

Thuvienhoclieu.Com ĐỀ 2	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 MÔN TOÁN
--	---

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

- A. 2^7 . B. A_7^2 . C. C_7^2 . D. 7^2 .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_7 = -10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. -1. D. -2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 4. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$

2
 -5

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-

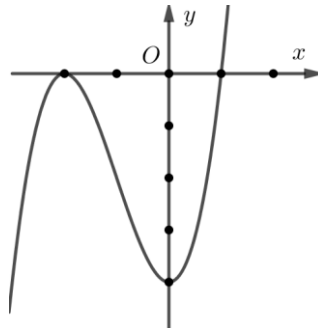
Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = \frac{1}{5}$. C. $y = -1$. D. $y = 5$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 4$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 4$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 9. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_a b$ bằng

A. $3 + \log_a b$

B. $3 \log_a b$

C. $\frac{1}{3} + \log_a b$

D. $\frac{1}{3} \log_a b$

Câu 10. Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$.

B. $(x^2-x) \cdot 3^{x^2-x-1}$.

C. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

D. $3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Câu 11. Với b là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{b^5}$ bằng:

A. $b^{\frac{5}{3}}$.

B. $b^{\frac{3}{5}}$

C. b^{15}

D. $b^{\frac{1}{15}}$

Câu 12. Nghiệm của phương trình: $3^{x^2-2x+1} = 1$ là:

A. $x = 1$.

B. $x = 0$

C. $x = -1$

D. $x = \frac{1}{3}$

Câu 13. Nghiệm của phương trình: $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2}$ là:

A. $x = 3$.

B. $x = \frac{1}{2}$

C. $x = 1$

D. $x = \frac{1}{3}$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 3x + \cos 3x$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng.

A. $\int f(x) dx = \frac{3x^2}{2} - \frac{\sin 3x}{3} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{3x^2}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C$

C.

$\int f(x) dx = 3(1 + \sin 3x) + C$

D. $\int f(x) dx = 3x^2 + \sin 3x + C$

Câu 15. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x + 1)^{2021}$

A. $\frac{(2x+1)^{2022}}{4044} + C$.

B. $\frac{(2x+1)^{2022}}{2022} + C$

C. $\frac{(2x+1)^{2022}}{1011} + C$

D. $4042(2x+1)^{2020} + C$

Câu 16. Nếu $\int_{-1}^3 f(x) dx = 2$ và $\int_3^7 f(x) dx = -3$ thì $\int_{-1}^7 f(x) dx$ bằng:

- A. -1. B. 5 C. -6 D. -5

Câu 17. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\ln \frac{5}{3}$. B. $\log \frac{5}{3}$ C. $\frac{16}{225}$ D. $\frac{2}{15}$

Câu 18. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $z' = 1 + i$. Số phức $\frac{z}{z'}$ bằng:

- A. $3 - i$. B. $3 + i$ C. $-3 + i$ D. $-3 - i$

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z + (2 - i) \cdot (3 + 4i) = 1 + i$ là:

- A. $\bar{z} = -9 + 4i$ B. $\bar{z} = -9 - 4i$ C. $\bar{z} = 8 + 2i$ D. $\bar{z} = 11 - 4i$

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức:

$z = (4 - 7i) + (5 + 5i)$ có tọa độ

- A. $(9; -2)$. B. $(9; -12)$. C. $(-3; 10)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 21. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là

- A. $V = 12$. B. $V = 8$. C. $V = 4$. D. $V = 6$.

Câu 22. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. B. $V = a^3 \sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 23. Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy bằng r có diện tích xung quanh S_{xq} cho bởi công thức

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = 2\pi r^2$. D. $S_{xq} = 4\pi r^2$.

Câu 24. Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π . Tính thể tích của khối trụ?

- A. 18π . B. 10π . C. 12π . D. 40π .

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

- A. $G(1; 0; 3)$. B. $G(3; 0; 1)$. C. $G(-1; 0; 3)$. D. $G(0; 0; -1)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) :

$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(3; -2; 4)$, $R = 25$. B. $I(-3; 2; -4)$, $R = 5$.
C. $I(3; -2; 4)$, $R = 5$. D. $I(-3; 2; -4)$, $R = 25$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(1; -2; 3)$. C. $(-3; 4; 5)$. D. $(3; -4; -5)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 2; 1)$ và điểm $B(2; 0; 5)$. Tọa độ vectơ \overline{AB} là

- A. $(2; 2; -4)$. B. $(-2; -2; 4)$. C. $(-1; -1; 2)$. D. $(1; 1; -2)$.

