

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 16: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

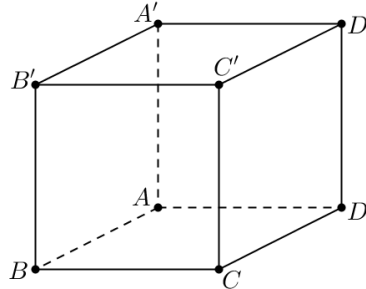
- A. Hình thang B. Hình bình hành C. Hình chữ nhật D. Hình thoi

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.
 C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$ bằng

- A. $\overrightarrow{BD'}$. B. \overrightarrow{BD} . C. $\overrightarrow{BA'}$. D. $\overrightarrow{BC'}$.



Câu 19: Với hai vectơ \vec{u}, \vec{v} khác vectơ - không tùy ý, tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. B. $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. C. $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cot(\vec{u}, \vec{v})$. D. $-|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cot(\vec{u}, \vec{v})$.

Câu 20: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo của góc giữa hai đường thẳng AB và DD' là

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 120° .

Câu 21: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$ B. 1 C. 3 D. -2

Câu 22: Cho cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$. Tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{3}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 23: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $-\infty$. C. 2. D. 1.

Câu 24: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2022)$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 2.

Câu 25: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2022}{x-1}$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. 1. D. $-\infty$.

Câu 26: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$ bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Câu 27: Hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 2)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(2; 3)$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x=1$ bằng

- A. $m=3$. B. $m=1$. C. $m=\frac{3}{4}$. D. $m=\frac{1}{2}$.

Câu 29: Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng $(0; 2021)$?

- A. $y = \frac{x-2}{x+2020}$. B. $y = \frac{2x+1}{x-25}$. C. $y = \frac{x+1}{x-2022}$. D. $y = \frac{1}{x^2-4}$.

Câu 30: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $(-\infty; +\infty)$?

- A. $f(x) = \tan x + 5$. B. $f(x) = \frac{x^2+3}{5-x}$. C. $f(x) = \sqrt{x-6}$. D.

$$f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$$

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 32: Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 33: Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} thỏa mãn: $|\vec{a}|=4; |\vec{b}|=3; |\vec{a}-\vec{b}|=4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ \vec{a}, \vec{b} . Chọn khẳng định đúng?

- A. $\cos \alpha = \frac{3}{8}$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Câu 34: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây sai.

- A. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$. B. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.
C. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$. D. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ Gọi E là trung điểm AD , F là trung điểm BC và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. $\vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = 3\vec{EG}$. B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
C. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$. D. $2\vec{EF} = \vec{AB} + \vec{DC}$.

Phần II. TỰ LUẬN: 3 điểm

Câu 1: (2,0 điểm) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+3}{x-3}$

Câu 2: (1,0 điểm) Xét tính liên tục của hàm số sau tại điểm $x_0 = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3x - 2}{2x - 4} & \text{khi } x \neq 2 \\ \frac{3}{2} & \text{khi } x = 2 \end{cases}$$

Câu 3: (3,0 điểm) Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là chân đường cao vẽ từ A của tam giác ACD .

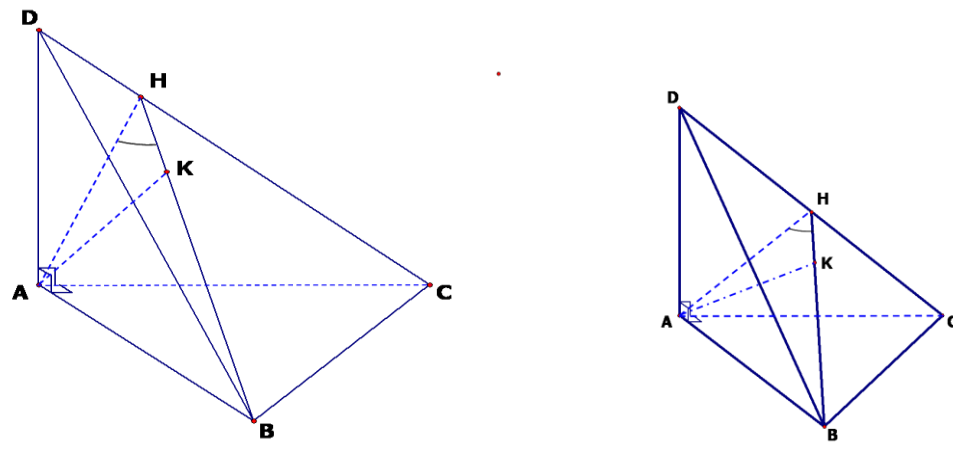
- a) Chứng minh: $CD \perp BH$.
b) Gọi K là chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABH . Chứng minh $AK \perp (BCD)$.

ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.A	5.A	6.A	7.A	8.A	9.A	10.D
11.A	12.A	13.A	14.A	15.A	16.A	17.D	18.A	19.A	20.A
21.C	22.D	23.A	24.B	25.D	26.A	27.B	28.C	29.A	30.D
31.A	32.C	33.A	34.A	35.B					

* Mỗi câu trắc nghiệm đúng được 0,2 điểm.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$	0,50
		$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1}{x^2+x+1} = \frac{4}{3}$	0,50
	b)	Viết được ba ý $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} (x-3) = 0 \\ x \rightarrow 3^- \Leftrightarrow x-3 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} (x+3) = 6 > 0 \end{cases}$	0,75
		Kết luận được $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+3}{x-3} = -\infty$	0,25
2		$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3x - 2}{2x - 4} & \text{khi } x \neq 2 \\ \frac{3}{2} & \text{khi } x = 2 \end{cases}$	0,25
		Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Tính được $f(2) = \frac{3}{2}$	
		$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{2x - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x+1)}{2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{2} = \frac{5}{2}$	0,50
		Kết luận hàm số không liên tục tại $x = 2$.	0,25
3	a)		0,25
	a)	$AB \perp AC, AB \perp AD \Rightarrow AB \perp (ACD) \Rightarrow AB \perp CD \quad (1)$	0,25
		$AH \perp CD \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) } \Rightarrow CD \perp (AHB) \Rightarrow CD \perp BH$	0,50
	b)	$AK \perp BH, AK \perp CD \text{ (do } CD \perp (AHB) \text{ (cmt))}$	0,50
		$\Rightarrow AK \perp (BCD)$	0,50
	c)	Ta có $AH \perp CD, BH \perp CD \Rightarrow ((BCD), (ACD)) = AHB$	0,25

A. $m = \frac{13}{2}$. B. $m = \frac{15}{2}$. C. $m = \frac{17}{2}$. D. $m = \frac{11}{2}$.

Câu 10: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 2022} + x) = 6$. Giá trị của a bằng

A. -12. B. 12. C. -6. D. 6.

Câu 11: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100n^3 + 7n - 9}{1000n^2 - n + 1}$ là

A. $+\infty$. B. -9. C. $-\infty$. D. $\frac{1}{10}$.

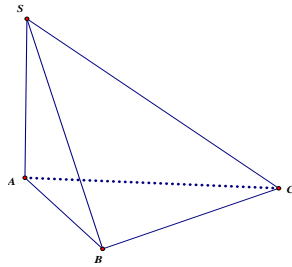
Câu 12: Cho đoạn thẳng AB trong không gian. Nếu ta chọn điểm đầu là A, điểm cuối là B ta có một vector, được kí hiệu là

A. \overline{AA} . B. \overline{BB} . C. \overline{AB} . D. \overline{BA} .

Câu 13: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - x} - 2x)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 14: Cho tứ diện SABC có tam giác ABC vuông tại B và $SA \perp (ABC)$. Hỏi tứ diện SABC có mấy mặt là tam giác vuông?



A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 15: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$.

Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng

A. 90^0 B. 60^0 C. 45^0 D. 30^0 .

Câu 16: Số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) với $u_7 = 27; u_{15} = 59$ lần lượt là

A. -4 và -3. B. 3 và 4. C. -3 và -4 D. 4 và 3.

Câu 17: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**:

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n+1} = -\infty$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^2+3} = -\infty$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^n - 9^n) = -\infty$. D.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^2+1} = -\infty$.

Câu 18: $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2 - 6}{9 + 3x}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. B. $-\infty$. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 19: Cho $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = a > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 0$, ($v_n > 0, \forall n$). Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 0. B. $-\infty$. C. $\pm\infty$. D. $+\infty$.

Câu 20: Cho Cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Tính u_5

- A. $\frac{16}{27}$. B. $\frac{-16}{27}$. C. $\frac{-27}{16}$. D. $\frac{27}{16}$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và $SA = SC$. Các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $AC \perp (SBD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $AB \perp (SAD)$. D. $BD \perp (SAC)$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x > 0 \\ x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

- A. 0. B. -1. C. Không tồn tại. D. 1.

