tấm ván; v_2 là vận tốc của viên đạn khi ra khỏi tấm ván ($v_2 = 10m/s > 0$). Bỏ qua trọng lực của viên đạn (rất nhỏ so với lực cản của gỗ) nên chỉ có lực cản của gỗ sinh công.

- Theo định lí động năng: $\Delta W_{2d} = \frac{1}{2}m.(v_2^2 - v_1^2) = A_{F_2}$

- Lực cản trung bình của gỗ: $\bar{F}_2 = \frac{A_{F_2}}{s_2} = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2.s_2} = -35990N$

Vậy: Lực cản trung bình của gỗ có độ lớn bằng 35990N (dấu “-” chỉ lực cản ngược chiều dương, tức là ngược chiều chuyển động của viên đạn).

c) Đạn bay trong không khí giống như một vật bị ném ngang

Gọi v_3 là vận tốc của viên đạn khi chạm đất: $v_3 = \sqrt{v_2^2 + 2.g.h} = 20m/s$

d) Đạn xuyên vào đất và dừng lại

Gọi v_3 là vận tốc của đạn khi dừng lại trong đất ($v_3 = 0$); s_3 là quãng đường đạn xuyên vào đất. Bỏ qua trọng lực của viên đạn (rất nhỏ so với lực cản của đất) nên chỉ có lực cản của đất sinh công.

- Theo định lí động năng: $\Delta W_{3d} = \frac{1}{2}m.(0^2 - v_3^2) = A_{F_3}$

- Lực cản trung bình của đất: $\bar{F}_2 = \frac{A_{F_2}}{s_3} = \frac{-m.v_3^2}{2.s_3} = -120N$

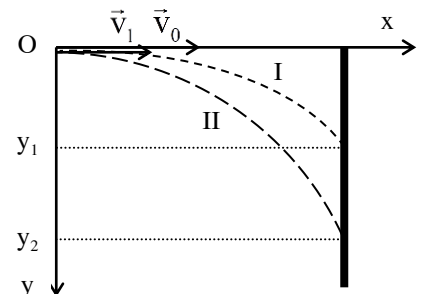
Vậy: Lực cản trung bình của đất có độ lớn bằng 120N (dấu “-” chỉ lực cản ngược chiều dương, tức là ngược chiều chuyển động của viên đạn).

Bài 4. Một người đặt súng theo phương ngang rồi lần lượt bắn hai phát vào một bức tường cách đầu súng khoảng $x = 60m$ theo phương ngang. Sau phát đạn 1, người ta đặt trước mũi súng một tấm gỗ mỏng thì thấy viên đạn 2 chạm tường ở điểm thấp hơn viên đạn 1 một khoảng $\ell = 1m$. Biết vận tốc ban đầu của đạn là $v_0 = 300 m/s$ và khối lượng đạn $m = 20g$. Tính công do đạn thực hiện khi xuyên qua miếng gỗ.

Giải:

Viên đạn thứ nhất chuyển động như vật bị ném ngang với vận tốc đầu v_0 .

- Gọi \bar{v}_1 là vận tốc sau khi ra khỏi tấm ván của viên đạn thứ 2. Vì tấm ván rất mỏng nên \bar{v}_1 chỉ thay đổi độ lớn mà coi như không đổi hướng so với \bar{v}_0 , tức là sau khi ra khỏi tấm ván thì viên đạn thứ 2 cũng chuyển động như vật bị ném ngang với vận tốc đầu v_1 .



- Gọi \vec{F} là lực do viên đạn tác dụng lên tấm gỗ và \vec{F}_C là lực do tấm gỗ tác dụng lên viên đạn.

+ Công của lực cản \vec{F}_C là: $\Delta W_d = A_{F_C}$

+ Công do đạn thực hiện là công của lực \vec{F} : $A_F = -A_{F_C} = -\Delta W_d$

$$\Rightarrow \Delta W_d = \frac{1}{2} m \cdot (v_1^2 - v_0^2) = A_{F_C} = -A_F \quad (1)$$

- Chọn hệ tọa độ như hình vẽ. Ta có:

+ Phương trình quỹ đạo của 2 viên đạn lần lượt là:

$$y_1 = \frac{g \cdot x_1^2}{2 \cdot v_0^2} \quad (2); \quad y_2 = \frac{g \cdot x_2^2}{2 \cdot v_1^2} \quad (3)$$

+ Khi 2 viên đạn chạm tường thì: $x_1 = x_2 = x; y_2 = y_1 + l$

+ Kết hợp với (2) và (3) ta được: $\frac{g \cdot x_2^2}{2 \cdot v_1^2} - \frac{g \cdot x_1^2}{2 \cdot v_0^2} = l$

$$g \cdot x^2 \cdot v_0^2 = (g \cdot x^2 + 2 \cdot l \cdot v_0^2) \cdot v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = \frac{g \cdot x^2 \cdot v_0^2}{g \cdot x^2 + 2 \cdot l \cdot v_0^2} \quad (4)$$

- Thay (4) vào (1) ta được: $A_F = \frac{m}{2} \left(v_0^2 - \frac{g \cdot x^2 \cdot v_0^2}{g \cdot x^2 + 2 \cdot l \cdot v_0^2} \right)$

$$\Rightarrow A_F = 750 \text{ J}$$

Vậy: Công do đạn thực hiện khi xuyên qua miếng gỗ là $A_F = 750 \text{ J}$

Dạng 2: Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng

Phương pháp giải

Khi áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cần:

- Xác định được biểu thức cụ thể của động năng và thế năng tại hai vị trí của vật. Thông thường hai vị trí thường chọn có động năng hoặc thế năng bằng không hoặc tại vị trí mà việc tính toán cơ năng là đơn giản.

- Chọn mốc thế năng sao cho việc tính thế năng của vật là dễ nhất.

- Định luật bảo toàn cơ năng được áp dụng đối với vật chỉ chịu tác dụng của trọng lực hoặc lực đàn hồi (lực thế).

Bài 1: Từ độ cao 10 m so với mặt đất, một vật được ném lên cao theo phương thẳng đứng với vận tốc đầu 5 m/s. Bỏ qua sức cản của không khí và lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a. Tính độ cao cực đại mà vật đạt được so với mặt đất.

b. Tính vận tốc của vật tại thời điểm vật có động năng bằng thế năng.

c. Tìm cơ năng toàn phần của vật, biết khối lượng của vật là $m = 200 \text{ g}$.

