

TỨ GIÁC NỘI TIẾP ĐƯỜNG TRÒN

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

Để giải được các bài toán liên quan đến tứ giác nội tiếp học sinh cần nắm chắc các kiến thức cơ bản sau:

1. Định nghĩa tứ giác nội tiếp: HS nắm chắc định nghĩa số 6, phần ôn tập chương III, SGK Toán 9, tập 2-Trang 101.
2. Tính chất tứ giác nội tiếp: HS nắm chắc định lý 14, phần ôn tập chương III, SGK Toán 9, tập 2-Trang 103.
3. Các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp: HS nắm chắc định lý 15 - SGK Toán 9, tập 2-Trang 103 (phần ôn tập chương).
4. Các định lý khác thường được áp dụng:
 - 4-1: Hình thang nội tiếp được trong một đường tròn là hình thang cân và ngược lại.
 - 4-2: Hình bình hành nội tiếp trong một đường tròn là hình chữ nhật và ngược lại.
 - 4-3: Tiếp tuyến của một đường tròn thì vuông góc với bán kính tại tiếp điểm.
 - 4-4: Đường kính đi qua trung điểm của một dây cung không đi qua tâm thì vuông góc với dây cung ấy.
 - 4-5: Đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy
 - 4-6: Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng $1v$.

II. BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Dạng 1: CHỨNG MINH TỨ GIÁC NỘI TIẾP:

Để chứng minh tứ giác nội tiếp được trong một đường tròn ta phải áp dụng linh hoạt các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp, dưới đây là các phương pháp chứng minh cơ bản.

• **Phương pháp 1:**

Sử dụng tính chất: Nếu tổng số đo hai góc đối diện của một tứ giác nội tiếp bằng 180^0 thì tứ giác đó nội tiếp được trong một đường tròn.

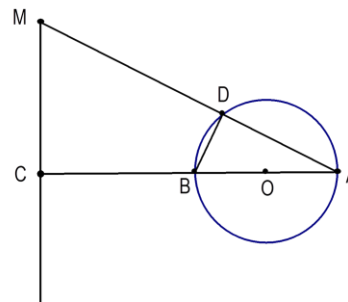
Ví dụ 1:

Cho đường tròn đường kính AB và D là một điểm thuộc đường tròn. Trên tia đối của tia BA lấy một điểm C. Đường thẳng vuông góc với BC tại C cắt đường thẳng AD tại M. Chứng minh rằng tứ giác MCBD nội tiếp.

Hướng dẫn:

Hãy chỉ ra $MCB + MDB = 180^0$

(Chú ý: Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng $1v$).



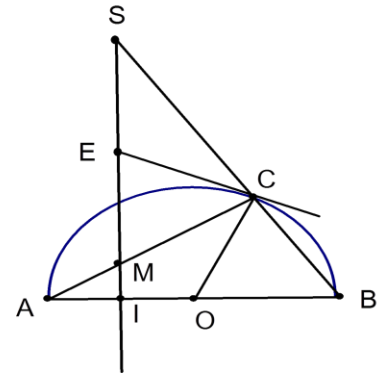
Ví dụ 2: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) đường kính AB. Đường thẳng vuông góc với AO tại trung điểm I của AO cắt AC tại M và cắt tiếp tuyến tại C của đường tròn ở E.

- Chứng minh tứ giác OCEI nội tiếp được trong một đường tròn.
- Chứng minh tứ giác IMCB nội tiếp được trong một đường tròn.

Hướng dẫn:

- Chỉ ra $EIO + OCE = 180^\circ$
- Chỉ ra $MIB + BCM = 180^\circ$

(Chú ý: Tiếp tuyến của một đường tròn thì vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm).



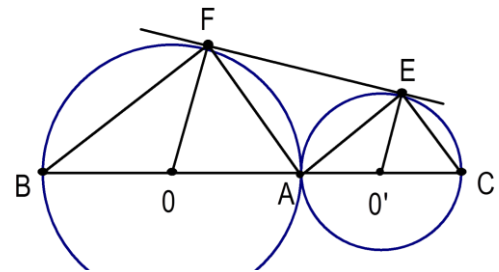
Ví dụ 3:

Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Đường nối tâm cắt (O) và (O') tại điểm thứ hai tương ứng là B và C. Gọi EF là một tiếp tuyến chung ngoài (F thuộc (O) và E thuộc (O')).

- Chứng minh rằng tam giác FAE vuông tại A.
- Chứng minh rằng tứ giác BCEF nội tiếp.