Câu 23: Kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{5x - 25}$ bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $-\frac{2}{5}$. D. $+\infty$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC , J là trung điểm BM . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC \perp (SAM)$. B. $BC \perp (SAB)$. C. $BC \perp (SAJ)$. D. $BC \perp (SAC)$.

Câu 25: Công thức nào sau đây đúng với số hạng tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai $d \neq 0$

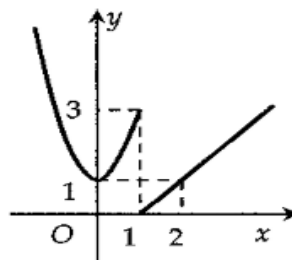
- A. $u_n = u_1 - (n-1)d$. B. $u_n = u_1 + d$. C. $u_n = u_1 + (n+1)d$ D.

$u_n = u_1 + (n-1)d, n \geq 2$.

Câu 26: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 4n - 5}{3n^3 + n^2 + 7}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 27: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 28: Cho phương trình $x^4 - 3x^3 + x - \frac{1}{8} = 0$ (1). Chọn khẳng định đúng:

- A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-1; 3)$.
 B. Phương trình (1) có đúng ba nghiệm trên khoảng $(-1; 3)$.
 C. Phương trình (1) có đúng bốn nghiệm trên khoảng $(-1; 3)$.
 D. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 29: Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{4 + x^2})$

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -2. D. 2.

Câu 30: Với k là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k$ là

- A. $+\infty$. B. x. C. 0. D. $-\infty$.

B. Tự luận:

Câu 31: (1,5 đ) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n^2 + n}{n^3 + 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{4-x}$

Câu 32: (1,0 đ) Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5} & \text{khi } x \neq 5 \\ 9 & \text{khi } x = 5 \end{cases}$ tại $x_0 = 5$

Câu 33: (1,5 đ) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$

và $SA = \frac{\sqrt{6}}{3} a$.

- a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$. b) Tính góc giữa AC và (SBC).

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN

Phân đáp án câu trắc nghiệm:

1	A	6	B	11	A	16	B	21	A	26	A
2	D	7	C	12	C	17	C	22	D	27	A
3	A	8	B	13	B	18	B	23	C	28	C
4	D	9	D	14	B	19	D	24	A	29	B
5	C	10	A	15	B	20	B	25	D	30	A

Tự luận:

câu	Đáp án	Điểm
1a	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n^2 + n}{n^3 + 4}$	0.25 0.25
	$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{4}{n^3}} = 3$	
1b	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 5)}{x - 3}$	0.25
	$= \lim_{x \rightarrow 3} (x + 5) = 8$	0.25
1c	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{4-x} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x+5} - 3)(\sqrt{x+5} + 3)}{(4-x)(\sqrt{x+5} + 3)}$	0.25

	$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{(4-x)(\sqrt{x+5}+3)}$ $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{\sqrt{x+5}+3} = \frac{-1}{6}$	0.25
2	TXĐ: $D = \mathbb{R}$ $f(5) = 9$ $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ $= \lim_{x \rightarrow 5} (x + 5) = 10$ Do $f(5) \neq \lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ nên hàm số đã cho không liên tục tại $x=5$.	0.25 0.25 0.25 0.25
3a		0.25
3b		$\left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$
	Trong mp(SAB) kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$ $\Rightarrow (AC, (SBC)) = \widehat{ACH}$ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}$ Xét tam giác AHC vuông tại H: $\sin ACH = \frac{AH}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ $\Rightarrow ACH \approx 26^{\circ}33'$	0.25 0.25 0.25

ĐỀ 3 Thuvienhoclieu.com	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 - NĂM HỌC 2021 – 2022 MÔN TOÁN 11
-----------------------------------	--

Phần 1: Trắc nghiệm.

Câu 1: Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0.

- A. $\frac{1}{2n}$ B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$ C. $\left(\frac{4}{3}\right)^n$ D. $\frac{(-1)^n}{n}$

Câu 2: Giới hạn $\lim(-n^4 - 50n + 11)$ có kết quả là:

- A. 1 B. 0. C. 2. D. $-\infty$.

A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

B. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$

C. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x}$

D.