Giải:

Chọn gốc thế năng tại mặt đất

a) Tìm h_{\max}

Cơ năng tại vị trí ném A: $W_A = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A$

Gọi B là vị trí cao nhất mà vật đạt được: $v_B = 0$

⇒ Cơ năng của vật tại B :

$$W_B = W_{tB} = mgh_{max}$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng :

$$W_B = W_A \Leftrightarrow mgh_{max} = \frac{1}{2}v_A^2 + mgh_A$$

$$\Rightarrow h_{max} = \frac{v_A^2}{2g} + h_A = 1,25 + 10 = 11,25m$$

b) Tính vận tốc của vật tại thời điểm vật có động năng bằng thế năng

$$W_{đC} = W_{tC} \Rightarrow W_C = W_{đC} + W_{tC} = 2W_{đC}$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$W_C = W_B \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2}mv_C^2 = mgh_{max} \Rightarrow v_C = \sqrt{gh_{max}} = 7,5\sqrt{2}m/s$$

c) Tìm cơ năng toàn phần của vật, biết khối lượng của vật là $m = 200g$

$$W = W_B = mgh_{max} = 0,2 \cdot 10 \cdot 11,25 = 22,5J$$

Bài 2: Quả cầu nhỏ khối lượng 500 g treo ở đầu một sợi dây dài 1 m, đầu trên của dây cố định. Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng sao cho dây hợp với phương thẳng đứng góc 45° rồi thả tự do. Tìm:

a. Vận tốc của con lắc khi nó đi qua vị trí cân bằng.

b. Tính lực căng của dây tại vị trí cân bằng.

Giải :

- Vật chịu tác dụng các lực:

+ Trọng lực \vec{P} .

+ Lực căng dây \vec{T} .

- Vật chuyển động trong trường lực thế, ta có thể áp dụng định luật bảo toàn cơ năng để giải bài toán này.

Ngoài ra ta cũng có thể giải bài 2 bằng định lí động năng.

a) Chọn góc thế năng tại vị trí cân bằng (vị trí thấp nhất của vật).

Viết biểu thức định luật bảo toàn cơ năng cho vị trí góc 45° và vị trí cân bằng.

$$W_A = W_B \Leftrightarrow W_{tA} + 0 = 0 + W_{đB} \Leftrightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Với :
$$h_A = l(1 - \cos\alpha_{45^\circ}) = l(1 - \cos 45^\circ)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2gl(1 - \cos 45^\circ)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \sqrt{20 - 10\sqrt{2}} = 2,42m/s$$

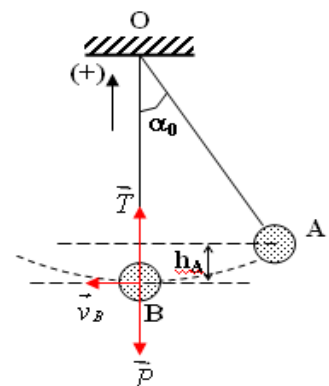
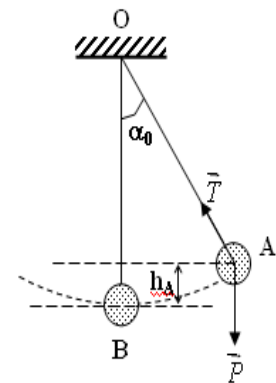
b) Khi cần tính đến lực căng dây T, ta phải áp dụng lại Định luật II Niu ton cho vật tại vị trí cần tính.

- Chú ý rằng vật chuyển động tròn đều với gia tốc hướng tâm, hợp lực của trọng lực và lực căng chính là lực hướng tâm.

- Viết biểu thức định luật II Niu ton cho vật tại vị trí cân bằng:

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_B$$

- Chiếu phương trình lên trục hướng tâm BO:



$$-P + T = ma_{ht} = m \frac{v_B^2}{l}$$

$$\Leftrightarrow T = ma_{ht} = m \frac{v_B^2}{l} = 0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot \frac{2,42^2}{1} = 7,93N$$

Bài 3. Quả cầu khối lượng $m = 100g$ gắn ở đầu một lò xo nằm ngang, đầu kia của lò xo cố định, độ cứng của lò xo $k = 0,4N/cm$. Quả cầu có thể chuyển động không ma sát trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng O , người ta kéo quả cầu cho lò xo dãn ra đoạn $OA = 5cm$ rồi buông tay. Quả cầu chuyển động dao động trên đoạn đường AB .

a) Tính chiều dài quỹ đạo AB .

b) Tính vận tốc cực đại của quả cầu trong quá trình chuyển động. Vận tốc này đạt ở vị trí nào?

Giải.

a) Chiều dài quỹ đạo AB Các lực tác dụng vào vật: trọng lực \vec{P} , phản lực \vec{Q} , lực đàn hồi \vec{F}_{dh} (\vec{v} và \vec{Q} cân bằng).

Bỏ qua ma sát, cơ năng của hệ vật và lò xo (con lắc lò xo) bảo toàn. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho 2 vị trí A (vị trí buông tay) và B (vật dừng ở phía bên kia O):

$$W_A = W_B \Leftrightarrow \frac{1}{2} k \cdot OA^2 = \frac{1}{2} k \cdot OB^2 \Rightarrow OB = OA$$

Vậy: Chiều dài quỹ đạo: $L = AB = 2 \cdot OA = 2 \cdot 5 = 10cm$.

b) Vận tốc cực đại của quả cầu

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho 2 vị trí A và O (vị trí cân bằng, lò xo không biến dạng): $W_A = W_O \Leftrightarrow \frac{1}{2} k \cdot OA^2 = \frac{1}{2} mv^2$

$$\Rightarrow v = OA \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{40}{0,1}} = 100cm/s = 1m/s. \quad (k = 0,4 N/cm = 40 N/m)$$

Vậy: Vật đạt vận tốc cực đại bằng $1 m/s$ khi đi qua vị trí cân bằng, tại đó lò xo không biến dạng.

Bài 4. Quả cầu $m = 50g$ gắn ở đầu lò xo thẳng đứng, đầu trên của lò xo cố định, độ cứng $k = 0,2N/cm$. Ban đầu m được giữ ở vị trí lò xo thẳng đứng và có chiều dài tự nhiên. Buông m không vận tốc đầu.

a) Tính vận tốc quả cầu tại vị trí cân bằng.

b) Tìm độ dãn cực đại của lò xo trong quá trình chuyển động

Giải.