Hướng dẫn:

- Cách 1: Kẻ tiếp tuyến chung tại A và chứng minh tam giác FAE vuông tại A dựa vào tính chất trung tuyến thuộc cạnh huyền của tam giác vuông.



Cách 2: Tính tổng số hai góc trong tam giác FAE và biến đổi bằng 90°

$$\angle AFE = \frac{1}{2} \angle FOA$$

$$\angle AEF = \frac{1}{2} \angle AO'E$$

$$\angle AEF + \angle AFE = \frac{1}{2} (\angle AOO + \angle AO'E) = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$$

- Tính tổng số hai góc đối diện của tứ giác:

$$\angle FBC + \angle FEC = \angle AFE + \angle AEF + \angle AEC = 180^\circ \quad (\angle AEC = 90^\circ)$$

Ví dụ 4:

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Qua A vẽ hai cát tuyến CAD và EAF (C, E ∈ (O); D, F ∈ (O')). Đường thẳng CE cắt đường thẳng DF tại P. Chứng minh tứ giác BEPF nội tiếp

Hướng dẫn:

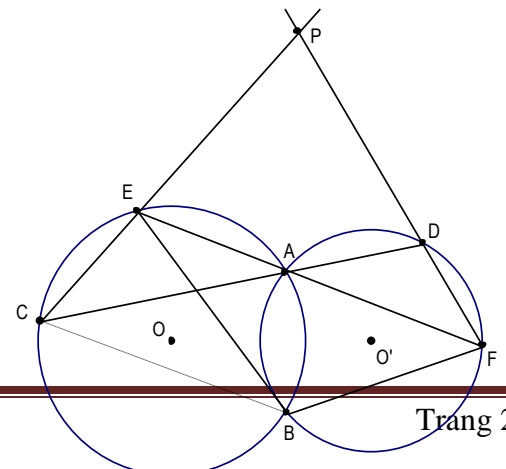
Cách 1: Ta có $\angle BEP = \angle ECB + \angle EBC$ (góc ngoài Δ) mà

$$\angle ECB = \angle BAF \text{ (góc ngoài của tứ giác ABCE nội tiếp)}$$

$$\angle EBC = \angle EAC = \angle DAF \text{ nên } \angle BEP = \angle BAF + \angle DAF = \angle BAD$$

Mà tứ giác ABFD nội tiếp nên $\angle BAD + \angle BFD = 180^\circ$

$$\Rightarrow \angle BEP + \angle BFP = 180^\circ \Rightarrow \text{BEPF là tứ giác nội tiếp.}$$



Cách 2: Có $PEB + PFB = PEF + AEB + PFB$
 $= ABC + ACB + CAB = 180^0$
 (Tổng 3 góc trong tam giác ABC)

Nhận xét:

Để chứng minh tổng hai góc đối của một tứ giác có số đo bằng 180^0 ta có thể nghĩ tới tổng ba góc trong một tam giác.

• **Phương pháp 2:**

Nếu tứ giác có một góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện thì tứ giác đó nội tiếp được trong một đường tròn (Phương pháp này có thể coi như là hệ quả của phương pháp 1)

Ví dụ 1:

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn (O); I là điểm chính giữa của cung AB (Không chứa C và D). IC, ID cắt AB tương ứng tại E và F.

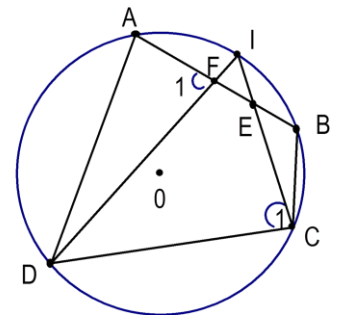
Chứng minh rằng tứ giác CDFE nội tiếp.

Hướng dẫn:

Hãy chỉ ra $F_1 = C_1$:

$$F_1 = \frac{1}{2}(sdAD + sdIB)$$

$$= \frac{1}{2}(sdAD + sdIA) = \frac{1}{2}sdID = C_1$$



Ví dụ 2:

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Kẻ HD vuông góc với AB tại D; HE vuông góc với AC tại E. Chứng minh rằng tứ giác BDEC nội tiếp

Hướng dẫn:

Hãy chỉ ra: $ADE = AHE = ECB$
 hoặc: $ADE = BAH = ECB$

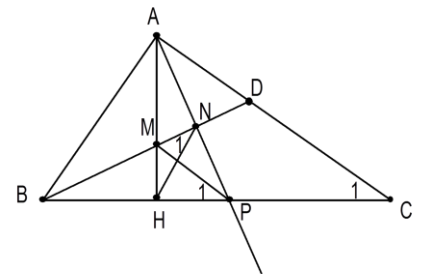
Ví dụ 3:

Cho tam giác ABC vuông tại A; đường cao AH. Trên AC lấy điểm D. BD cắt AH tại M. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc BD tại N và cắt BC tại P. Chứng minh rằng:

- a. Tứ giác MNPH nội tiếp
- b. Tứ giác NDCH nội tiếp

Hướng dẫn:

- a. Sử dụng phương pháp 1, tính tổng số đo hai góc: MHD và MNP
- b. Chỉ ra góc ngoài N_1 bằng góc trong C_1
 $N_1 = A_1 = C_1$ và $N_1 = P_1 = C_1$ ($PM \parallel AC$, cùng vuông góc AB)



• **Phương pháp 3:**

Nếu tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn đoạn thẳng nối hai đỉnh còn lại dưới một góc α thì tứ giác đó nội tiếp được trong một đường tròn.

Ví dụ 1:

Cho bốn điểm A, B, C, D theo thứ tự đó nằm trên đường tròn (O); I là điểm chính giữa của cung AB (Không chứa C và D). IC kéo dài cắt AD kéo dài tại E; ID kéo dài cắt BC kéo dài tại F. Chứng minh

a. Tứ giác CDEF nội tiếp, b. $AB \parallel EF$.

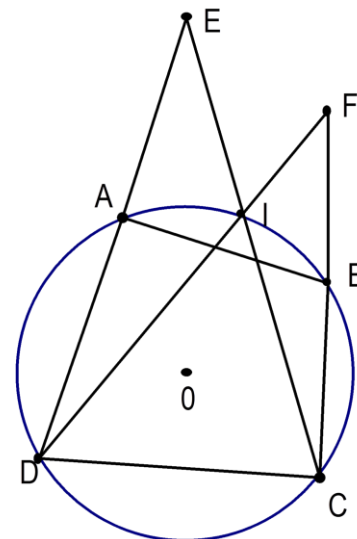
Hướng dẫn:

a. Để chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp theo phương pháp này ta có thể chọn một trong 4 cạnh của tứ giác và chứng minh 2 đỉnh không thuộc cạnh đó cùng nhìn cạnh đã chọn dưới 2 góc bằng nhau.

Chẳng hạn ta chọn cạnh DC, hãy chỉ ra hai đỉnh E và F cùng nhìn đoạn DC dưới hai góc có số đo bằng nhau. Trong bài toán này ta chọn cạnh EF và chứng minh

$$\angle EDF = \angle ECF = \frac{1}{2} \text{sđ} AI = \frac{1}{2} \text{sđ} BI \text{ Là phù hợp hơn cả.}$$

b. Chứng minh: $\angle DAB = \angle DEF$ (Cùng bù với $\angle BCD$)



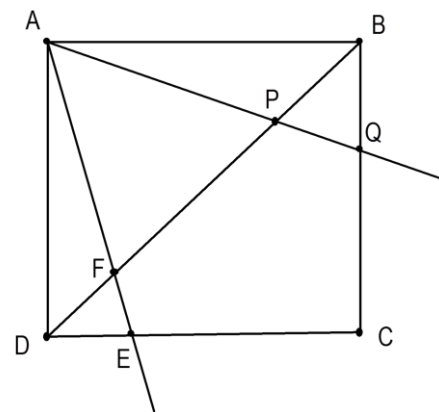
Ví dụ 2:

Cho hình vuông ABCD; dựng góc $\angle xAy = 45^\circ$ sao cho tia Ax cắt BD, BC lần lượt tại P và Q; Tia Ay cắt BD, CD lần lượt tại F và E. Chứng minh rằng:

- a. Tứ giác ABQF nội tiếp
- b. Tứ giác APED nội tiếp

Hướng dẫn:

- a. Hãy chỉ ra hai đỉnh A và B cùng nhìn đoạn QF dưới hai góc bằng 45° .
- b. Hãy chỉ ra hai đỉnh A và D cùng nhìn đoạn EP dưới hai góc bằng 45° .



Ví dụ 3:

Cho tam giác ABC cân tại A. Các trung tuyến AH, BE, CF cắt nhau tại G. Gọi M là trung điểm của BG; N là trung điểm của FG.