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$

Câu 13: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = -\frac{3}{2}$

B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = -\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x + 2}{x + 1} = -\infty$.

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^5} = +\infty$.

D.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{8} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

A. $\frac{1}{8}$

B. $+\infty$

C. 0

D. $-\frac{1}{8}$

Câu 16: Xác định $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}$.

A. 0.

B. $-\infty$

C. Không tồn tại.

D. $+\infty$.

Câu 17: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có kết quả bằng:

A. 0

B. 1

C. $+\infty$

D. 2

Câu 18: Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x)$?

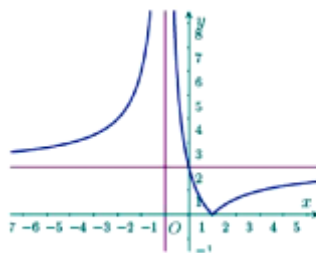
A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = +\infty$

C. $I = 0$.

D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ như hình bên.



Xét các mệnh đề sau

(I). $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

(II). $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

(III). $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

(IV). $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề đúng

A. 4

B. 3

C. 1

D. 2

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

B. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ và hàm số $f(x)$ cũng có đạo hàm tại $x = 1$.

D. Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = 1$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{3x+1}}{x-1}, & x \neq 1 \\ ax, & x = 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

A. -3.

B. 2.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. -2.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

A. $m \neq 2$.

B. $m \neq 1$.

C. $m \neq 2$.

D. $m \neq 3$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2+3m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

A. $m = 0$ hoặc $m = 1$.

B. $m = 1$ hoặc $m = -4$.

C. $m = -4$ hoặc $m = -1$.

D. $m = 0$ hoặc $m = -4$.

Câu 24: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ \frac{(a+2)x}{4} & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

A. $a = 3$

B. $a = \frac{5}{2}$.

C. $a = 2$

D.

$$a = -\frac{11}{6}$$

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-4}+3 & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x+1}{x^2-2mx+3m+2} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

A. $m = 3$

B. $m = 4$

C. $m = 5$

D. $m = 6$

Câu 26: Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) , hai đường thẳng a và b có hình chiếu là hai đường thẳng song song a' và b' . Khi đó:

A. a và b phải song song với nhau.

B. a và b phải cắt nhau.

C. a và b có thể chéo nhau hoặc song song với nhau.

D. a và b không thể song song.

Câu 27: Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng xét các vectơ $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}; \vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}; \vec{z} = -3\vec{a} - 2\vec{c}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai vectơ \vec{y}, \vec{z} cùng phương.

B. Hai vectơ \vec{x}, \vec{y} cùng phương.

C. Hai vectơ \vec{x}, \vec{z} cùng phương.

D. Ba vectơ $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng.

Câu 28: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

A. Nếu giá của ba vectơ cắt nhau từng đôi một thì 3 vectơ đồng phẳng

B. Nếu ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vectơ $\vec{0}$ thì ba vectơ đồng phẳng.

C. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng

D. Nếu trong ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng

Câu 29: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm của AD . Chọn khẳng định đúng:

A. $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$

B. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

C. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

D. $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Bộ ba vectơ nào sau đây đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'B'}$
 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$

B. $\overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{D'D}, \overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CC'}$

D.

Câu 31: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- B. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
- C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- D. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{EG} ?

- A. 90°
- B. 60°
- C. 45°
- D. 120°

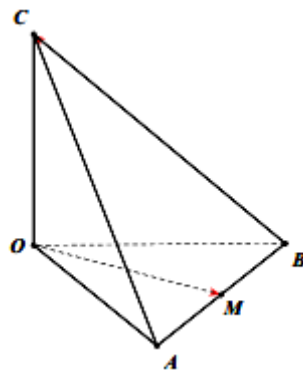
Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

- A. 30°
- B. 45°
- C. 60°
- D. 90°

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng a ; SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó, cosin góc giữa SB và AC bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 35: Tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và đều có độ dài là 1. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{OM} bằng



- A. 0°
- B. 45°
- C. 90°
- D. 120° .

Phần 2: Tự luận.