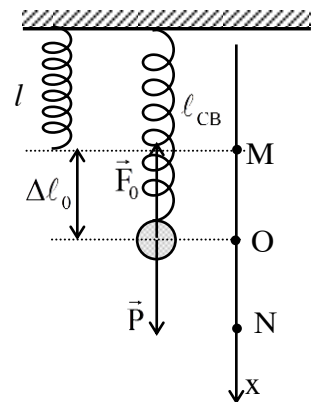
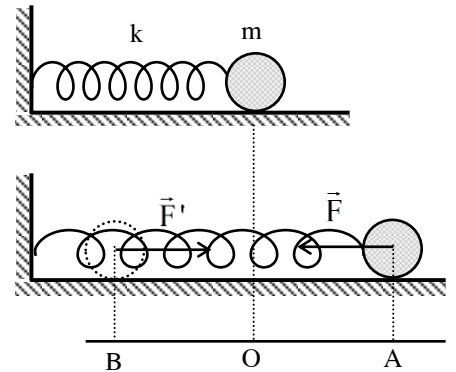
Khi cân bằng lò xo dãn đoạn $\Delta \ell_0$ (hình vẽ).

$$\text{Điều kiện cân bằng: } mg = k \Delta \ell_0 \Rightarrow \Delta \ell_0 = \frac{mg}{k}$$

$$\text{với } k = 0,2 N/cm = 20 N/m, \text{ ta có: } \Delta \ell_0 = \frac{0,05 \cdot 10}{20} = 0,025m = 2,5cm$$

coi hệ (quả cầu + lò xo) tương đương với một lò xo không treo quả

cầu, có chiều dài tự nhiên bằng chiều dài của lò xo có treo quả cầu khi cân bằng, tức



là đã dẫn $\Delta\ell_0$ với độ cứng k không đổi. Như vậy nếu chọn gốc thế năng đàn hồi tại vị trí cân bằng thì vẫn áp dụng được công thức $W_t = \frac{1}{2}.k.x^2$, với x là độ biến dạng của lò xo tính từ vị trí cân bằng.

Chọn trục tọa độ Ox như hình vẽ.

a) Vận tốc của quả cầu tại vị trí cân bằng:

Tại M lò xo không biến dạng nên: $x_M = -OM = -\Delta\ell_0 = -2,5\text{cm}$; $v_M = 0$.

Tại vị trí cân bằng O ($x_{CB} = 0$) và quả cầu có vận tốc v_{CB} .

Theo định luật bảo toàn cơ năng (gốc thế năng đàn hồi tại vị trí cân bằng):

$$W_M = W_{CB} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.k.x_M^2 = \frac{1}{2}.m.v_{cb}^2$$
$$\Rightarrow v_{cb} = |x_M| \sqrt{\frac{k}{m}} = 50\text{cm/s} = 0,5\text{m/s}.$$

Vậy: Vận tốc của quả cầu tại vị trí cân bằng là $0,5\text{m/s}$.

b) Độ giãn cực đại của lò xo trong quá trình chuyển động

Tại vị trí thấp nhất N của quả cầu thì lò xo giãn cực đại, khi đó $x_N = ON$ và $v_N = 0$.

Theo định luật bảo toàn cơ năng (gốc thế năng đàn hồi tại vị trí cân bằng):

$$W_M = W_N \Leftrightarrow \frac{1}{2}.kx_M^2 = \frac{1}{2}.kx_N^2 \Rightarrow x_N = -x_M = \Delta\ell_0 = 2,5\text{cm}$$

Độ giãn cực đại của lò xo: $\Delta\ell = \Delta\ell_0 + ON = 2. \Delta\ell_0 = 2.2,5 = 5\text{cm}$

Vậy: Tại vị trí thấp nhất thì lò xo bị giãn cực đại là 5cm .

Dạng 3: Bài toán va chạm

Phương pháp giải

Bài toán về va chạm giữa hai vật thường được xét trong các trường hợp sau :

*) *Va chạm mềm* : Trong trường hợp va chạm giữa hai vật là mềm thì hoàn toàn có thể áp dụng *định luật bảo toàn động lượng*, nhưng cần chú ý rằng sau va chạm hai vật có cùng vận tốc. Định luật bảo toàn cơ năng không đúng với trường hợp này

Định luật bảo toàn động lượng dẫn đến phương trình :

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

trong đó \vec{v} là vận tốc của vật sau va chạm. Từ đó, ta tính được vận tốc của các vật sau

va chạm :

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Phần động năng tổn hao trong quá trình va chạm :

Động năng của hai vật trước va chạm : $K_0 = \frac{1}{2}.m_1.v_1^2 + \frac{1}{2}.m_2.v_2^2$

Động năng của chúng sau va chạm :

$$K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = \frac{(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

Phần động năng tổn hao trong quá trình va chạm là :

$$\Delta K = K_0 - K = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1^2 - 2 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha + v_2^2) > 0$$

Biểu thức trên chứng tỏ rằng động năng của các quả cầu luôn luôn bị tiêu hao thành nhiệt và công làm biến dạng các vật sau va chạm.

*) *Va chạm đàn hồi* : trong quá trình va chạm không có hiện tượng chuyển một phần động năng của các vật trước va chạm thành nhiệt và công làm biến dạng các vật sau va chạm. Nói cách khác, sau va chạm đàn hồi các quả cầu vẫn có hình dạng như cũ và không hề bị nóng lên. Trong trường hợp các vật va chạm đàn hồi thì *định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng* vẫn nghiệm đúng

Lưu ý rằng va chạm xảy ra trong mặt phẳng nằm ngang tức là độ cao so với mặt đất của các quả cầu không thay đổi nên thế năng của chúng không thay đổi trong khi va chạm, vì vậy bảo toàn cơ năng trong trường hợp này chỉ là bảo toàn động năng.

Do vậy, ta có phương trình : $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$ (1)

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$
 (2)

Để giải hệ phương trình (1) và (2) ta làm như sau :

Vì các vectơ $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}'_1, \vec{v}'_2$ có cùng phương nên ta chuyển phương trình vectơ (1) thành phương trình vô hướng:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$
$$\Rightarrow m_1 (v_1 - v'_1) = m_2 (v'_2 - v_2) \quad (1')$$

Biến đổi (2) thành : $m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 (v_2'^2 - v_2^2)$ (2')

Chia (2') cho (1') ta có : $(v_1 + v'_1) = (v'_2 + v_2)$

Nhân hai vế của phương trình này với m_1 ta có :

$$m_1 (v_1 + v'_1) = m_1 (v'_2 + v_2) \quad (3)$$

Cộng (3) với (1') ta tìm được vận tốc của vật thứ hai sau va chạm :

$$v'_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1) v_2}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

Ta nhận thấy vai trò của hai quả cầu m_1 và m_2 hoàn toàn tương đương nhau nên trong công thức trên ta chỉ việc trao các chỉ số 1 và 2 cho nhau thì ta tìm được vận tốc của

quả cầu thứ nhất sau va chạm: $v'_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2}$ (5)

Ta xét một trường hợp riêng của biểu thức (4) và (5) :

+ Giả sử hai quả cầu hoàn toàn giống nhau , tức là $m_1 = m_2$.