Chứng minh rằng tứ giác CMNE nội tiếp

Hướng dẫn:

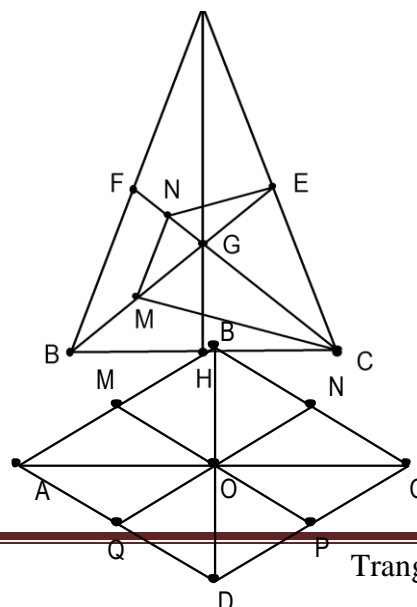
Hãy chỉ ra hai đỉnh M và C cùng nhìn đoạn NE dưới cùng một góc. ($\angle ABE = \angle NME = \angle NCE$)

• **Phương pháp 4:**

Chứng minh 4 đỉnh của tứ giác cách đều 1 điểm cố định.

Ví dụ 1:

Cho hình thoi ABCD cạnh có độ dài là a. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh MNPQ là tứ giác nội tiếp.



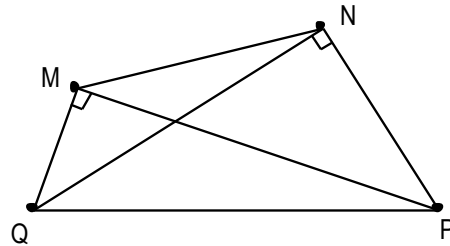
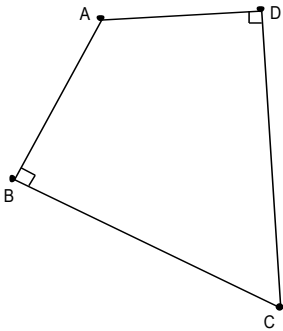
Hướng dẫn:

Gọi O là giao điểm hai đường chéo, theo tính chất hình thoi và trung tuyến thuộc cạnh huyền của tam giác vuông ta có $OM = ON = OP = OQ \Rightarrow$ tứ giác MNPQ nội tiếp đường tròn (O;OM)

Nhận xét:

Đối với bài toán trên ta có thể hoàn toàn chứng minh theo các phương pháp khác. Nhìn chung, nếu ta chứng minh được một tứ giác nội tiếp bằng phương pháp này thì cũng có thể chứng minh được bằng phương pháp kia, điều quan trọng là cần hướng dẫn học sinh tìm ra phương pháp nào ngắn gọn, dễ hiểu nhất.

Qua các ví dụ về chứng minh tứ giác nội tiếp ở trên ta thấy trong rất nhiều trường hợp tứ giác cần chứng minh nội tiếp thuộc một trong hai dạng sau đây:



Đối với hình 1 ta sẽ chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp theo phương pháp 1 tức là có $ABC + ADC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Đối với hình 2 ta chứng minh tứ giác MNPQ nội tiếp theo phương pháp chỉ ra hai đỉnh M, N cùng nhìn PQ dưới 2 góc có số đo bằng 90° .

Dạng 2: SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA TỨ GIÁC NỘI TIẾP ĐỂ CHỨNG MINH CÁC QUAN HỆ HÌNH HỌC

Ghi nhớ:

Khi tứ giác nội tiếp thì ta suy ra được:

- Hai góc đối bù nhau
- Góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện
- Các góc nt cùng chắn một cung thì bằng nhau

Ví dụ 1:

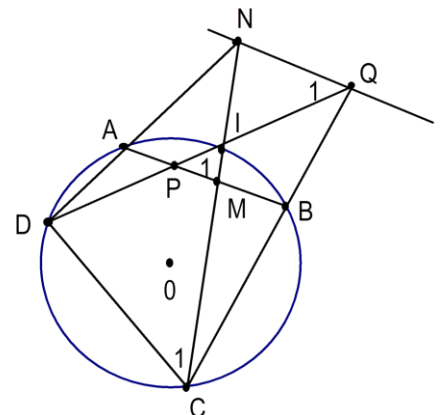
Cho đường tròn tâm (O) ngoại tiếp tứ giác ABCD. Gọi I là điểm chính giữa của cung AB (Không chứa C và D). IC cắt AB tại M và cắt AD kéo dài tại N. ID cắt AB tại P và cắt BC kéo dài tại Q.