Câu 29. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt súc sắc là 7

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{7}{12}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ B. $y = \frac{x+1}{3x+1}$
 C. $y = -2x+1$ D. $y = 2x^2 - 3x$

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ trên $[3;4]$.

Tích M.m bằng:

- A. 5 B. $\frac{35}{2}$ C. $\frac{35}{10}$ D. 7

Câu 32. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} \geq 0.25$ là:

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

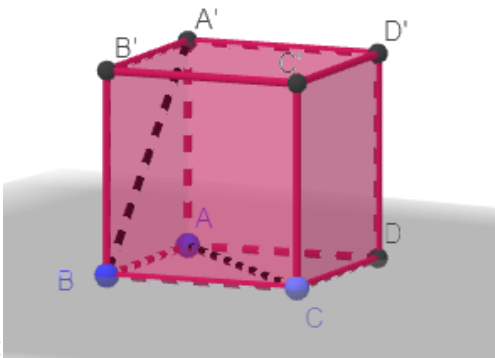
Câu 33. Nếu $\int_{-1}^2 [3-5f(x)]dx = -1$ thì $\int_{-1}^2 f(x)dx$ bằng:

- A. 5 B. 8 C. -4 D. 2

Câu 34. Cho số phức $z = 2 - i$. Mô đun của số phức $\frac{3+4i}{\bar{z}}$ bằng:

- A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. 7 D. $\sqrt{7}$

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên) . Góc giữa $A'B$ và AC



bằng:

- A. 60° B. 30° C. 45° D. 120°

Câu 36. Cho hình chóp hình chóp S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc, SA=2, SB=3, SC= $\sqrt{6}$, khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng:

- A. $\frac{6}{\sqrt{11}}$ B. $\frac{\sqrt{19}}{6}$ C. $\frac{6}{\sqrt{19}}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{6}$

Câu 37. Trong không gian O xyz, mặt cầu có tâm là I(1;2;3) và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $3x-4y-5=0$, mặt cầu đó có phương trình là:

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$
 B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$

Câu 38. Trong không gian Oxyz, đường thẳng d đi qua M(1; 2; -3) và song song với đường thẳng d': $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-5}$, đường thẳng d có phương trình tham số là:

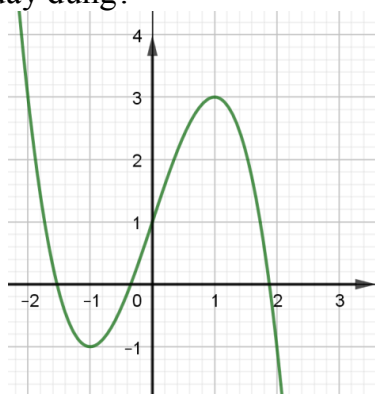
A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 5t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 - 5t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 - 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x) - x^2 - x$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\max_{(-1;1)} g(x) = f(0)$

B. $\max_{(-\infty;0)} g(x) = f(-1)$

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;1)$

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$

Câu 40. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_4(x^2 - x - m) \geq \log_2(x + 2)$ có nghiệm?

A. $(-\infty; 6]$

B. $(-\infty; 6)$

C. $(-2; +\infty)$

D. $(-2; +\infty]$

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x) \cos x dx$ bằng

A. 2

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{4}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 42. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$ và $a > 0$) thỏa $1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2$. Tính $|z|$

A. $\sqrt{5}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{17}}{2}$

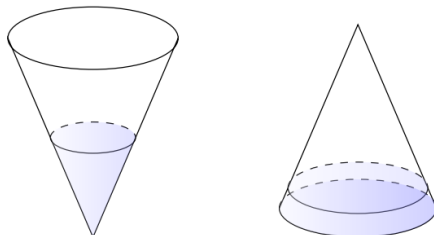
D. $\frac{1}{2}$

Câu 43. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Biết A' cách đều ba đỉnh A, B, C và mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'C')$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$. B. $a^3\sqrt{5}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 44. Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 30cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao cột nước là 15cm (hình trái). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình phải) thì chiều cao cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?

- A. 1,31cm
B. 1,53cm
C. 1,13cm
D. 1,23cm



Câu 45. Trong không gian

$Oxyz$, cho ba đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (h; k; 1)$. Giá trị $h-k$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 6. D. -2.