Từ (4) và (5) ta có :

$$\begin{cases} v'_2 = v_1 \\ v'_1 = v_2 \end{cases}$$

Nghĩa là hai quả cầu sau va chạm trao đổi vận tốc cho nhau : quả cầu thứ nhất có vận tốc của quả cầu thứ hai trước khi có va chạm và ngược lại.

$$+ \text{ Nếu } m_2 \gg m_1; v_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} v_2' \approx 0 \\ v_1' = -v_1 \end{cases}$$

Bài 1: Quả cầu I chuyển động trên mặt phẳng ngang trơn, với vận tốc không đổi đến đập vào quả cầu II đang đứng yên. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm vận tốc hai quả cầu ngược nhau, cùng độ lớn. Tính tỉ số các khối lượng của hai quả cầu.

Giải:

Gọi m_1 và m_2 lần lượt là khối lượng quả cầu I và II; v_0 là vận tốc của quả cầu I trước va chạm; v_1 và v_2 lần lượt là vận tốc của quả cầu I và II sau va chạm.

+ Hai quả cầu đặt trên mặt phẳng ngang nhẵn nên không có lực ma sát, mặt khác trọng lực \vec{P} và phản lực \vec{Q} cân bằng nhau nên hệ hai quả cầu là hệ kín khi va chạm.

+ Theo định luật bảo toàn động lượng (theo phương ngang), ta có:

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (1)$$

- Áp dụng định luật bảo toàn động năng: $\frac{1}{2} m_1 \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 \quad (2)$

- Sau va chạm vận tốc hai quả cầu ngược chiều nhau, cùng độ lớn nên: $v_2 = -v_1 \quad (3)$

- Từ (1) và (2): $v_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_0}{m_1 + m_2}; v_2 = \frac{2 \cdot m_1 \cdot v_0}{m_1 + m_2}$

Thay vào (3): $m_2 = 3 \cdot m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

Bài 2. Quả cầu khối lượng $M = 1\text{kg}$ treo ở đầu một dây mảnh nhẹ chiều dài $\ell = 1,5\text{m}$. Một quả cầu $m = 20\text{g}$ bay ngang đến đập vào M với $v = 50\text{ m/s}$. Coi va chạm là đàn hồi xuyên tâm. Tính góc lệch cực đại của dây treo M

Giải:

Gọi v_1 và v_2 lần lượt là vận tốc của quả cầu m và M ngay sau va chạm.

- Chọn chiều dương theo chiều của vận tốc \vec{v} . Theo phương ngang, động lượng được bảo toàn nên: $mv = mv_1 + Mv_2 \quad (1)$

- Vì va chạm là đàn hồi xuyên tâm nên động năng bảo toàn:

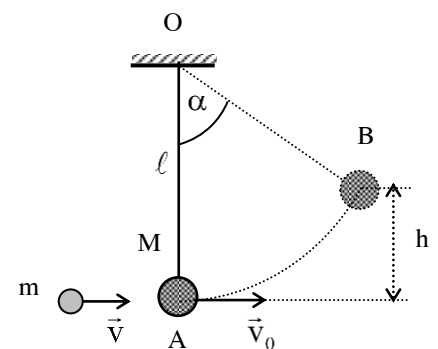
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} M \cdot v_2^2 \quad (2)$$

- Giải hệ ta được:

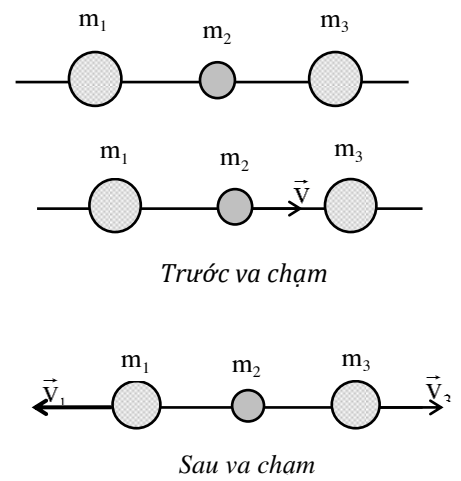
$$v_1 = \frac{(m - M) \cdot v}{m + M}; v_2 = \frac{2 \cdot m \cdot v}{m + M}$$

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho vật M tại 2 vị trí A và B (gốc thế năng trọng lực tại vị trí cân bằng A):

$$M \cdot \frac{v_2^2}{2} = M \cdot g \cdot h = M \cdot g \cdot \ell (1 - \cos \alpha) \Rightarrow \cos \alpha = 0,87 \Rightarrow \alpha = 29,5^\circ$$



Bài 3. Ba vật khối lượng m_1, m_2, m_3 có thể trượt không ma sát theo một trục nằm ngang (hình vẽ) và m_1, m_3, m_2 . Ban đầu m_1, m_3 đứng yên còn m_2 có vận tốc v . Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Tìm vận tốc cực đại của m_1, m_3 sau đó.



Giải.

Giả sử m_2 va chạm vào m_3 trước (hình vẽ). Va chạm giữa m_2 với m_1 và m_3 xảy ra liên tiếp nhiều lần làm cho vận tốc của m_1 và m_3 tăng dần (m_1 dịch chuyển sang trái và m_3 dịch chuyển sang phải), ngược lại vận tốc của m_2 giảm dần.

Quá trình va chạm sẽ kết thúc khi vận tốc cuối cùng v'_2 của m_2 bắt đầu nhỏ hơn vận tốc của m_1 hoặc m_3 . Khi đó vận tốc của m_1 và m_3 đạt cực đại. Gọi các vận tốc cực đại này là v_1 và v_3 .

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ (chiều dương theo chiều của \vec{v}):

$$m_2 v = -m_1 v_1 + m_3 v_3 + m_2 v'_2 \quad (1)$$

- Vì va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên cơ năng bảo toàn:

$$\frac{1}{2} m_2 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \quad (2)$$

- Vì $m_1, m_3 \gg m_2$ và $v'_2 < v_1; v_3$ nên động lượng cuối cùng $m_2 v'_2$ của m_2 và động năng cuối cùng $\frac{1}{2} m_2 v'^2_2$ của m_2 là rất nhỏ, có thể bỏ qua so với động năng ban đầu của m_2 , động lượng và động năng cuối cùng của m_1 và m_3 .