Chứng minh rằng:

- a. Tứ giác PMCD nội tiếp
- b. $AB \parallel NQ$
- c. $IA^2 = IB^2 = IP.ID = IM.IC$

Hướng dẫn:

- a. Chỉ ra góc ngoài P_1 bằng góc trong C_1



- b. Chỉ ra cặp góc sole trong bằng nhau là P_1 và Q_1 bằng cách dựa vào hai tứ giác nội tiếp: DNQC và DPMC (Hoặc xem cách chứng minh ví dụ 1 - phương pháp 3 trong dạng toán này)
- c. Dựa vào các cặp tam giác đồng dạng(Trường hợp góc - góc)

$$\Delta AID \sim \Delta PIA \Rightarrow \frac{AI}{PI} = \frac{ID}{IA}; \quad \Delta BIC \sim \Delta MBI \Rightarrow \frac{BI}{MI} = \frac{IC}{IB} \Rightarrow IA^2 = IB^2 = IP \cdot ID = IM \cdot IC$$

***Ví dụ 2:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên AB lấy một điểm C và trên đường tròn (O) lấy một điểm D (D khác A và B). Gọi I là điểm chính giữa của cung nhỏ BD. IC cắt đường tròn tại điểm thứ hai là E. DE cắt AI tại K và cắt đường thẳng qua C song song với AD tại F.

Chứng minh rằng:

- Tứ giác AKCE nội tiếp
- $CK \perp AD$
- $CF = CB$

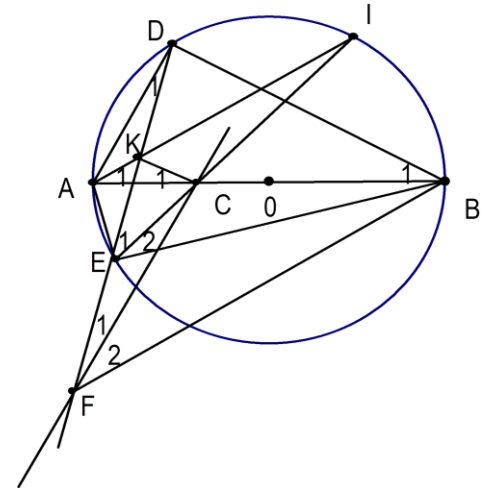
Hướng dẫn:

- Chỉ ra $KAC = KEC$
- Hãy chứng tỏ $CK \parallel BD$ bằng cách chỉ ra $KCA = DBA (= AED)$
- Ta có: $CBE = D_1 = F_1 \Rightarrow$ Tứ giác BCEF nội tiếp

$$\Rightarrow CBF = E_1$$

$$\text{và } F_2 = E_2. \text{ Hơn nữa } F_1 = F_2 \Rightarrow CBF = F_2 \Rightarrow \Delta CBF \text{ cân}$$

$$\text{tại } C \Rightarrow CF = CB$$



Ví dụ 3:

Cho đường tròn (O) và M là một điểm nằm bên ngoài đường tròn. Từ M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn(A, B là các tiếp điểm). Gọi C là một điểm trên cung nhỏ AB.

Từ C kẻ $CD \perp AB$ tại D; $CE \perp MA$ tại E và $CF \perp MB$ tại F. Gọi I là giao điểm của CA và DE; K là giao điểm của BC và DF. Chứng minh rằng:

- Các tứ giác ADCE, DCFB nội tiếp
- $DC^2 = CE \cdot CF$
- $IK \parallel AB$

Hướng dẫn:

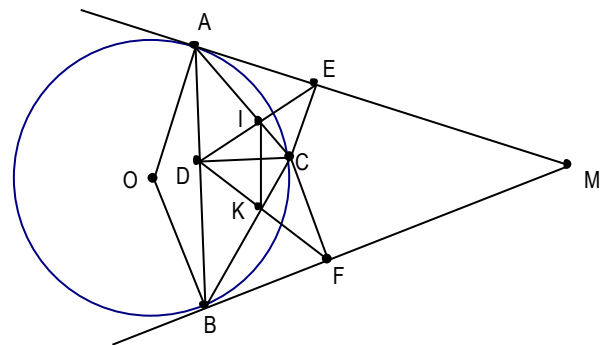
- Tính tổng số đo hai góc đối diện
- Chỉ ra hai tam giác: $\Delta EDC \sim \Delta DFC$ theo

$$\text{trường hợp góc - góc: } CED = CAB = CBF = CDF$$

$$CDE = CAE = CBA = CFD$$

- Chỉ ra hai cặp góc đồng vị bằng nhau:
+ Chứng minh tứ giác ICKD nội tiếp

$$\Rightarrow CIK = CDK = CED = CAD$$



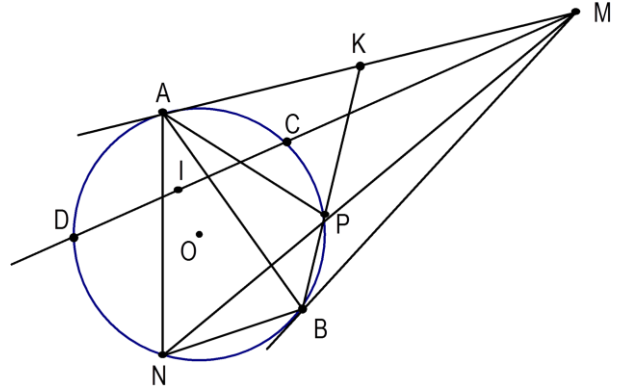
Ví dụ 4 :