Câu 46. Gọi S là tập hợp những giá trị của tham số m để hàm số sau không có cực trị trên \mathbb{R} .

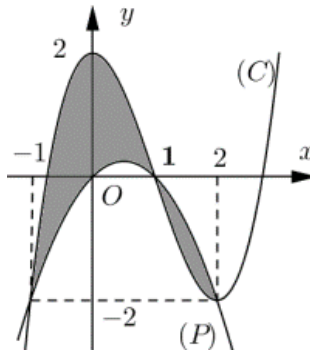
$f(x) = \frac{1}{4}m^2 \cdot e^{4x} + \frac{1}{3}m \cdot e^{3x} - \frac{1}{2}e^{2x} - (m^2 + m - 1)e^x$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. -1.

Câu 47. Tính số nghiệm của phương trình $\cot x = 2^x$ trong khoảng $(\frac{11\pi}{12}; 2022\pi)$.

- A. 2020. B. 1. C. 2021. D. 2022.

Câu 48. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng



- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z+1-2i| = |\bar{z}+3+4i|$ và $\frac{z-2i}{z+i}$ là một số thuần ảo?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$ và các điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;-2;-3)$, $C(1;0;-3)$. Điểm D thuộc mặt cầu (S) . Thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

- A. 7. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. 9.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

- A. 2^7 . B. A_7^2 . C. C_7^2 . D. 7^2 .

Giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là: C_7^2 .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_7 = -10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. -1. D. -2.

Giải

Chọn D

Ta có: $u_7 = u_1 + 6d \Leftrightarrow d = \frac{u_7 - u_1}{6}$ hay $d = \frac{-10 - 2}{6} = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 4. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$
--------	-----------	-----	------	-----------

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

Giải

Chọn B.

Từ BBT ta có hàm số đạt giá trị cực tiểu $f(3) = -5$ tại $x = 3$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $f'(-1) = 0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên \mathbb{R} nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm $x = -1$, $x = 1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

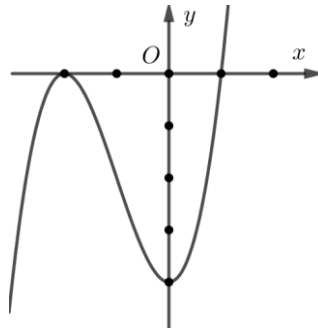
- A. $y = 1$. B. $y = \frac{1}{5}$. C. $y = -1$. D. $y = 5$.

Giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 + 3x^2 - 4.$

B. $y = x^4 - 2x^2 - 4.$

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4.$

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 4.$

Giải

Chọn A

+) Vì đồ thị của hàm số trong hình vẽ có hai điểm cực trị nên phương án hàm bậc bốn trùng phương loại.

+) Nhận thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow$ hệ số $a > 0$ nên loại phương án $y = -x^3 + 3x^2 - 4.$

Vậy phương án đúng là $y = x^3 + 3x^2 - 4.$

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Giải

Chọn B

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ chính là số nghiệm

thực của phương trình $x^3 - x^2 = -x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}.$

Câu 9. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

A. $3 + \log_a b$

B. $3 \log_a b$

C. $\frac{1}{3} + \log_a b$

D. $\frac{1}{3} \log_a b$

Giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b.$

Câu 10. Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-1).3^{x^2-x}.$

B. $(x^2-x).3^{x^2-x-1}.$

C. $(2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3.$

D. $3^{x^2-x}.\ln 3.$

Giải

Chọn C

Ta có: $(a^u)' = u'.a^u.\ln a$ nên $(3^{x^2-x})' = (2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3.$

Câu 11. Với b là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{b^5}$ bằng:

A. $b^{\frac{5}{3}}.$

B. $b^{\frac{3}{5}}.$

C. b^{15}

D. $b^{\frac{1}{15}}$

Giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt[3]{b^5} = b^{\frac{5}{3}}$

Câu 12. Nghiệm của phương trình: $3^{x^2-2x+1} = 1$ là:

- A. $x = 1$. B. $x = 0$ C. $x = -1$ D. $x = \frac{1}{3}$

Giải**Chọn A**

Ta có: $3^{x^2-2x+1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 13. Nghiệm của phương trình: $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2}$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = \frac{1}{2}$ C. $x = 1$ D. $x = \frac{1}{3}$

Giải**Chọn A**

Ta có: $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2}$, Điều kiện $x > 0$

Phương trình: $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 3x + \cos 3x$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng.