Câu 1: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Tính $T = a + b$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \neq 0$ thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, x \neq 0$. Tính

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x)}{x - \sqrt{2}}.$$

Câu 3: Chứng minh rằng phương trình sau luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị thực của tham số m : $x^3 + (2m-1)x^2 - (m+2)x - 2m = 0$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a, BD = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1-C	2-D	3-C	4-C	5-D	6-C	7-D	8-D	9-B	10-D
11-D	12-A	13-B	14	15-B	16-C	17-A	18-D	19-D	20-D
21-C	22-B	23-B	24-D	25	26-C	27-B	28-A	29-B	30-A
31-A	32-C	33-C	34-B	35-D					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Trắc nghiệm

Câu 1: Chọn B.

Câu 2: Chọn D.

Ta có $\lim(-n^4 - 50n + 11) = \lim n^4 \left(-1 - \frac{50}{n} + \frac{11}{n^2}\right) = -\infty$.

Câu 3: Chọn C.

Ta có: $\lim \frac{4n+2018}{2n+1} = \lim \frac{4 + \frac{2018}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = 2$.

Câu 4: Chọn C.

Ta có: $\left| \frac{(\sin^2 n)^n}{2^n + 1} \right| = \frac{(\sin^2 n)^n}{2^n + 1} \leq \frac{(\sin^2 n)^n}{2^n} = \left(\frac{\sin^2 n}{2}\right)^n$

Vì $\left| \frac{\sin^2 n}{2} \right| \leq 1$ (do $1 \leq \sin^2 n \leq 1$) nên $\lim \left(\frac{\sin^2 n}{2}\right)^n = 0$. Suy ra: $\lim |u_n| = 0$.

Vậy $\lim u_n = 0$.

Câu 5: Chọn C.

Ta có: $\lim \left(\sqrt{n^2 - n + 1} - n\right) = \lim \frac{(\sqrt{n^2 - n + 1} - n)(\sqrt{n^2 - n + 1} + n)}{\sqrt{n^2 - n + 1} + n}$

$= \lim \frac{-n + 1}{n\sqrt{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} + n} = -\frac{1}{2}$

Câu 6: Chọn C.

$$\text{Ta có: } -1 \leq (-1)^n \cos^2(n-1) \leq 1 \Rightarrow \frac{-1}{n^2} \leq \frac{(-1)^n \cos^2(n-1)}{n^2} \leq \frac{1}{n^2}$$

$$\text{Mà } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{n^2} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0 \text{ nên } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cos^2(n-1)}{n^2} = 0.$$

Câu 7: Chọn D.

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}-n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+n}+n}{(\sqrt{n^2+n}-n)(\sqrt{n^2+n}+n)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{1+\frac{1}{n}}+n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1 \right) = 2.$$

Câu 8: Chọn D.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n}+n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2+n}-n)(\sqrt{n^2+n}+n)}{(\sqrt{n^2+n}-n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n-n^2}{(\sqrt{n^2+n}-n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+n}-n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}-1} = \frac{1}{2}$$

Câu 9: Chọn B.

$$\text{Ta có: } S = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}.$$

$$\Rightarrow 3S = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3^{n-1}}$$

$$\Rightarrow 4S = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} \Rightarrow S = \frac{1}{4} + \frac{(-1)^{n+1}}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

Câu 10: Chọn D.

Theo định nghĩa cấp số nhân lùi vô hạn ta chứng minh được

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots = u_1 + u_1q + u_1q^2 + \dots + u_1q^{n-1} = \frac{u_1}{1-q}.$$

Câu 11: Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+2x-15}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+5)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+5) = 8.$$

Câu 12: Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x+2) = 1.$$

Câu 13: Chọn D.

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1 - (x - 2)^2}{\sqrt{x^2 - x + 1} - (x - 2)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{2}{x}} = -\frac{3}{2} \Rightarrow \text{đáp án A đúng.} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right).$$

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right) = 2 > 0$ nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right) = +\infty \Rightarrow$ đáp án C đúng.

Do $\lim_{x \rightarrow -1^-} (3x + 2) = -1 < 0$ và $x + 1 < 0$ với $\forall x < -1$ nên $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = +\infty \Rightarrow$ đáp án B sai.

Do $\lim_{x \rightarrow -1^+} (3x + 2) = -1 < 0$ và $x + 1 > 0$ với $\forall x > -1$ nên $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x + 2}{x + 1} = -\infty \Rightarrow$ đáp án D đúng.

Câu 14: Chọn B.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0$ và $x > 0$. Vậy đáp án A đúng.

Suy ra đáp án B sai.