Suy ra: $m_2 v'_2 = 0; \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 = 0 \quad (3)$

- Thay (3) vào (1) và (2) ta được:

$$\begin{cases} \frac{m_2}{m_3} v = -\frac{m_1}{m_3} v_1 + v_3 \\ \frac{m_2}{m_3} v^2 = \frac{m_1}{m_3} v_1^2 + v_3^2 \end{cases}$$

- Đặt $a = \frac{m_1}{m_3}; b = \frac{m_2}{m_3} \ll 1 \quad (4)$

$$v'_2 \begin{cases} bv = -av_1 + v_3 & (5) \\ bv^2 = av_1^2 + v_3^2 & (6) \end{cases}$$

- Từ (5) suy ra: $v_3 = bv + av_1 \quad (7)$

- Thay (7) vào (6) ta được: $bv^2 = av_1^2 + (bv + av_1)^2$

$$\Rightarrow a(a+1)v_1^2 + 2abvv_1 - bv^2 + b^2v^2 = 0$$

Vì $b = \frac{m_2}{m_3} \ll 1$ nên $b^2 \approx 0 \Rightarrow b^2v^2 \approx 0$

$$\Rightarrow a(a+1)v_1^2 + 2abvv_1 - bv^2 = 0 \quad (8)$$

- Giải phương trình bậc hai (8) đối với v_1 , ta được:

$$\Delta' = (abv)^2 + ab(a+1)v^2 = ab(a+1)v^2; \text{ vì } (abv)^2 \approx 0$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{-abv + v\sqrt{ab(a+1)}}{a(a+1)} = \frac{-bv}{(a+1)} + \frac{v\sqrt{ab(a+1)}}{a(a+1)}$$

$$M \ b = \frac{m_2}{m_3} \ll 1 \text{ nên } \frac{-bv}{(a+1)} \approx 0$$

$$\Rightarrow v_1 \approx \frac{v\sqrt{ab(a+1)}}{a(a+1)} = v\sqrt{\frac{ab(a+1)}{a^2(a+1)^2}} = v\sqrt{\frac{b}{a(a+1)}} \quad (9)$$

(Loại nghiệm $v_2 < 0$)

- Thay (4) vào (9) ta được: $v_1 \approx v\sqrt{\frac{m_2 m_3}{m_1 m_3 + m_1^2}}$ (10)

- Thay (4) và (10) vào (7) ta được: $v_3 \approx v\sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 m_3 + m_3^2}}$.

Vậy: Vận tốc cực đại của m_1, m_3 sau đó là

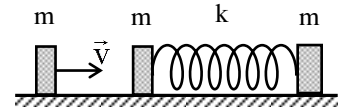
$$v_1 \approx v\sqrt{\frac{m_2 m_3}{m_1 m_3 + m_1^2}} \text{ và } v_3 \approx v\sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 m_3 + m_3^2}}$$

* *Chú ý* : Nếu m_2 va chạm vào m_1 trước thì ta vẫn có kết quả như trên.

Bài 4. Cho hệ như hình vẽ. Hai vật cùng khối lượng m đặt trên sàn nhẵn nằm ngang và nối với nhau bằng lò xo độ cứng k . Vật thứ ba cùng khối lượng m đến đập vào một trong hai vật với vận tốc v dọc theo phương song song với trục lò xo. Coi va chạm là tuyệt đối đàn hồi.

a) Chứng minh rằng hai vật nối bằng lò xo luôn chuyển động cùng hướng.

b) Tính vận tốc mỗi vật khi lò xo dãn tối đa.



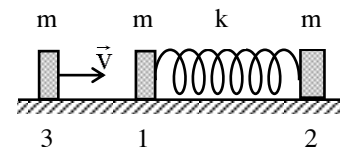
Giải.

a) Chứng tỏ hai vật nối bằng lò xo luôn chuyển động cùng hướng.

Gọi v_1 và v_3 lần lượt là vận tốc của vật 1 và vật 3 ngay sau va chạm. Chọn chiều dương hướng sang phải theo chiều của \vec{v} (hình vẽ). Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn động năng cho hệ hai quả cầu 1 và 3, ta có:

$$\begin{cases} mv = mv_3 + mv_1 \\ \frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{2}v_3^2 + \frac{m}{2}v_1^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = v_3 + v_1 \\ v^2 = v_3^2 + v_1^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v - v_3 = v_1 \\ v^2 - v_3^2 = v_1^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v \\ v_3 = 0 \end{cases}$$



- Ngay sau va chạm, vật 3 đứng yên và vật 1 chuyển động sang phải với vận tốc bằng v . Lúc này lò xo chưa kịp biến dạng.

Gọi u_1 và u_2 là vận tốc của vật 1 và vật 2 tại thời điểm bất kì sau va chạm của vật 3 vào vật 1, và x là độ biến dạng của lò xo khi đó.

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng cho hệ hai vật 1, 2 và lò xo ta được:

$$\begin{cases} mv = mu_1 + mu_2 \\ \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 + \frac{1}{2}kx^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = u_1 + u_2 & (1) \\ v^2 = u_1^2 + u_2^2 + \frac{1}{m}kx^2 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v^2 = u_1^2 + u_2^2 + 2u_1u_2 \\ v^2 = u_1^2 + u_2^2 + \frac{1}{m}kx^2 \end{cases} \Rightarrow u_1u_2 = \frac{kx^2}{2m} \quad (3)$$

- Vì $\frac{kx^2}{2m} \geq 0$ nên u_1 và u_2 luôn cùng dấu, nghĩa là sau va chạm hai vật 1 và 2 luôn chuyển động cùng hướng, tức là về cùng một phía.

b) Vận tốc của mỗi vật khi lò xo giãn tối đa

Vì $u_1 + u_2 = v$ không đổi nên theo bất đẳng thức Cô-si thì

$$u_1u_2 = \frac{kx^2}{2m} \text{ đạt cực đại khi: } u_1 = u_2 = \frac{v}{2} \quad (4)$$

- Khi đó (3) trở thành: $\frac{v^2}{4} = \frac{kx_{\max}^2}{2m} \Rightarrow x_{\max} = v\sqrt{\frac{m}{2k}}$.

Vậy: Vận tốc mỗi vật khi lò xo giãn tối đa là $u_1 = u_2 = \frac{v}{2}$.

* *Chú ý:* Có thể giải câu b theo cách khác như sau: Gọi G là khối tâm của hệ hai vật 1 và 2; v_G là vận tốc của khối tâm G.

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ gồm vật 1 và vật 2 sau khi vật 3 va chạm vào vật 2, ta có:

$$m_1v_1 = m_Gv_G \text{ hay } mv = 2mv_G \Rightarrow v_G = \frac{mv}{2m} = \frac{v}{2}$$

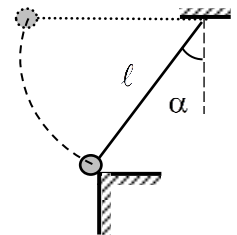
Như vậy, khối tâm G chuyển động sang phải với vận tốc $v_G = \frac{v}{2}$.