- A. $\int f(x)dx = \frac{3x^2}{2} - \frac{\sin 3x}{3} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{3x^2}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C$ C.
 D. $\int f(x)dx = 3(1 + \sin 3x) + C$ D. $\int f(x)dx = 3x^2 + \sin 3x + C$

Giải**Chọn A**

Ta có: $\int f(x)dx = \int (3x + \cos 3x)dx = \frac{3x^2}{2} - \frac{\sin 3x}{3} + C$

Câu 15. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x + 1)^{2021}$

- A. $\frac{(2x+1)^{2022}}{4044} + C$. B. $\frac{(2x+1)^{2022}}{2022} + C$
 C. $\frac{(2x+1)^{2022}}{1011} + C$ D. $4042(2x+1)^{2020} + C$

Giải**Chọn A**

Ta có: $\int f(x)dx = \int (2x+1)^{2021} dx = \frac{(2x+1)^{2022}}{4044} + C$

Câu 16. Nếu $\int_{-1}^3 f(x)dx = 2$ và $\int_3^7 f(x)dx = -3$ thì $\int_{-1}^7 f(x)dx$ bằng:

A. -1.

B. 5

C. -6

D. -5

Giải**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^7 f(x)dx = \int_{-1}^3 f(x)dx + \int_3^7 f(x)dx = 2 + (-3) = -1$$

Câu 17. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng:

A. $\ln \frac{5}{3}$.B. $\log \frac{5}{3}$ C. $\frac{16}{225}$ D. $\frac{2}{15}$ **Giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } \int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln \frac{5}{3}$$

Câu 18. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $z' = 1 + i$. Số phức $\frac{z}{z'}$ bằng:

A. $3 - i$.B. $3 + i$ C. $-3 + i$ D. $-3 - i$ **Giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } \frac{z}{z'} = \frac{4+2i}{1+i} = 3 - i$$

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z + (2 - i). (3 + 4i) = 1 + i$ là:

A. $\bar{z} = -9 + 4i$ B. $\bar{z} = -9 - 4i$ C. $\bar{z} = 8 + 2i$ D. $\bar{z} = 11 - 4i$ **Giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } z + (2 - i). (3 + 4i) = 1 + i \Leftrightarrow z = 1 + i - (2 - i)(3 + 4i) = -9 - 4i$$

$$\text{Suy ra: } \bar{z} = -9 + 4i$$

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (4 - 7i) + (5 + 5i)$ có tọa độ

A. (9; -2).

B. (9; -12).

C. (-3; 10).

D. (-1; 2).

Giải**Chọn A**

$$\text{Ta có: } z = (4 - 7i) + (5 + 5i) \Leftrightarrow z = 9 - 2i$$

$$\text{Suy ra: điểm biểu diễn số phức } z \text{ có tọa độ } (9; -2)$$

Câu 21. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là

A. $V = 12$.B. $V = 8$.C. $V = 4$.D. $V = 6$.**Giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } V = Bh = 3.4 = 12$$

Câu 22. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Giải

Chọn B

Ta có: $V = Bh = \frac{\sqrt{3}}{4}4a.a = a^3\sqrt{3}$

Câu 23. Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy bằng r có diện tích xung quanh S_{xq} cho bởi công thức

A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = 2\pi r^2$. D. $S_{xq} = 4\pi r^2$.

Giải

Chọn A

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rl$

Câu 24. Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π . Tính thể tích của khối trụ?

A. 18π . B. 10π . C. 12π . D. 40π .

Giải

Chọn C

Ta có chu vi đáy bằng 4π nên $2\pi r = 4\pi \Rightarrow r = 2 \Rightarrow V = \pi.4.3 = 12\pi$

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(1;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

A. $G(1;0;3)$. B. $G(3;0;1)$. C. $G(-1;0;3)$. D. $G(0;0;-1)$.

Giải

Chọn A

Ta có G là trọng tâm tam giác ABC ♦

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) :

$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(3;-2;4)$, $R = 25$. B. $I(-3;2;-4)$, $R = 5$.

C. $I(3;-2;4)$, $R = 5$. D. $I(-3;2;-4)$, $R = 25$.

Giải

Chọn C

Tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) là: $I(3;-2;4)$, $R = 5$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A. $(-1;2;-3)$. B. $(1;-2;3)$. C. $(-3;4;5)$. D. $(3;-4;-5)$.

