

Thuvienhoclieu.Com ĐỀ 4	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 MÔN TOÁN
--	---

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 học sinh từ một nhóm có 6 học sinh?

- A. $6!$. B. A_6^4 . C. C_6^4 . D. 6^4 .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 5$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	-
$f(x)$	$-\infty$	↗ 1	↘ -1	↗ 1	↘ $-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(1; -\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 1	↘ -3	↗ $+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. $x = -3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	-

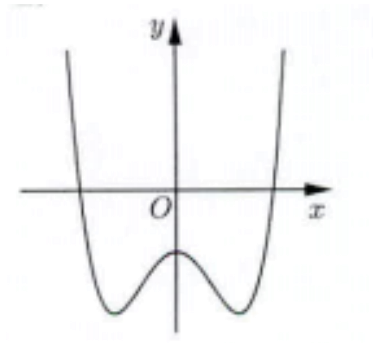
Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

- A. $y = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $y = 2$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1.$

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1.$

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1.$

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = x^5 + 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $\frac{1}{3} + \log_2 a.$

B. $2\log_2 a$

C. $(\log_2 a)^3.$

D. $3 + \log_2 a.$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $y' = 3^x \ln 3.$

B. $y' = 3^x.$

C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}.$

D. $y' = x3^{x-1}.$

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^5}$ bằng

A. $a^5.$

B. $a^{\frac{5}{2}}.$

C. $a^{\frac{2}{5}}.$

D. $a^{\frac{1}{10}}.$

Câu 12. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 625$ là:

A. $x = 4.$

B. $x = 2.$

C. $x = 1.$

D. $x = 3.$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(3x) = 2$ là:

A. $x = 3.$

B. $x = 2.$

C. $x = \frac{8}{3}.$

D. $x = \frac{1}{2}.$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 9x^2 - 2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = 3x^3 - 2x + C.$

B. $\int f(x)dx = x^3 - 2x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 - 2x + C.$

D. $\int f(x)dx = x^3 - 2x + C.$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \cos \frac{x}{2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C.$

C. $\int f(x)dx = 2 \sin \frac{x}{2} + C.$

D. $\int f(x)dx = -2 \sin 2x + C.$

Câu 16. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -5$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 7. C. -10. D. -7.

Câu 17. Tích phân $\int_1^3 x^3 dx$ bằng

- A. 40. B. 30. C. 10. D. 20.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 2i$ là:

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$. B. $\bar{z} = 2 + 3i$. C. $\bar{z} = -3 + 2i$. D. $\bar{z} = -3 - 2i$.

Câu 19. Cho số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $1 + 4i$. B. $1 - 2i$. C. $5 + 4i$. D. $5 - 2i$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $-2 + 3i$ có tọa độ là

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; 2)$. D. $(3; -2)$.

Câu 21. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

- A. 10. B. 30. C. 90. D. 15.

Câu 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 9; 7 bằng

- A. 14. B. 42. C. 126. D. 12.

Câu 23. Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là:

- A. $V = \pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi rh$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4cm$ và độ dài đường sinh $l = 3cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

- A. $12\pi cm^2$. B. $56\pi cm^2$. C. $24\pi cm^2$. D. $36\pi cm^2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(3; -1; -6)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4; 2; 2)$. B. $(2; 1; 1)$. C. $(2; 0; -2)$. D. $(1; 0; -1)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 81$ có bán kính bằng

- A. 9. B. 3. C. 81. D. 6.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1; -2; 4)$?

- A. $(P_1): x - y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + z = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1; 2; 1)$?

- A. $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$.
C. $\vec{u}_3 = (0; 1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (1; -2; 1)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

A. $\frac{7}{8}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^3 + 2x^2 + 1$

B. $y = \tan x$

C. $y = x^3 - x^2 + x$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{1-x}$ trên đoạn $[-1; 0]$. Tổng $M+m$ bằng?

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

A. $(-5; 5)$

B. $(-\infty; 5)$

C. $(5; +\infty)$

D. $(0; 5)$

Câu 33. Nếu $\int_0^2 [f(x) + 3x^2] dx = 10$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 18.

D. -8.

Câu 34. Cho số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 1 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

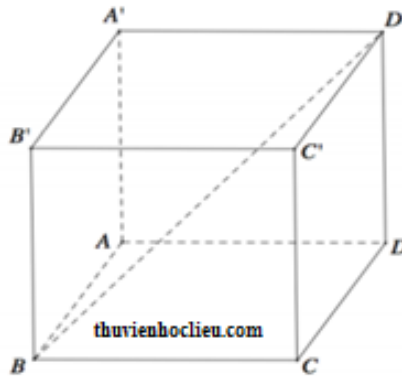
A. $5\sqrt{2}$.