Cho đường tròn (O) và M là một điểm nằm bên ngoài đường tròn. Từ M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Qua M vẽ cát tuyến MCD với đường tròn. Gọi I là trung điểm của CD.

- Chứng minh tứ giác AIOB nội tiếp được trong một đường tròn.
- Gọi K là trung điểm của AM. Tia BK cắt đường tròn tại điểm thứ hai là P. Tia MP cắt đường tròn tại điểm thứ hai là N.
Chứng minh rằng: $AK^2 = KP \cdot KB$
- Chứng minh rằng $AM \parallel BN$.

Hướng dẫn:

- Chứng minh 5 điểm M, A, I, O, B cùng nhìn đoạn OM dưới một góc vuông \Rightarrow Tứ giác AIOB nội tiếp
- Chứng minh hai tam giác đồng dạng:
 $\triangle AKB \sim \triangle PKA$
- Chứng minh hai góc: $\angle MNB = \angle KMN$
Từ hai tam giác AKB và PKA đồng dạng suy ra hai tam giác BKM và MKP đồng dạng theo trường hợp c.g.c.



Nhận xét: Để chứng minh tứ giác nội tiếp như phần a/ của bài này đôi khi người ta chọn thêm 1 điểm cùng với 4 điểm là các đỉnh của tứ giác sau đó chứng minh 5 điểm này cùng thuộc một đường tròn.

Ví dụ 5:

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) đường kính AD. Gọi I là giao điểm của AC và BD. H là chân đường vuông góc hạ từ I xuống AD. M là trung điểm của ID. Chứng minh rằng:

- Các tứ giác ABIH, HICD nội tiếp
- Tia CA là tia phân giác của góc BCH suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle BCH$
- Tứ giác BCMH nội tiếp

Hướng dẫn:

a. Sử dụng phương pháp 1 “tổng hai góc đối bằng 180° ”

b. Chỉ ra $\angle BCA = \angle ACH$ bằng cách:

$\angle BCA = \angle BDA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB) và

$\angle ACH = \angle BDA$ (do tứ giác CDHI nội tiếp)

Tương tự chứng minh BI là phân giác $\angle CBH \Rightarrow$ Điểm I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCH.

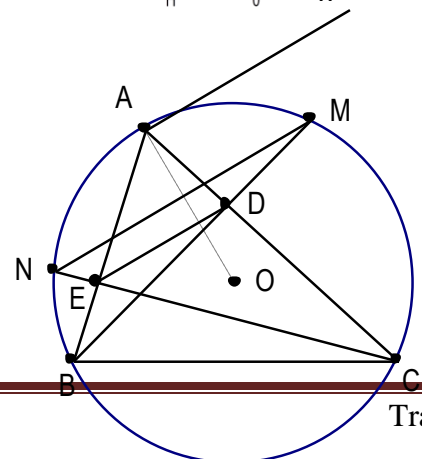
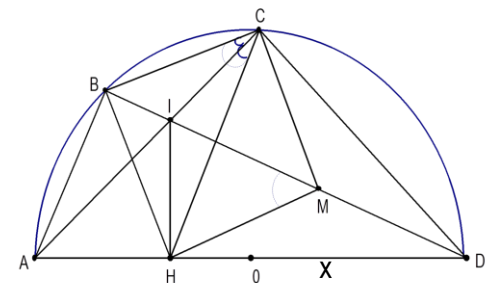
c. Sử dụng phương pháp 3:

Chỉ ra $\angle BCH = \angle BMH$ bằng cách:

$\angle BCH = 2\angle ICH$ và $\angle BMH = 2\angle IDH$

Ví dụ 6:

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N. Chứng minh:



- Các tứ giác ADHE, BEDC nội tiếp
- $DE // MN$
- $OA \perp DE$

Hướng dẫn:

- Chứng minh các tứ giác nội tiếp dựa vào hai trường hợp đặc biệt đã nêu ở trên.
- Chứng minh $\angle DEC = \angle DBC = \angle MNC \Rightarrow DE // MN$
- Chứng minh