Giải

Chọn B

Ta có: $(1;-2;3)$ là điểm thuộc đường thẳng d .

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;1)$ và điểm $B(2;0;5)$. Tọa độ vectơ \overline{AB} là

- A. $(2;2;-4)$. B. $(-2;-2;4)$. C. $(-1;-1;2)$. D. $(1;1;-2)$.

Giải

Chọn B

Ta có: $\overline{AB} = (-2; -2; 4)$

Câu 29. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt súc sắc là 7

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{7}{12}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

Giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu là: 36

Số phần tử tổng số chấm trên hai mặt súc sắc là 7: 6

Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt súc sắc là 7 là: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Câu 30. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ B. $y = \frac{x+1}{3x+1}$
 C. $y = -2x+1$ D. $y = 2x^2 - 3x$

Giải

Chọn B

$$y' = \frac{-2}{(3x+1)^2} < 0 \forall x \neq -\frac{1}{3}$$

Nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right), \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ trên $[3;4]$.

Tích M.m bằng:

- A. 5 B. $\frac{35}{2}$ C. $\frac{35}{10}$ D. 7

Giải

Chọn B

$$y' = \frac{-3}{(x-2)^2} > 0, \forall x \neq 2 \quad \text{nên } m = f(4) = \frac{7}{2}; M = f(3) = 5. \text{ Khi đó } M.m = \frac{35}{2}$$

Câu 32. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} \geq 0.25$ là:

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

Giải

Chọn B

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} \geq 0.25 \Leftrightarrow x^2 \leq 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$

Câu 33. Nếu $\int_{-1}^2 [3-5f(x)]dx = -1$ thì $\int_{-1}^2 f(x)dx$ bằng:

- A. 5 B. 8 C. -4 D. 2

Giải

Chọn D

$$\int_{-1}^2 [3-5f(x)]dx = -1 \Leftrightarrow \int_{-1}^2 3dx - 5\int_{-1}^2 f(x)dx = -1 \Leftrightarrow \int_{-1}^2 f(x)dx = 2$$

Câu 34. Cho số phức $z = 2 - i$. Mô đun của số phức $\frac{3+4i}{\bar{z}}$ bằng:

- A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. 7 D. $\sqrt{7}$

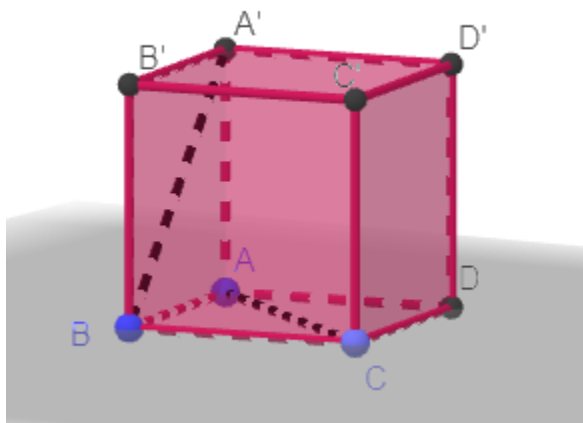
Giải

Chọn A

Ta có: $\frac{3+4i}{\bar{z}} = \frac{3+4i}{2+i} = 2+i$

Khi đó $\left|\frac{3+4i}{\bar{z}}\right| = |2+i| = \sqrt{5}$

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa $A'B$ và AC bằng:



- A. 60° B. 30° C. 45° D. 120°

Giải

Chọn A

Vì $A'B // D'C$ nên góc giữa $A'B$ và AC chính là góc giữa $D'C$ và AC hay là góc ACD' .

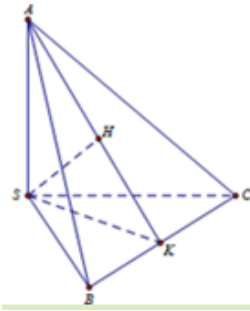
Mà tam giác ACD' là tam giác đều nên góc $ACD' = 60^\circ$.

Câu 36. Cho hình chóp hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc, $SA=2, SB=3, SC=\sqrt{6}$, khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng:

- A. $\frac{6}{\sqrt{11}}$ B. $\frac{\sqrt{19}}{6}$ C. $\frac{6}{\sqrt{19}}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{6}$

Giải

Chọn C



Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên hình chiếu của S lên (ABC) là trực tâm H tam giác ABC

khi đó $SH \perp (ABC)$ và $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{19}{36}$ nên $SH = \frac{6}{\sqrt{19}}$

Câu 37. Trong không gian Oxyz, mặt cầu có tâm là I(1;2;3) và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $3x - 4y - 5 = 0$, mặt cầu đó có phương trình là:

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$
- B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$
- C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$
- D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$

Giải

Chọn C

Bán kính $R = d(I, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 - 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$.