B. 10.

C. $\sqrt{10}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Tang góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng



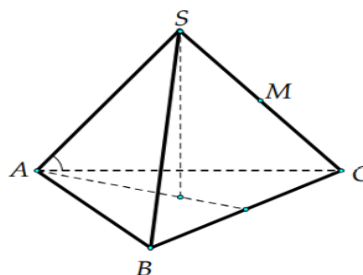
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ và độ dài cạnh bên bằng 4 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. $\sqrt{7}$. B. 1. C. 7. D. $\sqrt{11}$.

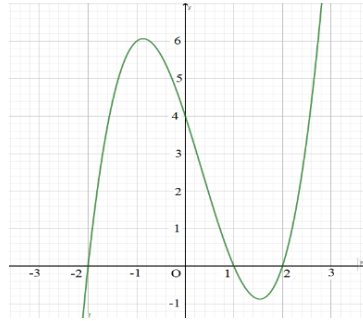
Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
 C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. D. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;-3)$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1-2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , thỏa mãn $f(2) \leq f(-2) = 2022$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = [2022 - f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng



- A. $(-2; 2)$ B. $(-2; -1)$ C. $(1; 2)$ D. $(0; 2)$

Câu 40. Cho x là một số thực dương và y là số thực thỏa mãn $2^{x+\frac{1}{x}} = \log_2(14 - (y-2)\sqrt{y+1})$. Giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 - xy + 2022$

- A. 2023. B. 2022. C. 2024. D. 2021.

Câu 41. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} thỏa $f(1) = 1$ và $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3}$, tính

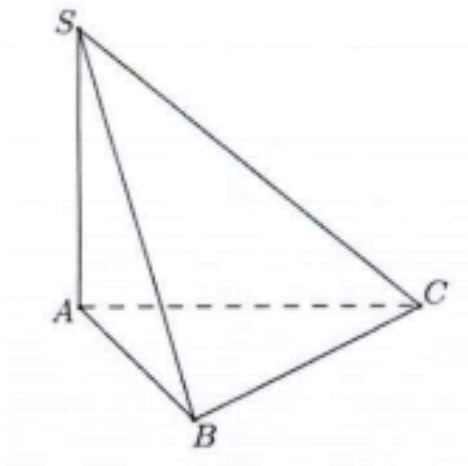
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx.$$

- A. $I = \frac{2}{3}$ B. $I = \frac{4}{3}$ C. $I = -\frac{2}{3}$ D. $I = \frac{1}{3}$

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z+1-2i| = |\bar{z}+3+4i|$ và $\frac{z-2i}{z+i}$ là một số thuần ảo?

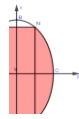
- A. 2. B. 0. C. 1. D. 4.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 44. Một biên quảng cáo với 4 đỉnh A, B, C, D như hình vẽ. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là $200.000(\text{đ}/\text{m}^2)$ sơn phần còn lại là $100.000\text{đ}/\text{m}^2$. Cho $AC = 8\text{m}; BD = 10\text{m}; MN = 4\text{m}$. Hỏi số tiền sơn gần với số tiền nào sau đây?

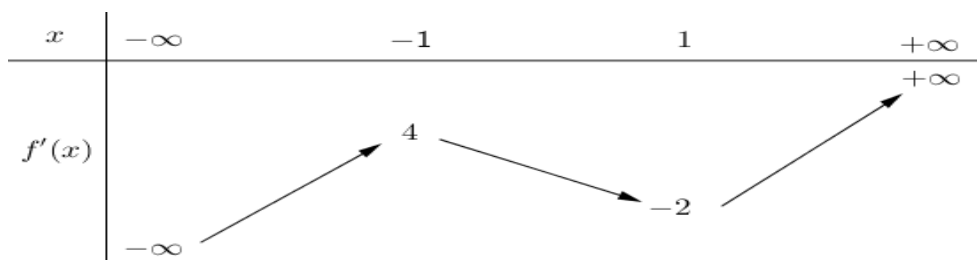


- A. 14207000 đồng. B. 11503000 đồng. C. 12204000 đồng. D. 10894000 đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$, mặt phẳng (P) di động luôn đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Đường thẳng đi qua tâm mặt cầu vuông góc mặt phẳng (P) cắt mặt cầu tại hai điểm C, D . Gọi T là tổng thể tích hai khối nón có đỉnh lần lượt là C, D , đáy là (C) , V là thể tích khối cầu, $k = \frac{T}{V}$. Khi (C) có diện tích nhỏ nhất thì k là

- A. $k = \frac{5}{12}$ B. $k = \frac{10}{27}$ C. $k = \frac{5}{8}$ D. $k = \frac{7}{12}$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

- A. 5. B. 1. C. 4. D. 7.