Các đáp án C và D đúng. Giải thích tương tự đáp án A.

Câu 15: Chọn B.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4 - x - 3}{(x-1)(x+1)(2 + \sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{(x+1)(2 + \sqrt{x+3})} = +\infty$$

Câu 16: Chọn C.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x} = +\infty$$

Vậy không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}$.

Câu 17: Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1 - x^2 - x - 1)}{x(\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2+x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x(\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2+x+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2+x+1}\right)} = 0$$

Câu 18: Chọn D.

Phương pháp: Khử dạng vô định: $\infty - \infty$

- Trục căn thức $f(x) = \sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x = \frac{3x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x}$

- Chia cả tử và mẫu của $f(x)$ cho x rồi cho $x \rightarrow +\infty$

Cách giải:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 1 - 2x^2}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\sqrt{4 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} + 2} = \frac{3}{\sqrt{4} + 2} = \frac{3}{4}$$

Câu 19: Chọn D.

Mệnh đề $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ đúng. Mệnh đề $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ sai

Mệnh đề $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$ sai. Mệnh đề $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ đúng

Vậy có 2 mệnh đề đúng.

Câu 20: Chọn D.

+) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3-x^2}{2} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1$. Do đó, hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Vậy **A đúng**.

+) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x^2}{2(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 + x}{-2} = -1$ và

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - x}{x(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{x} = -1$. Do đó, hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$.

Vậy **B đúng**.

Từ đó thấy **C đúng** và **D sai**.

Câu 21: Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{3x+1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{x-1} + \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{x-1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{(x-1) \left[(\sqrt[3]{x+7})^2 + 2\sqrt[3]{x+7} + 4 \right]} + \frac{-3(x-1)}{(x-1)(2 + \sqrt{3x+1})} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{(\sqrt[3]{x+7})^2 + 2\sqrt[3]{x+7} + 4} - \frac{3}{2 + \sqrt{3x+1}} \right) = -\frac{3}{2}.$$

Câu 22: Chọn B.

Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .

Hàm số gián đoạn tại $x = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} \neq 3m$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} \neq 3m \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) \neq 3m \Leftrightarrow 3 \neq 3m \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Câu 23: Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 2 + 2 = 4.$

Hàm số đã cho liên tục tại $x_0 = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$

$$\Leftrightarrow 4 = m^2 + 3m \Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -4 \end{cases}.$$

Câu 24: Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

NX: Hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(4; +\infty)$.

Do đó, để hàm số liên tục trên \mathbb{R} ta cần tìm a để hàm số liên tục tại $x = 4$

ĐK: $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4).$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5})(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})}{(x-4)(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{1}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5}} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(a+2)x}{4} = a + 2 = f(4)$$

Cần có: $a + 2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}.$

Câu 25: Chọn C.

Cách 1: Hàm số xác định trên \mathbb{R} , liên tục trên khoảng $(2; +\infty)$.

Ta có, $f(2) = 3; \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{2x-4} + 3) = 3$

Nếu $m = 6$ thì $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x^2 - 12x + 20} = -\infty$ nên hàm số không liên tục tại $x = 2$.

Nếu $m \neq 6$ thì ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 3m + 2} = \frac{3}{6-m}$

Để hàm số liên tục tại $x=2$ thì $\frac{3}{6-m} = 3 \Leftrightarrow 6-m=1 \Leftrightarrow m=5$.

Với $m=5$ thì khi $x < 2$ $f(x) = \frac{x+1}{x^2-10x+17}$ liên tục trên $(-\infty; 2)$.

Tóm lại với $m=5$ thì hàm số đã cho liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 26: Chọn C.

Nếu $a' // b' \Rightarrow$ mặt phẳng $(a, a') //$ mặt phẳng (b, b')

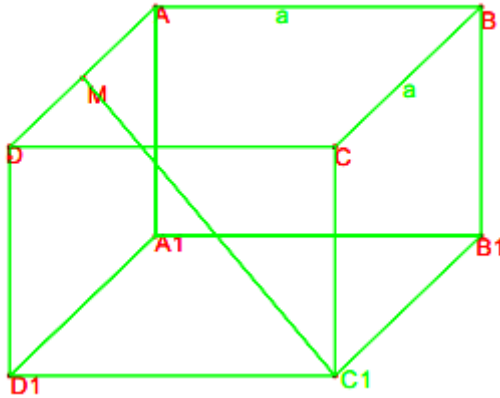
Khi đó a và b có thể song song hoặc chéo nhau.