Vậy mặt cầu tâm có tâm là I(1;2;3) và có bán kính R=2 nên nó có phương trình

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$$

Câu 38. Trong không gian Oxyz, đường thẳng d đi qua M(1; 2; -3) và song song với đường

thẳng d': $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-5}$, đường thẳng d có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 5t \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 - 5t \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 - 3t \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$

Giải

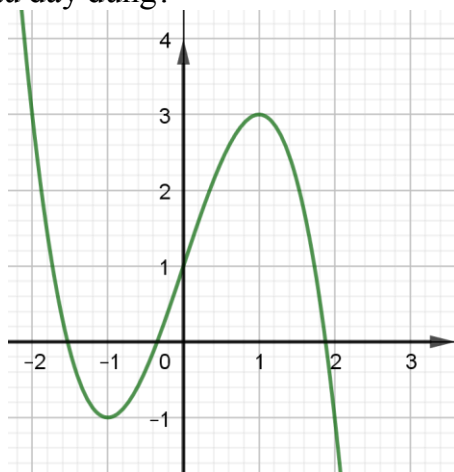
Chọn B

d' có VTCP là: $\vec{u}(2;1;-5)$

Vì đường thẳng d//d' nên d nhận $\vec{u}(2;1;-5)$ làm VTCP, phương trình tham số của d là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 - 5t \end{cases}$$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x) - x^2 - x$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\max_{(-1;1)} g(x) = f(0)$

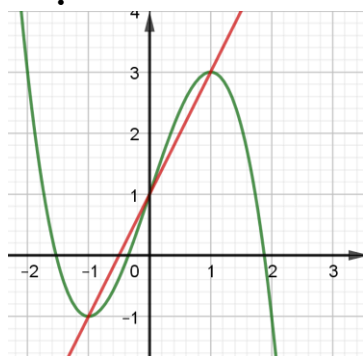
B. $\max_{(-\infty;0)} g(x) = f(-1)$

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;1)$

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$

Giải

Chọn B



$$g'(x) = f'(x) - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	↗		↘		↗

Câu 40. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_4(x^2 - x - m) \geq \log_2(x + 2)$ có nghiệm?

A. $(-\infty; 6]$

B. $(-\infty; 6)$

C. $(-2; +\infty)$

D. $(-2; +\infty]$

Giải

Chọn B

$$\log_4(x^2 - x - m) \geq \log_2(x + 2) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_4(x^2 - x - m) \geq \log_2(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 > 0 \\ x^2 - x - m \geq (x + 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ m \leq -5x - 4 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x) = -5x - 4$ với $x > -2$

x	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$
$f(x)$	6	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m < 6$

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x) \cos x dx$ bằng

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Giải

Chọn C

Đặt $t = 2 \sin x$ thì $dt = 2 \cos x dx$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^1 (3t^2 + 2t) dt + \frac{1}{2} \int_1^2 (t-1) dt = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

Câu 42. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$ và $a > 0$) thỏa $1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2$. Tính $|z|$

- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{17}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Giải

Chọn A

$$1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2 \Leftrightarrow 1 + a - bi = a^2 + (b+1)^2 - a^2 + (b+1)^2 - 2a(b+1)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1+a = 2(b+1)^2 \\ -b = -2a(b+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2(b+1)^2 - 1 \\ 1 - (b+1) = -2a(b+1) (*) \end{cases}$$

Thay $a = 2(b+1)^2 - 1$ vào phương trình (*)

$$\text{Ta được } 4(b+1)^3 - 3(b+1) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b+1 = -1 \\ b+1 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Theo yêu cầu bài toán thì nhận $z = 1 - 2i$ suy ra $|z| = \sqrt{5}$

Câu 43. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Biết A' cách đều ba đỉnh A, B, C và mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'C')$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng

- A. $\frac{a^3 \sqrt{5}}{4}$. B. $a^3 \sqrt{5}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{5}}{8}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{5}}{3}$.

Giải

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (h; k; 1)$. Giá trị $h-k$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 6. D. -2.