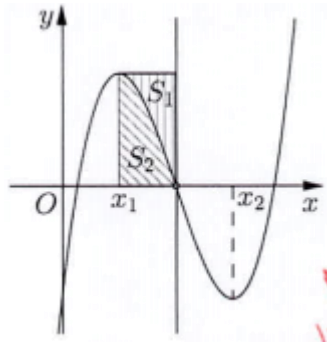
Câu 47. Cho a, b, c là các số thực lớn hơn 1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{4040}{\log_{\sqrt{bc}} a} + \frac{1010}{\log_{ac} \sqrt{b}} + \frac{8080}{3\log_{ab} \sqrt[3]{c}}$$

- A. 20200. B. 2020. C. 16160. D. 13130.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 4$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$.

Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:



- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. 1. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 49. Cho số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$.

Tính $|z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. $\sqrt{41}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 6. D. 8.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(P): ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng:

- A. 8. B. 0. C. -4. D. 2.

- Hết -

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	C	C	C	D	B	C	D	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	A	A	C	D	D	D	C	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	C	B	B	C	A	D	B	B	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	B	D	B	D	B	B	C	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	C	A	A	A	D	B	C

LỜI GIẢI

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 học sinh từ một nhóm có 6 học sinh?

- A. $6!$. B. A_6^4 . C. C_6^4 . D. 6^4 .

Đáp án: C

Mỗi bộ 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là một tổ hợp chập 4 của 6 học sinh.

Vậy số tổ hợp chập 4 của 6 là C_6^4

Chọn C.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và $u_2=5$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.

Đáp án: B

Ta có $u_1=1, u_2=5$. Do (u_n) là cấp số cộng nên $d=u_2-u_1=5-1=4$.

Vậy $u_3=u_2+d=3+4=9$.

Chọn B.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2;2)$. B. $(0;2)$. C. $(-2;0)$. D. $(1;-\infty)$.

Đáp án: C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên hai khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn C.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. $x=-3$. B. $x=1$. C. $x=2$. D. $x=-2$.

Đáp án: C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

Chọn C.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Đáp án: C

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua 2 điểm \Rightarrow Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Chọn C.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

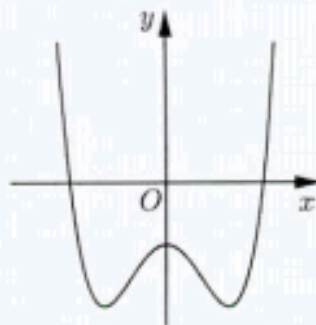
- A. $y=1$. B. $x=-1$. C. $x=2$. D. $y=2$.

Đáp án: D

Ta có $\left. \begin{matrix} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=2$.

Chọn D.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Đáp án: B

Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số, ta dễ dàng nhận diện đây là đồ thị hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ với $a>0$.

Chọn B.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = x^5 + 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -2.

Đáp án: C

Gọi giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm $M(0; y_M)$.

Thay $x=0$ vào công thức của hàm số $y = x^5 + 3x + 2$, ta được $y_M = 2$.

Chọn C.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} + \log_2 a$. B. $2\log_2 a$ C. $(\log_2 a)^3$. D. $3 + \log_2 a$.

Đáp án: D

Ta có với $a > 0$, $\log_2(8a) = \log_2 8 + \log_2 a = 3 + \log_2 a$.

Chọn D.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = 3^x \ln 3$. B. $y' = 3^x$. C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = x3^{x-1}$.

Đáp án: A

Ta có $(3^x)' = 3^x \cdot \ln 3$.

Chọn A.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^5}$ bằng

- A. a^5 . B. $a^{\frac{5}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{5}}$. D. $a^{\frac{1}{10}}$.

Đáp án: B

Áp dụng công thức: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ($a > 0; m, n \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \sqrt{a^5} = a^{\frac{5}{2}}$.