- Khi lò xo giãn tối đa thì hai vật đứng yên trong hệ quy chiếu khối tâm, tức là đứng yên so với khối tâm G. Suy ra vận tốc của hai vật (đối với mặt đất) bằng nhau và bằng vận tốc của khối tâm. Ta có:

$$u_1 = u_2 = \frac{v}{2} \quad (4')$$

- Thay (4') vào (3) ta cũng được: $x_{\max} = v\sqrt{\frac{m}{2k}}$.

Bài 5. Hòn bi sắt treo vào dây chiều dài $\ell = 1,2\text{m}$ được kéo cho dây nằm ngang rồi thả rơi. Khi dây hợp góc $\alpha = 30^\circ$ với đường thẳng đứng, bi va chạm đàn hồi với bề mặt thẳng đứng của một tấm sắt lớn cố định (hình vẽ). Hỏi bi sẽ nảy lên đến độ cao bao nhiêu



Giải

- Hòn bi bắt đầu chuyển động không vận tốc đầu từ A, va chạm đàn hồi với mặt thẳng đứng của tấm sắt tại B, sau đó nảy lên và đạt độ cao cực đại tại C (hình vẽ).

Gọi \vec{v}_1 là vận tốc của vật ngay trước va chạm với tấm sắt tại B.

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho giai đoạn AB với gốc thế năng trọng lực tại B: $W_A = W_B$

$$\Leftrightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 2gh = 2g l \cos \alpha \quad (1)$$

- Vectơ \vec{v}_1 có phương tiếp tuyến với quỹ đạo tròn tại B, tức là vuông góc với bán kính OB và có chiều như hình vẽ.

Gọi \vec{v}_2 là vận tốc của vật ngay sau va chạm với tấm sắt tại B. Vì va chạm là đàn hồi với tường phẳng nên \vec{v}_2 đối xứng với \vec{v}_1 qua mặt tường thẳng đứng. Về độ lớn thì $v_2 = v_1$.

+ Thành phần pháp tuyến \vec{v}_{2n} của \vec{v}_2 có phương vuông góc quỹ đạo tròn nên không ảnh hưởng đến chuyển động tròn đi lên của vật. Thành phần \vec{v}_{2n} chỉ có tác dụng kéo dẫn dây treo vật và làm một phần động năng của vật biến thành nhiệt.

+ Thành phần tiếp tuyến với quỹ đạo \vec{v}_{2t} của \vec{v}_2 có tác dụng nâng vật lên cao đến C.

$$v_{2t} = v_2 \cos 2\alpha = v_1 \cos 2\alpha \quad (2)$$

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho giai đoạn BC với gốc thế năng trọng lực tại B:

$$W_B = W_C \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_{2t}^2 = mgh' \Rightarrow h' = \frac{v_{2t}^2}{2g} \quad (3)$$

- Thay (1) và (2) vào (3) ta được: $h' = \frac{(v_1 \cos 2\alpha)^2}{2g} = \frac{2gl \cos \alpha \cdot \cos^2 2\alpha}{2g}$

$$\Rightarrow h' = l \cos \alpha \cdot \cos^2 2\alpha = l \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos^2 60^\circ = 1,2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0,26m.$$

* *Nhận xét:* Vì $h = l \cos \alpha = l \cos 30^\circ = \frac{l\sqrt{3}}{2} > h'$ nên sau va chạm thì cơ năng của vật đã giảm một lượng nào đó. Ở đây, cơ năng (động năng) mất mát không phải do vật va chạm (đàn hồi) với tấm sắt mà do dây treo bị dẫn đột ngột ngay sau va chạm.

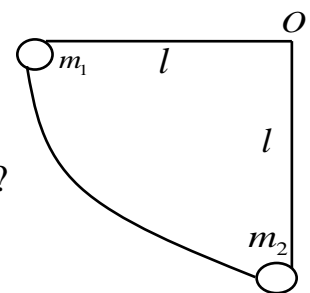
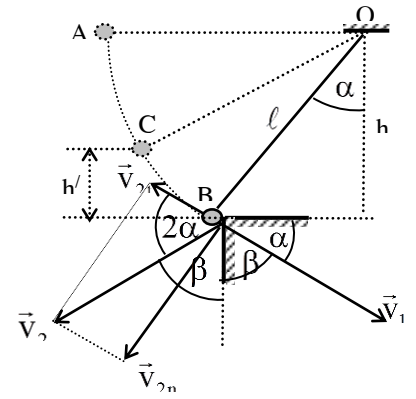
Bài 6. Hai hòn bi A và B, có khối lượng $m_1 = 150$ g và $m_2 = 300$ g được treo bằng hai sợi dây (khối lượng không đáng kể) có cùng chiều dài $l = 1$ m vào một điểm O. Kéo lệch hòn bi A cho dây treo nằm ngang (hình vẽ) rồi thả nhẹ ra, nó đến va chạm vào hòn bi B. Sau va chạm, hai hòn bi này chuyển động như thế nào? Lên đến độ cao bao nhiêu so với vị trí cân bằng? Tính phần động năng biến thành nhiệt khi va chạm. Xét hai trường hợp:

a) Hai hòn bi là chì, va chạm là va chạm mềm

b) Hai hòn bi là thép, va chạm là va chạm đàn hồi trực diện

Trong mỗi trường hợp kiểm tra lại bằng định luật bảo toàn năng lượng.

Giải:



Chọn mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng của hòn bi B trước va chạm.
Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hệ gồm (hòn bi A và trái đất).

$$0 + m_1gl = \frac{m_1v_1^2}{2} + 0 \quad (1) \Leftrightarrow v_1 = \sqrt{2gl}$$

a) Hai hòn bi là chì, va chạm là va chạm mềm :

Khi hai hòn bi va chạm mềm, cơ năng của chúng không được bảo toàn vì một phần động năng biến thành nhiệt.

Ngay sau khi va chạm cả hai hòn bi chuyển động cùng vận tốc u . Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$m_1v = (m_1 + m_2)u \Rightarrow u = \frac{m_1v}{(m_1 + m_2)} = \frac{v}{3} \quad (2)$$

Động năng của hệ hai hòn bi sau va chạm là :

$$W_d' = \frac{m_1u^2}{2} + \frac{m_2u^2}{2} = \frac{3m_1u^2}{2} = \frac{3m_2}{4} = \frac{m_1gl}{3} \quad (3)$$

Sau va chạm hai hòn bi dính vào nhau và tiếp nối chuyển động tròn của hòn bi A. Khi hệ gồm hai hòn bi lên đến độ cao tối đa h thì toàn bộ động năng W_d' sẽ chuyển thành thế năng

$$W_t' = (m_1 + m_2)gh = 3m_1gh$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$W_t' = W_d' \Leftrightarrow \frac{m_1gl}{3} = 3m_1gh \Rightarrow h = \frac{l}{9} \approx 11cm \quad (4)$$