Giải

Chọn A

$$H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t; t; 1+t).$$

$$K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m; 2+2m; m).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{HK} = (m-2t-2; 2m-t+2; m-t-1).$$

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 1; -2)$.

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m-t+2=0 \Leftrightarrow m=t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t-4; t-2; -3).$$

$$\text{Ta có } HK^2 = (-t-4)^2 + (t-2)^2 + (-3)^2 = 2(t+1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \min HK = \sqrt{27}, \text{ đạt được khi } t = -1.$$

Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = (-3; -3; -3)$, suy ra $\vec{u} = (1; 1; 1) \Rightarrow h = k = 1 \Rightarrow h - k = 0$.

Câu 46. Gọi S là tập hợp những giá trị của tham số m để hàm số sau không có cực trị trên \mathbb{R} .

$$f(x) = \frac{1}{4}m^2 \cdot e^{4x} + \frac{1}{3}m \cdot e^{3x} - \frac{1}{2}e^{2x} - (m^2 + m - 1)e^x. \text{ Tổng tất cả các phần tử của tập } S \text{ bằng}$$

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. -1.

Giải

Chọn A

Ta có

$$f'(x) = m^2 \cdot e^{4x} + m \cdot e^{3x} - e^{2x} - (m^2 + m - 1)e^x = e^x(m^2 \cdot e^{3x} + m \cdot e^{2x} - e^x - m^2 - m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 \cdot e^{3x} + m \cdot e^{2x} - e^x - m^2 - m + 1 = 0.$$

Đặt $t = e^x > 0$ ta có

$$\text{Ta có: } m^2 t^3 + m t^2 - t - m^2 - m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2(t^3 - 1) + m(t^2 - 1) + 1 - t = 0 \Leftrightarrow (t-1)[m^2(t^2 + t + 1) + m(t+1) - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)[m^2 t^2 + (m^2 + m)t + m^2 + m - 1] = 0$$

Điều kiện cần để hàm số không có cực trị thì phương trình $m^2 t^2 + (m^2 + m)t + m^2 + m - 1$ có nghiệm $t = 1 \Leftrightarrow 3m^2 + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1, m = \frac{1}{3}$.

Thử lại ta thấy với hai giá trị m trên ta đều có nghiệm đơn $t = 1$.

Vậy hai giá trị $m = -1, m = \frac{1}{3}$ thỏa mãn.

Câu 47. Tính số nghiệm của phương trình $\cot x = 2^x$ trong khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; 2022\pi\right)$.

- A. 2020. B. 1. C. 2021. D. 2022.

Giải

Chọn C

Xét phương trình $\cot x = 2^x$ (1).

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Xét hàm số $f(x) = 2^x - \cot x, x \in \left(\frac{11\pi}{12}; 2022\pi\right) \setminus \{k\pi\}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

$\Rightarrow f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 + 1 + \cot^2 x > 0 \forall x \in \left(\frac{11\pi}{12}; 2022\pi\right) \setminus \{k\pi\}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ liên tục và đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right); (\pi; 2\pi); \dots; (2021\pi; 2022\pi)$.

Trên khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$ ta có bảng biến thiên

x	$\frac{11\pi}{12}$	π
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$f\left(\frac{11\pi}{12}\right)$	$+\infty$

Ta có $f\left(\frac{11\pi}{12}\right) = 2^{\frac{11\pi}{12}} - \cot\left(\frac{11\pi}{12}\right) \approx 11,0925 > 0$. Do đó phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm trên khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$.

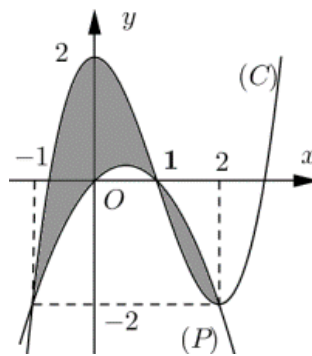
Trên mỗi khoảng $(k\pi; (k+1)\pi), k \in \{1; 2; \dots; 2021\}$ ta có bảng biến thiên

x	$k\pi$	$(k+1)\pi$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy mỗi khoảng $(k\pi; (k+1)\pi), k \in \{1; 2; \dots; 2021\}$ phương trình $f(x)=0$ có đúng 1 nghiệm. Mà có 2021 khoảng nên phương trình $f(x)=0$ có đúng 2021 nghiệm.

Vậy phương trình $f(x)=0$ có 2021 nghiệm.