Chọn B.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 625$ là:

- A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Đáp án: A

Ta có: $5^{2x-4} = 625 \Leftrightarrow 5^{2x-4} = 5^4 \Leftrightarrow 2x - 4 = 4 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn A.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(3x) = 2$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Đáp án: A

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Ta có: $\log_3(3x) = 2 \Leftrightarrow 3x = 3^2 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$ (Thỏa mãn điều kiện).

Chọn A.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 9x^2 - 2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x^3 - 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 - 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - 2x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 - 2x + C$.

Đáp án: A

Ta có: $\int f(x) dx = \int (9x^2 - 2) dx = \frac{9x^3}{3} - 2x + C = 3x^3 - 2x + C$.

Chọn A.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \cos \frac{x}{2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = 2 \sin \frac{x}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

Đáp án: C

Ta có: $\int f(x)dx = \int \cos \frac{x}{2} dx = 2 \sin \frac{x}{2} + C.$

Chọn C.

Câu 16. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -5$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng
A. 3. **B.** 7. **C.** -10. **D.** -7.

Đáp án: D

Ta có: $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = -5 + (-2) = -7.$

Chọn D.

Câu 17. Tích phân $\int_1^3 x^3 dx$ bằng
A. 40. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 20.

Đáp án: D

Cách 1: $\int_1^3 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^3 = \frac{3^4}{4} - \frac{1^4}{4} = \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = 20.$

Cách 2: Bấm máy tính.

Chọn D.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 2i$ là:

A. $\bar{z} = 3 - 2i.$ **B.** $\bar{z} = 2 + 3i.$ **C.** $\bar{z} = -3 + 2i.$ **D.** $\bar{z} = -3 - 2i.$

Đáp án: D

Áp dụng lý thuyết: số phức $z = a + bi$ có số phức liên hợp $\bar{z} = a - bi.$

Chọn D.

Câu 19. Cho số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $1 + 4i.$ **B.** $1 - 2i.$ **C.** $5 + 4i.$ **D.** $5 - 2i.$

Đáp án: C

Ta có: $z + w = 3 + i + (2 + 3i) = 5 + 4i.$

Chọn C.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $-2 + 3i$ có tọa độ là

A. (2;3). **B.** (-2;3). **C.** (3;2). **D.** (3;-2).

Đáp án: B

Áp dụng lý thuyết: số phức $z = a + bi$ có điểm $M(a;b)$ là điểm biểu diễn cho z trên hệ trục $Oxy.$

Chọn B.

Câu 21. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A. 10. **B.** 30. **C.** 90. **D.** 15.

Đáp án: B

Thể tích của khối lăng trụ đó bằng $V = S_d \cdot h = 6.5 = 30$ (đvtt).

Chọn B.

Câu 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2;9;7 bằng

- A. 14. B. 42. C. 126. D. 12.

Đáp án: C

Thể tích của khối hộp chữ nhật được tính theo công thức $V = 2.9.7 = 126$ (đvtt).

Chọn C.

Câu 23. Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là:

- A. $V = \pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi rh$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Đáp án: B

Công thức thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là $V = \pi r^2 h$.

Chọn B.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4cm$ và độ dài đường sinh $l = 3cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

- A. $12\pi cm^2$. B. $56\pi cm^2$. C. $24\pi cm^2$. D. $36\pi cm^2$.

Đáp án: B

Diện tích toàn phần của hình trụ được tính theo công thức

$$S = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 4^2 \pi = 56\pi cm^2.$$

Chọn B.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;-1;-6)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4;2;2)$. B. $(2;1;1)$. C. $(2;0;-2)$. D. $(1;0;-1)$.

Đáp án: C

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB được tính theo công thức

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right) = \left(\frac{1+3}{2}; \frac{1-1}{2}; \frac{2-6}{2}\right) = (2;0;-2)$$

Chọn C.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 81$ có bán kính bằng

- A. 9. B. 3. C. 81. D. 6.

Đáp án: A

Bán kính mặt cầu (S) bằng $\sqrt{81} = 9$

Chọn A.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;4)$?

- A. $(P_1): x - y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + z = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Đáp án: D

Thay điểm $M(1;-2;4)$ vào từng mặt phẳng trong các đáp án, ta thấy chỉ có mặt phẳng

(P_4) thỏa mãn. Cụ thể: $x_M + 2y_M + z_M - 1 = 1 - 4 + 4 + 1 = 0$.

Chọn D.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;2;1)$?

- A. $\vec{u}_1 = (1;1;1)$. B. $\vec{u}_2 = (1;2;1)$. C. $\vec{u}_3 = (0;1;0)$. D. $\vec{u}_4 = (1;-2;1)$.