Cách 1: $\angle ACN = \angle ABM \Rightarrow AM = AN \Rightarrow A$ là điểm chính giữa của cung $MN \Rightarrow OA \perp MN \Rightarrow OA \perp DE$

Cách 2: Kẻ tiếp tuyến Ax , chứng minh $\angle xAB = \angle ACB = \angle AED \Rightarrow Ax // DE$,
mà $OA \perp Ax$ nên $OA \perp DE$

III. MỘT SỐ BÀI TẬP THAM KHẢO:

Bài 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A và một điểm D nằm giữa A và B. Đường tròn đường kính BD cắt BC tại E. Các đường thẳng CD; AE lần lượt cắt đường tròn tại điểm thứ hai là F và G. Chứng minh rằng:

- Tứ giác ADEC, AFBC nội tiếp
- $BE \cdot BC = BD \cdot BA$
- $AC // FG$
- Các đường thẳng CA, FB, ED đồng quy
- AF kéo dài cắt đường tròn đường kính BD tại điểm thứ hai là S. Chứng minh rằng $DE = DS$

Bài 2:

Cho đường tròn (O), dây AB và điểm C ở ngoài đường tròn nằm trên tia AB. Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ cắt dây AB tại D. Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I. AB cắt QI tại K. Chứng minh rằng:

- Tứ giác PDKI nội tiếp
- $CI \cdot CP = CK \cdot CD$
- IC là phân giác góc ngoài tại đỉnh I của tam giác AIB.

Bài 3:

Cho tam giác ABC vuông tại A. Từ một điểm D trên cạnh BC kẻ đường thẳng vuông góc với BC. Đường thẳng này cắt AC tại F và tia đối của tia AB tại E. Gọi H là giao điểm của BF và CE. Chứng minh rằng:

- $BH \perp CE$
- Tứ giác EADC nội tiếp được trong một đường tròn. Xác định tâm O và bán kính của đường tròn này.
- Tia DH cắt đường tròn (O) tại K. Chứng minh $AK // BH$

- d. Chứng minh khi D di chuyển trên cạnh BC thì H di chuyển trên một đường tròn cố định.

Bài 4:

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn $(O; R)$, $A < 90^\circ$. Các đường cao BH, CK cắt (O) lần lượt tại D và E.

1. Chứng minh 4 điểm B, C, H, K cùng nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh $DE \parallel HK$
3. Chứng minh $OA \perp HK$

Bài 5:

Cho năm điểm thẳng hàng theo thứ tự là A, B, C, D, E sao cho $AB = BC = CD = DE = R$. Vẽ các đường tròn $(C; 2R)$ và $(B; R)$. Dây MN của đường tròn (B) . Dây MN của (C) vuông góc với AD tại D. AM cắt (B) tại điểm thứ hai là K.

- a. Chứng minh DK là tiếp tuyến của (B)
- b. Tam giác DKM và AMN là các tam giác gì? giải thích?
- c. Chứng minh tứ giác KMDC nội tiếp được trong một đường tròn
- d. Tìm diện tích hình giới hạn bởi ba đường tròn $(C; 2R)$; $(B; R)$ và đường tròn ngoại tiếp tứ giác KMDC.

Bài 6:

Cho tam giác ABC đều nội tiếp trong (O) đường kính là AA' . Trên cạnh AB lấy điểm M và trên cạnh AC kéo dài về phía C lấy điểm N sao cho $BM = CN$

1. Chứng minh rằng tam giác $MA'N$ cân
2. Chứng minh tứ giác $AMA'N$ nội tiếp
3. Gọi I là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng I là trung điểm của MN

Bài 7:

Cho đường tròn (O) đường kính BC. Dây AD không qua tâm cắt BC tại M. Gọi E, F lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ B, C tới AD. I, K lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ A, D tới BC. Chứng minh:

- a. Các tứ giác ABIE, CDFK, EKFI nội tiếp
- b. $EK \parallel AC$

Bài 8:

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm của AO, đường thẳng vuông góc với AB tại I cắt nửa đường tròn (O) tại K. C là điểm chạy trên đoạn IK, đường thẳng AC cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là M; BM cắt đường thẳng IK tại D. Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn cắt CD tại N.

- a/ Chứng minh tứ giác MBIC nội tiếp được trong một đường tròn
- b/ Chứng minh tam giác NCM là tam giác cân
- c/ Chứng minh $AI \cdot BI = CI \cdot DI$

Bài 9:

Cho đoạn thẳng AB và một điểm C nằm giữa A và B. Trên nửa mặt phẳng bờ AB Vẽ hai tia Ax, By cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy một điểm I, tia vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P.