Câu 48. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng



A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{11}{12}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Giải

Chọn A

Cách 1:

Gọi hàm số bậc ba là $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị (C) đi qua các điểm $(1; 0), (2; -2)$ và đạt cực trị tại $x = 0; x = 2$ nên ta có hệ sau :

$$\begin{cases} 0 = a + b + c + d \\ -2 = 8a + 4b + 2c + d \\ 0 = c \\ 0 = 12a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases} .$$

Suy ra hàm số bậc ba là $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Gọi hàm bậc hai là $y = mx^2 + nx + p$. Đồ thị (P) đi qua các điểm $(1; 0), (2; -2), (-1; -2)$ nên ta có hệ sau:

$$\begin{cases} 0 = m + n + p \\ -2 = 4m + 2n + p \\ -2 = m - n + p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = 1 \\ p = 0 \end{cases} .$$

Suy ra hàm số bậc hai là $y = -x^2 + x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là:

$$x^3 - 3x^2 + 2 = -x^2 + x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} .$$

Vậy diện tích phần tô đậm là : $S = \int_{-1}^2 |(x^3 - 2x^2 - x + 2)| dx$.

$$S = \left| \int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx \right| = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}.$$

Cách 2:

Vì đồ thị hàm bậc ba và đồ thị hàm bậc hai cắt trục tung tại các điểm có tung độ lần lượt là $y = 2, y = 0$ nên ta xét hai hàm số là $y = ax^3 + bx^2 + cx + 2, y = mx^2 + nx$.

Vì đồ thị hai hàm số cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1; x = 1; x = 2$ nên ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$ax^3 + bx^2 + cx + 2 = mx^2 + nx \Leftrightarrow a(x+1)(x-1)(x-2) = 0. \text{ Với } x = 0 \text{ ta được } 2a = 2 \rightarrow a = 1.$$

Vậy diện tích phần tô đậm là: $S = \int_{-1}^2 |(x+1)(x-1)(x-2)| dx = \frac{37}{12}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z+1-2i| = |\bar{z}+3+4i|$ và $\frac{z-2i}{z+i}$ là một số thuần ảo?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

Theo bài ra ta có

$$|x+1+(y-2)i| = |x+3+(4-y)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2 \Leftrightarrow y = x+5$$

$$\text{Số phức } w = \frac{z-2i}{z+i} = \frac{x+(y-2)i}{x+(1-y)i} = \frac{x^2 - (y-2)(y-1) + x(2y-3)i}{x^2 + (y-1)^2}$$

$$w \text{ là một số ảo khi và chỉ khi } \begin{cases} x^2 - (y-2)(y-1) = 0 \\ x^2 + (y-1)^2 > 0 \\ y = x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{12}{7} \\ y = \frac{23}{7} \end{cases}$$

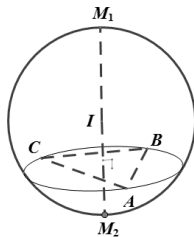
$$\text{Suy ra: } z = -\frac{12}{7} + \frac{23}{7}i.$$

Vậy chỉ có 1 số phức z thỏa mãn.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$ và các điểm $A(0;1;1), B(-1;-2;-3), C(1;0;-3)$. Điểm D thuộc mặt cầu (S) . Thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

- A. 7. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. 9.

Giải



Chọn C

Cách 1: Ta có $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; -3; -4) \\ \overrightarrow{AC} = (1; -1; -4) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; -8; 4)$.

Gọi $D(x; y; z) \in (S) \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4 \\ \overrightarrow{AD} = (x; y-1; z-1) \end{cases}$.

Ta có: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{6} |8x - 8y + 4z + 4| = \frac{2}{3} |2x - 2y + z + 1|$.

Ta có: $|2x - 2y + z + 1| = |2 \cdot (x-1) - 2 \cdot y + 1 \cdot (z+1) + 2|$

Ta có: $|2(x-1) - 2y + z + 1| \leq \sqrt{(2^2 + 2^2 + 1^2)} [(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2] = 6$

$\Rightarrow -6 \leq 2(x-1) - 2y + z + 1 \leq 6 \Leftrightarrow -4 \leq 2x - 2y + z + 1 \leq 8$

$\Rightarrow |2x - 2y + z + 1| \leq 8 \Rightarrow V_{ABCD} \leq \frac{16}{3}$

Suy ra: Giá trị lớn nhất của V_{ABCD} bằng $\frac{16}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1} > 0 \\ (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.