Đáp án: B

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;2;1)$ có một vector chỉ phương là $\vec{OM} = (1-0; 2-0; 1-0) = (1;2;1)$

Chọn B.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{1}{2}$.

Đáp án: B

Trong 15 số nguyên dương đầu tiên, các số lẻ gồm có 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.

$$\Rightarrow \text{Ta có: } n(\Omega) = 15, n(A) = 8 \Rightarrow \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{15}.$$

Chọn B.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^3 + 2x^2 + 1$ B. $y = \tan x$ C. $y = x^3 - x^2 + x$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Đáp án: C

- Xét hàm số $y = \tan x$ ta có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$

Tập xác định không phải \mathbb{R}

\Rightarrow Hàm số không thể đồng biến trên \mathbb{R} . Loại **B**.

- Hàm số đa thức bậc chẵn không thể đồng biến trên \mathbb{R} . Loại **D**.

- $y = x^3 + 2x^2 + 1$ có 2 cực trị nên loại **A**

Chọn C.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{1-x}$ trên đoạn $[-1; 0]$. Tổng $M+m$ bằng?

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

Đáp án: B

Xét $f(-1) = 1, f(0) = 3$

$$\text{Nên: } \begin{cases} \max_{[-1;0]} f(x) = M = 3 \\ \min_{[-1;0]} f(x) = m = 1 \end{cases} \Rightarrow M + m = 4$$

Chọn B.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

- A. $(-5;5)$ B. $(-\infty;5)$ C. $(5;+\infty)$ D. $(0;5)$

Đáp án: A

Ta có $3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-23} < 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5$

Chọn A.

Câu 33. Nếu $\int_0^2 [f(x) + 3x^2] dx = 10$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 18. D. -8.

Đáp án: B

$$10 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 3x^2 dx = 10 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx + x^3 \Big|_0^2 = 10$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx + 8 = 10 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 2$$

Chọn B.

Câu 34. Cho số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 1 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

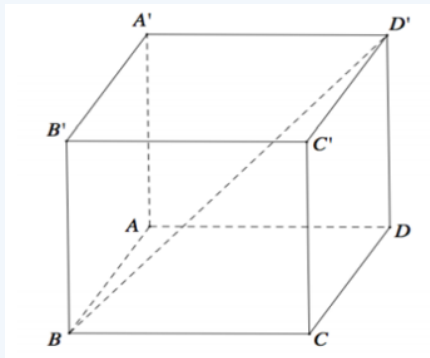
- A. $5\sqrt{2}$. B. 10. C. $\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{5}$.

Đáp án: D

$$|(1+3i)(1-i)| = 2\sqrt{5}$$

Chọn D.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Tang góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

Đáp án: B

Có: $BA \perp (ADD'A') \Rightarrow A$ là hình chiếu vuông góc của A' trên $(ADD'A')$

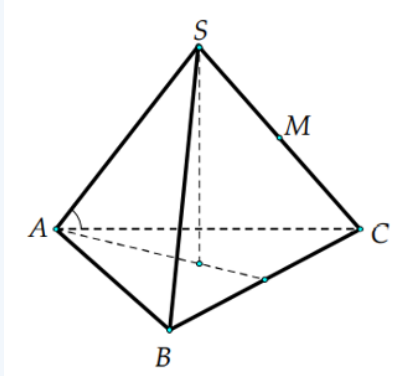
$\Rightarrow AD'$ là hình chiếu vuông góc của BD' trên $(ADD'A')$.

$$\Rightarrow (BD', (ADD'A')) = (BD', AD') = \angle BD'A$$

$$\tan \angle BD'A = \frac{BA}{AD'} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn B.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ và độ dài cạnh bên bằng 4 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. $\sqrt{7}$. B. 1. C. 7. D. $\sqrt{11}$.

Đáp án: A

– Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow O$ là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$

$\Rightarrow d_{(S,(ABCD))} = SO$.

– Xét hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB=2$ ta có: $AC=2\sqrt{2} \Rightarrow OC = \sqrt{2}$

Xét tam giác SOC vuông tại O có: $SO^2 = SC^2 - OC^2 = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 7 \Rightarrow SO = \sqrt{7}$

Chọn A.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
 C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. D. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

Đáp án: B

– Vì M thuộc mặt cầu $\Rightarrow R = OM = \sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2 + (2-0)^2} = 2$.