1. Chứng minh CPKB là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh $AI \cdot BK = AC \cdot CB$

3. Chứng minh ΔAPB vuông

Bài 10:

Trên hai cạnh của một góc vuông xOy lấy hai điểm A và B sao cho $OA = OB$. Một đường thẳng qua A cắt OB tại M (M nằm giữa O và B). Từ B hạ đường vuông góc với AM tại H cắt tia AO tại I .

1. Chứng minh tứ giác $AOHB$ nội tiếp
2. Chứng minh $OI = OM$
3. Từ O kẻ đường vuông góc với BI tại K . Chứng minh $OK = KH$

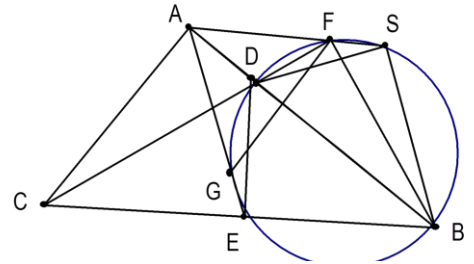
VI. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC BÀI TẬP THAM KHẢO:

Bài 1

c. Chỉ ra hai góc sole trong bằng nhau:

$ACD = GED$ và $GFD = GED$

e. Chứng minh $\Delta BED = \Delta BSD$ (c - g - c)

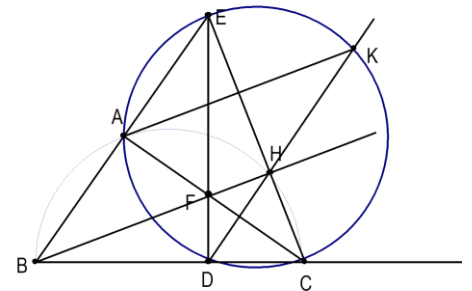


Bài 2

c. $AIP = PAB$ và $BIC = PAB$

Bài 3

d. H luôn nhìn BC dưới một góc không đổi $= 90^\circ$



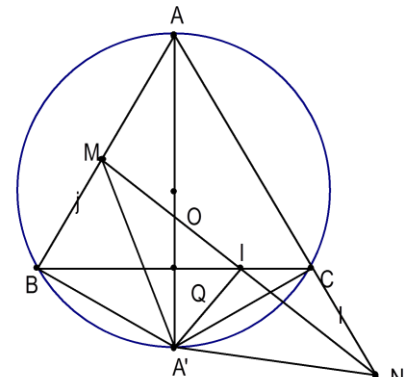
Bài 6:

1. Chỉ ra tứ giác $A'ICN$ nội tiếp

$\Rightarrow A'IN = 90^\circ$

$\Rightarrow A'I \perp MN$

$\Rightarrow I$ là trung điểm của MN



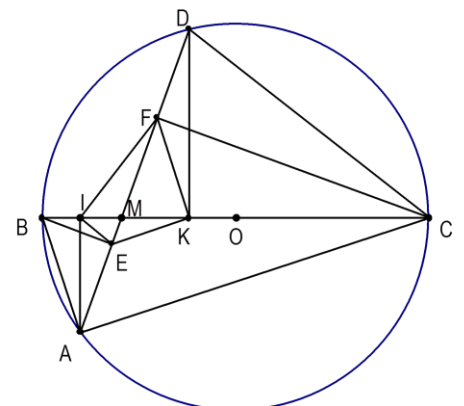
Bài 7:

a. Ta có: $\begin{cases} KIE = BAE \\ BAE = BCD \Rightarrow \text{Tứ giác FIEK nội tiếp} \\ BCD = EFK \end{cases}$

b. Tứ giác $AIFC$ nội tiếp $\Rightarrow IFA = ICA$ (1)

Tứ giác $EIFK$ nội tiếp $\Rightarrow IFA = IKE$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow ICA = IKE \Rightarrow EK \parallel AC$



Bài 8:

b. $NMC = MBI$ và $MBI = MCN$ (Cùng phụ với MDC)

$\Rightarrow NMC = NCM$

c. $\triangle ACI \sim \triangle DBI$

Bài 9:

2, $\triangle AIC \sim \triangle BCK$ ($AIC = BCK$ vì cùng phụ với ICK)

3, $\triangle APB \sim \triangle ICK$

Bài 10:

2. Chỉ ra $\triangle IOM$ vuông cân tại O.

$$OMI = OHI = OAB = 45^\circ$$

3. Chỉ ra $\triangle OKH$ vuông cân tại K ($OHK = 45^\circ$)