Câu 27: Chọn B.

Ta thấy $\vec{y} = 2\vec{x}$ nên \vec{x}, \vec{y} cùng phương.

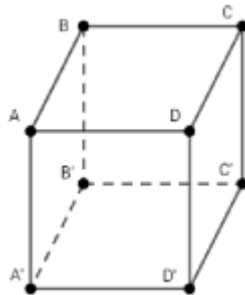
Câu 28: Chọn A.

Câu 29: Chọn B.



Ta có $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{D_1D} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

Câu 30: Chọn A.



Từ hình vẽ bên, ta thấy

$A'B' // (ABCD)$ và $BC, AD \subset (ABCD)$ nên $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'B'}$ đồng phẳng.

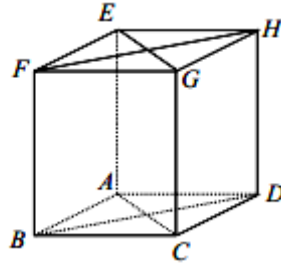
$AC \subset (ABCD), D'C' // (ABCD), DD' \perp (ABCD) \Rightarrow \overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{D'D}, \overrightarrow{AC}$ không đồng phẳng.

$CB, CD \subset (ABCD), CC' \perp (ABCD) \Rightarrow \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CC'}$ không đồng phẳng.

$AB, AD \subset (ABCD), AA' \perp (ABCD) \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ không đồng phẳng.

Câu 31: Chọn A.

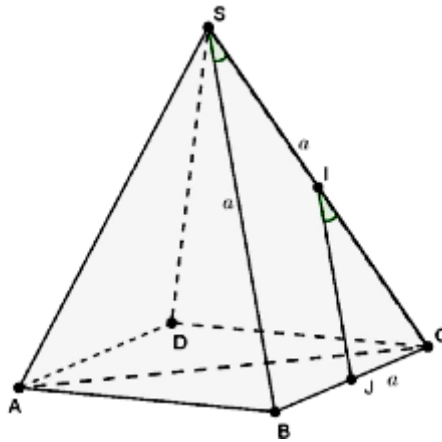
Câu 32: Chọn C.



Ta có: $EG // AC$ (do $ACGE$ là hình chữ nhật)

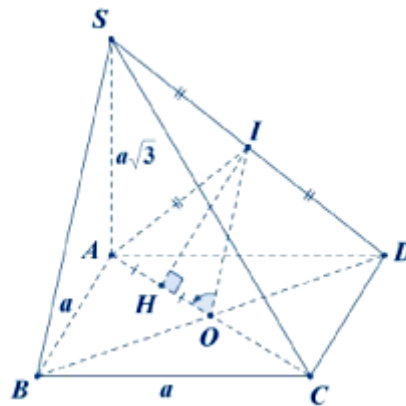
$$\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \angle BAC = 45^\circ$$

Câu 33: Chọn C.



Vì $IJ // SB$ nên $(IJ, SC) = (SB, SC) = 60^\circ$ (do $\triangle SBC$ đều).

Câu 34: Chọn B.



Gọi I là trung điểm của SD

$\Rightarrow OI$ là đường trung bình của $\triangle SBD$

$$\Rightarrow \begin{cases} OI // SB \\ OI = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AB^2}}{2} = \frac{\sqrt{3a^2 + a^2}}{2} = a \end{cases}$$

Vì $OI // SB \Rightarrow (SB, AC) = (OI, AC) = \angle AOI$

$$\text{Ta có: } AI = \frac{SD}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AD^2}}{2} = \frac{\sqrt{3a^2 + a^2}}{2} = a$$

$\Rightarrow AI = OI \Rightarrow \Delta AOI$ cân tại I .

Gọi H là trung điểm của $OA \Rightarrow IH \perp OA$

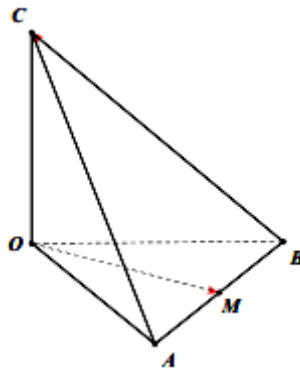
$$\text{Và } OH = \frac{OA}{2} = \frac{AC}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Xét } \Delta OHI, \text{ ta có: } \cos HOI = \frac{OH}{OI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Vậy } \cos(SB, AC) = \cos HOI = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án B.