– Phương trình mặt cầu có tâm O , bán kính $R=2$: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Chọn B.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;-3)$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Đáp án: B

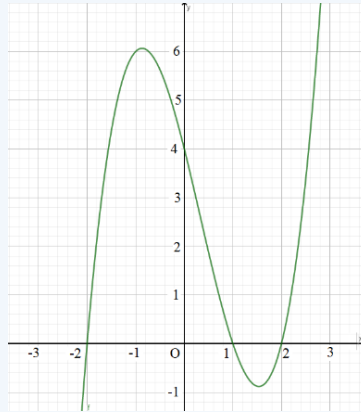
– Vì $A, B \in d \Rightarrow$ Đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u_d} = (1; -3; -2)$ là một vectơ chỉ phương.

– Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$, nhận

$$\vec{u}_d = (1; -3; -2) \text{ là VTCP: } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Chọn B.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , thỏa mãn $f(2) \leq f(-2) = 2022$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = [2022 - f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng



A. $(-2; 2)$

B. $(-2; -1)$

C. $(1; 2)$

D. $(0; 2)$

Đáp án: C

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$		$\nearrow 2022$	\searrow	$\nearrow f(2)$	\searrow

Từ bảng biến thiên và giả thiết ta thấy, với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $f(x) \leq f(-2) = 2022$
 $\Rightarrow 2022 - f(x) \geq 0$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $g(x) = [2022 - f(x)]^2 \Rightarrow g'(x) = -2f'(x)[2022 - f(x)]$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến khi

$$g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(x)[2022 - f(x)] \geq 0 \Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(1; 2)$.

Chọn C.

Câu 40. Cho x là một số thực dương và y là số thực thỏa mãn $2^{x+\frac{1}{x}} = \log_2(14 - (y-2)\sqrt{y+1})$. Giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 - xy + 2022$

A. 2023.

B. 2022.

C. 2024.

D. 2021.

Đáp án: A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} y \geq -1 \\ 14 - (y-2)\sqrt{y+1} > 0 \end{cases}$$

Theo bất đẳng thức Cossi ta có $x + \frac{1}{x} \geq 2$, dấu bằng xảy ra khi $x = 1$.

Suy ra $2^{x+\frac{1}{x}} \geq 4$, dấu bằng xảy ra khi $x = 1$ (1)

Đặt $t = \sqrt{y+1} (t \geq 0)$, ta có $14 - (y-2)\sqrt{y+1} = -t^3 + 3t + 14$

Xét hàm số $f(t) = -t^3 + 3t + 14$; $f'(t) = -3t^2 + 3$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$

Bảng biến thiên hàm số $f(t)$

t	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	$+\infty$				16		$-\infty$

Vì $t \geq 0 \Rightarrow f(t) \leq 16 \Rightarrow \log_2(14 - (y-2)\sqrt{y+1}) \leq 4$, dấu bằng khi $t = 1 \Rightarrow y = 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra phương trình

$$2^{x+\frac{1}{x}} = \log_2(14 - (y-2)\sqrt{y+1}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow P = 2023$$

Chọn A.

Câu 41. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} thỏa $f(1) = 1$ và $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3}$, tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx.$$

A. $I = \frac{2}{3}$

B. $I = \frac{4}{3}$

C. $I = -\frac{2}{3}$

D. $I = \frac{1}{3}$

Đáp án: B

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx = \int_0^1 2t \cdot f'(t) dt$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2t \\ dv = f'(t) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dt \\ v = f(t) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I = \left[2t \cdot f(t) \right]_0^1 - 2 \int_0^1 f(t) dt = 2f(1) - 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

Chọn B.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z+1-2i| = |\bar{z}+3+4i|$ và $\frac{z-2i}{z+i}$ là một số thuần ảo?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 4.

Đáp án: C

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

Theo bài ra ta có

$$|x+1+(y-2)i| = |x+3+(4-y)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2 \Leftrightarrow y = x+5$$