Phần động năng của hòn bi A đã biến thành nhiệt là :

$$Q = W_d - W_d' = m_1gl - \frac{m_1gl}{3} = \frac{2m_1gl}{3} = 1J \quad (5)$$

Kiểm tra lại định luật bảo toàn năng lượng :

Ban đầu năng lượng của hệ hai hòn bi là thế năng m_1gl của hòn bi A ở độ cao l . Sau va chạm, hệ có thế năng $\frac{m_1gl}{3}$, cơ năng không được bảo toàn mà một phần động năng của bi A đã chuyển thành nhiệt, trong quá trình va chạm mềm. Nhưng

năng lượng được bảo toàn : $m_1gl + \frac{m_1gl}{3} = Q \quad (6)$

b) Va chạm đàn hồi trực diện :

Gọi $v_1; v_2$ lần lượt là vận tốc của hòn bi A và B ngay sau khi va chạm. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng cho hệ gồm hai hòn bi A và B ta có :

$$m_1v = m_1v_1 + m_2v_2 \Rightarrow v = v_1 + 2v_2 \quad (7)$$

$$\frac{m_1v^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} \Rightarrow v^2 = v_1^2 + 2v_2^2 \quad (8)$$

Từ (7) và (8), ta suy ra : $v_1 = -\frac{v}{3}; v_2 = \frac{2v}{3} \quad (9)$

Như vậy : Bi A chuyển động ngược chiều với chuyển động ban đầu. Hòn bi B chuyển động tiếp về phía trước. Ngay sau khi va chạm, động năng của hòn bi A và B lần lượt là :

$$W_{d1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{18} = \frac{m_1 gl}{9} \quad (10)$$

$$W_{d2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{4m_1 v^2}{9} = \frac{8m_1 gl}{9} \quad (11)$$

Gọi $h_1; h_2$ lần lượt là độ cao cực đại mà bi A, bi B lên được sau va chạm. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng , ta có :

$$W_{d1} = W_{t1} \Rightarrow m_1 gh_1 = \frac{m_1 gl}{9} \Rightarrow h_1 = \frac{l}{9} \approx 11cm \quad (12)$$

$$W_{d2} = W_{t2} \Rightarrow m_2 gh_2 = \frac{8m_1 gl}{9} \Rightarrow h_2 = \frac{8l}{9} \approx 44cm \quad (13)$$

Kiểm tra lại định luật bảo toàn năng lượng :

Năng lượng lúc sau của hệ : $W_{t1} = W_{t2} = \frac{m_1 gl}{9} + \frac{8m_1 gl}{9} = m_1 gl =$ năng lượng ban đầu

BÀI TẬP ÔN TẬP

Bài 1: Một con ếch khối lượng m ngồi ở đầu một tấm ván khối lượng M và chiều dài M nằm yên trên mặt hồ. Con ếch nhảy lên tạo với phương ngang một góc α . Hãy xác định vận tốc ban đầu của con ếch sao cho khi rơi xuống con ếch rơi đúng vào đầu kia của tấm ván? Bỏ qua lực cản của nước. **Đáp số :**

$$\sqrt{\frac{gL}{\left(\frac{m}{M} + 1\right) \sin 2\alpha}}$$

Bài 2: Một viên đạn pháo đang bay ngang với vận tốc $v = 300m/s$ thì nổ, vỡ thành hai mảnh có khối lượng $m_1 = 5kg, m_2 = 15kg$. Mảnh nhỏ bay lên theo phương thẳng đứng với vận tốc $v_1 = 400\sqrt{3} m/s$. Hỏi mảnh to bay theo phương nào với vận tốc bao nhiêu? Bỏ qua sức cản của không khí.

Đáp số: $v_2 \approx 462m/s$. Hợp với phương ngang góc $\alpha = 30^\circ$.

Bài 3: Một tên lửa khối lượng 12 tấn được phóng thẳng đứng nhờ lượng khí phụt ra phía sau với vận tốc $v = 1 km/s$ trong thời gian tương đối dài. Tính khối lượng khí mà tên lửa đã phụt ra trong 1s để cho tên lửa đó:

a) Bay lên rất chậm

Đáp số: a) 120 kg

b) Bay lên với gia tốc $a = 10 m/s^2$. (Lấy $g = 10 m/s^2$)

b) 240 kg

Bài 4. Người khối lượng $m_1 = 50kg$ nhảy từ bờ lên con thuyền khối lượng $m_2 = 200kg$ theo phương vuông góc với chuyển động của thuyền, vận tốc của người là $6m/s$, của thuyền là $v_2 = 1,5m/s$. Tính độ lớn và hướng vận tốc thuyền sau khi người nhảy lên. Bỏ qua sức cản của nước.

ĐS: $v=1,7 m/s$; góc 45°

Bài 5. Một lựu đạn được ném từ mặt đất với vận tốc $v_0 = 20m/s$ theo phương lệch với phương ngang góc $\alpha = 30^\circ$. Lên tới điểm cao nhất nó nổ thành hai mảnh bằng nhau. Mảnh I rơi thẳng đứng với vận tốc đầu $v_1 = 20m/s$.

a) Tìm hướng và độ lớn vận tốc mảnh II.

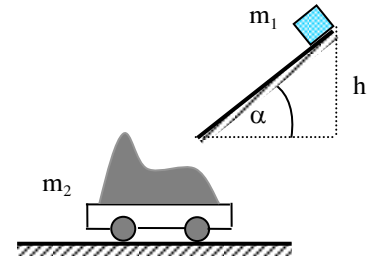
ĐS: $\beta = 30^\circ, v_2 = 40 m/s$.

b) Mảnh II lên tới độ cao cực đại cách mặt đất bao nhiêu ?

25m

Bài 6. Một hạt nhân phóng xạ ban đầu đứng yên phân rã thành ba hạt: electron, neutrino và hạt nhân con. Động lượng của electron là $9 \cdot 10^{-23}$ kgm/s, động lượng của neutrino vuông góc với động lượng của electron và có độ lớn $12 \cdot 10^{-23}$ kgm/s. Tìm hướng và độ lớn động lượng của hạt nhân con. **ĐS:** 127° , $15 \cdot 10^{-23}$ kg.m/s.