Câu 35: Chọn D.



Loại phương án A vì hai véc tơ \overrightarrow{OM} và \overrightarrow{BC} không cùng phương;

Loại phương án B vì góc giữa hai véc tơ \overrightarrow{OM} và \overrightarrow{BC} không thể nhọn.

Loại đáp án C vì hai véc tơ \overrightarrow{OM} và \overrightarrow{BC} không vuông góc với nhau.

$$\text{Vậy phương án D đúng vì: } \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}} = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$\text{Mà: } \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) = -\frac{1}{2}$$

Suy ra: $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$.

Phần 2. Tự luận

Câu 1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt{3n^2+n}}{2(3n+2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(5\sqrt{3+\frac{1}{n}} \right)}{n \left(6+\frac{4}{n} \right)} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=6 \end{cases}$$

Khi đó $T = a + b = 11$.

Câu 2.

Ta có $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, x \neq 0$ (1)

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) + 2f(x) = \frac{3}{x}, x \neq 0$ (2)

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x \\ f\left(\frac{1}{x}\right) + 2f(x) = \frac{3}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x \\ 2f\left(\frac{1}{x}\right) + 4f(x) = \frac{6}{x} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x + \frac{2}{x}$$

Do đó $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x)}{x - \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{-x + \frac{2}{x}}{x - \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{-(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})}{x(x - \sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{-(x + \sqrt{2})}{x} = -2$.

Câu 3.

Đặt $f(x) = x^3 + (2m-1)x^2 - (m+2)x - 2m$.

Với $m=0$ thì $f(x) = x^3 - x^2 - 2x \Rightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{cases}$

Khi này, phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu là $x = -1, x = 2$ với $m = 0$ (1).

Với $m \neq 0$, ta thấy $f(0) = -2m; f(-1) = m; f(2) = 4m$.

Nhận thấy $f(-1).f(0) = -2m^2 < 0$ với mọi $m \neq 0$ và $f(0).f(2) = -8m^2 < 0$ với mọi $m \neq 0$.

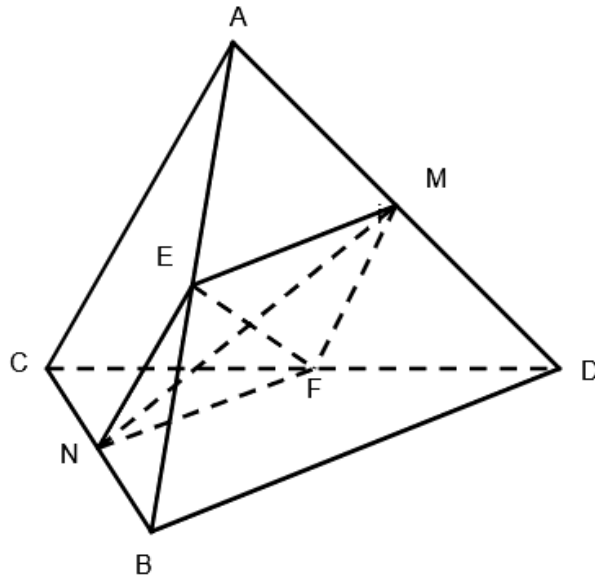
Mà $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba nên $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Suy ra $f(x)$ liên tục trên các đoạn $[-1; 0]$ và $[0; 2]$.

Khi đó luôn tồn tại $x_1 \in (-1; 0)$ và $x_2 \in (0; 2)$ sao cho $f(x_1) = 0, f(x_2) = 0$. Hay phương trình $f(x) = 0$ luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi $m \neq 0$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra phương trình $f(x) = 0$ luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi số thực m .

Suy ra điều phải chứng minh:

Câu 4.



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Ta có:
$$\begin{cases} EN // AC \\ NF // BD \end{cases} \Rightarrow (AC, BD) = (NE, NF) = 90^\circ \Rightarrow NE \perp NF \quad (1).$$

Mà:
$$\begin{cases} NE = FM = \frac{1}{2} AC \\ NF = ME = \frac{1}{2} BD \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow MENF$ là hình chữ nhật.

Từ đó ta có:
$$MN = \sqrt{NE^2 + NF^2} = \sqrt{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$