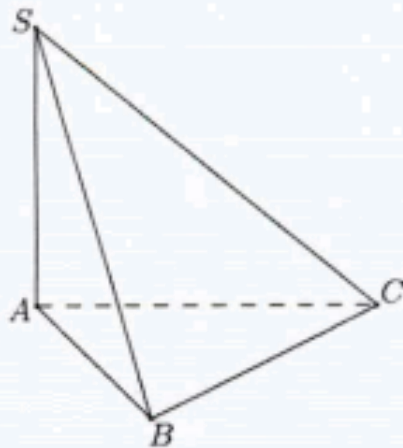
$$\text{Số phức } w = \frac{z-2i}{z+i} = \frac{x+(y-2)i}{x+(1-y)i} = \frac{x^2 - (y-2)(y-1) + x(2y-3)i}{x^2 + (y-1)^2}$$

$$w \text{ là một số ảo khi và chỉ khi } \begin{cases} x^2 - (y-2)(y-1) = 0 \\ x^2 + (y-1)^2 > 0 \\ y = x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{12}{7} \\ y = \frac{23}{7} \end{cases}$$

Vậy $z = -\frac{12}{7} + \frac{23}{7}i$. Vậy chỉ có 1 số phức z thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{a^3}{8}$.

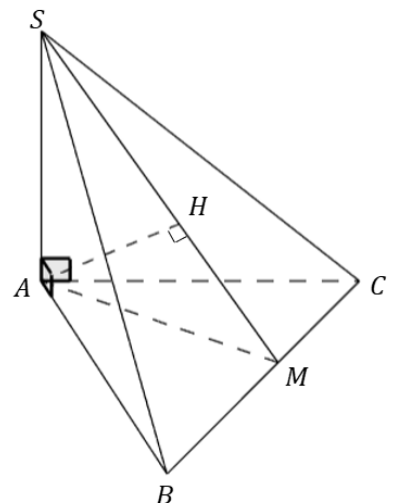
B. $\frac{3a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Đáp án: A

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Kẻ $AM \perp BC, AH \perp SM$



$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ \text{Có: } BC \perp SA \\ (SAM): SA \cap AM = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\left. \begin{array}{l} AH \perp SM \\ \text{Có: } AH \perp BC \\ (SBC): SM \cap BC = \{M\} \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

$\Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc từ A xuống (SBC)

$\Rightarrow SH$ là hình chiếu vuông góc từ SA xuống (SBC)

$$\Rightarrow (SA, (SBC)) = (SA, SH) = ASH = ASM = 45^\circ$$

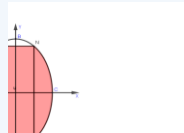
$$\Rightarrow AM = AS = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$$

Chọn A.

Câu 44. Một biển quảng cáo với 4 đỉnh A, B, C, D như hình vẽ. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là $200.000(\text{đ}/\text{m}^2)$ sơn phần còn lại là $100.000\text{đ}/\text{m}^2$.

Cho $AC = 8\text{m}; BD = 10\text{m}; MN = 4\text{m}$ Hỏi số tiền sơn gần với số tiền nào sau đây?



A. 14207000 đồng.

B. 11503000 đồng.

C. 12204000 đồng.

D. 10894000 đồng.

Đáp án: C

$$\text{elip có phương trình là: } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1. \text{ Vì } MN = 4 \Rightarrow x_N = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_N = \frac{5\sqrt{3}}{2} \\ y_N = \frac{-5\sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Diện tích phần tô đậm là } S_1 = 2 \int_{\frac{-5\sqrt{3}}{2}}^{\frac{5\sqrt{3}}{2}} \frac{4}{5} \sqrt{25 - y^2} dy \approx 59,21 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích elip là } S = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích phần trắng là } S_2 = S - S_1 \approx 3,622 \text{ (m}^2\text{)}$$

Tổng chi phí trang trí là: $T = 59,21.200000 + 3,622.100000 = 12204200$ đồng

Chọn C.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$, mặt phẳng (P) đi động luôn đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Đường thẳng đi qua tâm mặt cầu vuông góc mặt phẳng (P) cắt mặt cầu tại hai điểm C, D . Gọi T là tổng thể tích hai khối nón có đỉnh lần lượt là C, D , đáy là (C) , V là thể tích khối cầu, $k = \frac{T}{V}$. Khi (C) có diện tích nhỏ nhất thì k là

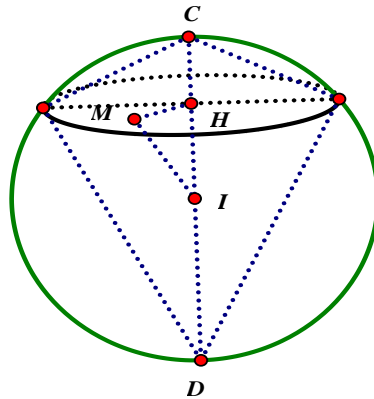
A. $k = \frac{5}{12}$

B. $k = \frac{10}{27}$

C. $k = \frac{5}{8}$

D. $k = \frac{7}{12}$

Đáp án: A



Mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$ có tâm $I(-3;2;5)$, bán kính $R = 6$.