Bài 7. Vật khối lượng $m_1 = 5\text{kg}$, trượt không ma sát theo một mặt phẳng nghiêng, góc nghiêng $\alpha = 60^\circ$, từ độ cao $h = 1,8\text{m}$ rơi vào một xe cát khối lượng $m_2 = 45\text{kg}$ đang đứng yên (hình vẽ). Tìm vận tốc xe sau đó. Bỏ qua ma sát giữa xe và mặt đường. Biết mặt cát rất gần chân mặt phẳng nghiêng. **0,3m/s.**

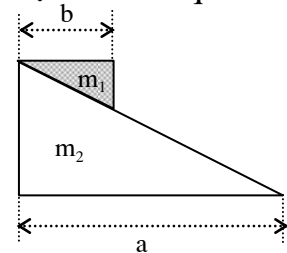


Bài 8. Thuyền dài $l = 4\text{m}$, khối lượng $M = 160\text{kg}$, đậu trên mặt nước. Hai người khối lượng $m_1 = 50\text{kg}$, $m_2 = 40\text{kg}$ đứng ở hai đầu thuyền. Hỏi khi họ đổi chỗ cho nhau thì thuyền dịch chuyển một đoạn bằng bao nhiêu? **0,16m.**

Bài 9. Thuyền chiều dài l , khối lượng m_1 , đứng yên trên mặt nước. Người khối lượng m_2 đứng ở đầu thuyền nhảy lên với vận tốc v_0 xiên góc α đối với mặt nước và rơi vào giữa thuyền. Tính v_0 . **ĐS:** $\sqrt{\frac{m_1 g l}{2(m_1 + m_2) \sin 2\alpha}}$

Bài 10. Từ một xuồng nhỏ khối lượng m_1 chuyển động với vận tốc v_0 , người ta ném một vật khối lượng m_2 tới phía trước với vận tốc v_2 , nghiêng góc α đối với xuồng. Tính vận tốc xuồng sau khi ném và khoảng cách từ xuồng đến chỗ vật rơi. Bỏ qua sức cản của nước và coi nước là đứng yên.

ĐS. $v = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v_0 - m_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha}{m_1 + m_2}$, $s = \frac{v_2^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$



Bài 11. Hai lăng trụ đồng chất A, B có khối lượng m_1 , m_2 như hình vẽ. Khi B trượt từ đỉnh đến chân lăng trụ A thì A dời chỗ một khoảng bao nhiêu ?

Biết a, b. Bỏ qua ma sát. **ĐS.** $s_1 = \frac{m_2(a - b)}{m_1 + m_2}$.

Bài 12: Một ống thủy tinh khối lượng M trong có đựng vài giọt ête được đậy bằng một cái nút khối lượng m . Ống thủy tinh được gắn ở đầu một thanh cứng dài L (trọng lượng không đáng kể). Khi hơi nóng ống thủy tinh ête bốc hơi, nút bị bật ra dưới áp suất của hơi ête. Hỏi vận tốc bé nhất của nút phải bằng bao nhiêu để ống thủy tinh có thể quay được cả vòng quanh điểm treo đó. **Đáp số:** $\sqrt{\frac{5MgL}{m}}$

Bài 13: Một ô tô khối lượng 2 tấn đang chuyển động với vận tốc 36 km/h thì tắt máy và xuống dốc, đi hết dốc trong thời gian 10 s. Góc nghiêng của dốc là 20° , hệ số ma sát giữa dốc và xe là 0,01.

Dùng các định luật bảo toàn, tính:

- a) Gia tốc của xe trên dốc và suy ra chiều dài dốc.
- b) Vận tốc của xe ở chân dốc.

Đáp số: a/ 3,33 (m/s²) b/ 43,3 (m/s)

Bài 14: Một vật khối lượng m trượt không ma sát từ đỉnh một mặt cầu xuống dưới. Hỏi từ khoảng cách Δh nào vật bắt đầu rơi khỏi mặt cầu. Cho bán kính mặt cầu $R = 90 \text{ cm}$. **Đáp số :** $\Delta h = 30 \text{ cm}$



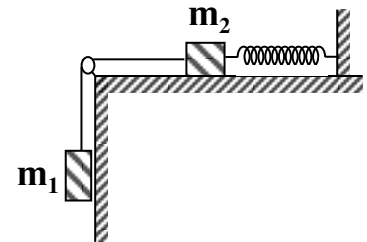
Bài 15: Một quả cầu khối lượng 2 kg , chuyển động với vận tốc 3 m/s , va chạm xuyên tâm với một quả cầu thứ hai khối lượng 3 kg đang chuyển động cùng chiều với quả cầu thứ nhất với vận tốc 1 m/s . Tìm vận tốc của các quả cầu sau va chạm nếu:

- Va chạm là hoàn toàn đàn hồi.
- Va chạm không đàn hồi (va chạm mềm).

Đáp số : a) $v_1' = 0,6 \text{ m/s}$; $v_2' = 2,6 \text{ m/s}$ b) $v_1' = v_2' = 1,8 \text{ m/s}$

Bài 16: Cho hệ như hình vẽ, $m_1 = m_2 = 200 \text{ g}$, $k = 0,5 \text{ N/cm}$. Bỏ qua độ giãn của dây, ma sát, khối lượng dây và ròng rọc ; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

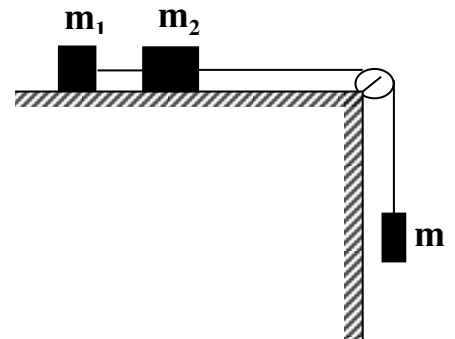
- Tìm độ giãn của lò xo ở vị trí cân bằng.
- Từ vị trí cân bằng, kéo m_1 xuống theo phương thẳng đứng rồi buông tay. Tính vận tốc các vật khi chúng đi qua vị trí cân bằng và khi lò xo có chiều dài tự nhiên



- Đáp số :** a) $x_0 = 4 \text{ cm}$.
b) $v_2 = 0,67 \text{ m/s}$; $v_3 = 0,5 \text{ m/s}$.

Bài 17: Một nhà máy thủy điện có công suất phát điện 200000 kW và có hiệu suất 80% . Mức nước ở hồ chứa có độ cao 1000 m so với tua pin của máy phát điện. Tính lưu lượng nước trong đường ống dẫn nước từ hồ chứa đến tua pin của máy phát điện (m^3/s). Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. **Đáp số :** $25 \text{ m}^3/\text{s}$.

Bài 18: Cho cơ hệ gồm các vật m_1, m_2, m có khối lượng tương ứng là $3 \text{ kg}, 5 \text{ kg}, 2 \text{ kg}$, nối với nhau bằng sợi dây như trên hình. Các sợi dây và ròng rọc có khối lượng không đáng kể và bỏ qua ma sát.



- Áp dụng định lý động năng tính gia tốc của các vật.
- Tính lực căng của dây nối hai vật m_1, m_2 . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Đáp số : a) 2 m/s^2 ; b) 6 N .