$IM = \sqrt{6} < 6 = R$, nên M thuộc miền trong của mặt cầu (S) .

Mặt phẳng (P) đi qua M nên (P) luôn cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) .

Gọi H là điểm chiếu của I trên mặt phẳng (P) , thì H là tâm của đường tròn (C) .

Gọi r là bán kính của (C) , có $r^2 = R^2 - d^2(I, (P))$, $d(I, (P)) \leq IM = \sqrt{6}$.

Khi đó r đạt giá nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (P))$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow d(I, (P)) = IM$.

$\Leftrightarrow M \equiv H, M(-2;1;3)$, lúc này có $IH = \sqrt{6}$, $r = \sqrt{30}$.

Có C, D là giao điểm của IH và mặt cầu thì $CD = 12$.

Gọi S_C là diện tích hình tròn (C) , $S_C = \pi r^2 = 30\pi$

Gọi V, V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối cầu, khối nón đỉnh C, D .

Có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 216 = 288\pi$, $T = V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \cdot 2R \cdot S_C = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 30\pi = 120\pi$.

Suy ra $k = \frac{T}{V} = \frac{120\pi}{288\pi} = \frac{5}{12}$. Vậy $k = \frac{5}{12}$.

Chọn A.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	4	-2	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

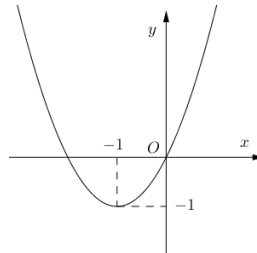
- A. 5. B. 1. C. 4. D. 7.

Đáp án: A

$$\text{Ta có } y' = (2x+2)f'(x^2+2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ f'(x^2+2x) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Từ BBT ta thấy phương trình (1) } \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x = a < -1 & (2) \\ x^2+2x = b \in (-1;1) & (3) \\ x^2+2x = c > 1 & (4) \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ có dạng



Từ đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ ta thấy phương trình (2) vô nghiệm; phương trình (3); phương trình (4) đều có 2 nghiệm phân biệt.

Do đó $y' = 0$ có 5 nghiệm đơn phân biệt. Vậy hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ có 5 điểm cực trị.

Chọn A.

Câu 47. Cho a, b, c là các số thực lớn hơn 1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{4040}{\log_{\sqrt{bc}} a} + \frac{1010}{\log_{ac} \sqrt{b}} + \frac{8080}{3 \log_{ab} \sqrt[3]{c}}$$

- A. 20200. B. 2020. C. 16160. D. 13130.

Đáp án: A

Vì a, b, c là các số thực lớn hơn 1 nên $\log_a b; \log_b a; \log_b c; \log_c b; \log_c a; \log_a c$ đều là các số thực dương.

Khi đó:

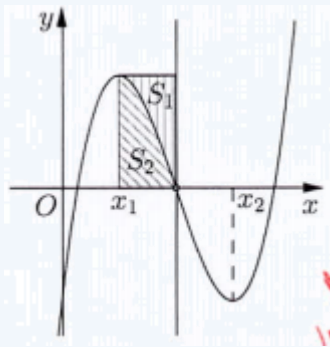
$$\begin{aligned}
 P &= \frac{4040}{\log_{\sqrt{bc}} a} + \frac{1010}{\log_{ac} \sqrt{b}} + \frac{8080}{3\log_{ab} \sqrt[3]{c}} \\
 &= 4040 \cdot \log_a \sqrt{bc} + 1010 \cdot \log_{\sqrt{b}} ac + \frac{8080}{3} \cdot \log_{\sqrt[3]{c}} ab \\
 &= 2020 \cdot (\log_a b + \log_a c) + 2020 \cdot (\log_b a + \log_b c) + 8080 \cdot (\log_c a + \log_c b) \\
 &= 2020 \cdot (\log_a b + \log_b a + \log_a c + 4 \cdot \log_c a + \log_b c + 4 \cdot \log_c b) \\
 &\geq 2020 \cdot (2\sqrt{\log_a b \cdot \log_b a} + 2\sqrt{\log_a c \cdot 4 \log_c a} + 2\sqrt{\log_b c \cdot 4 \log_c b}) \\
 &= 2020 \cdot (2 + 4 + 4) \\
 &= 20200.
 \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 20200 khi: $a = b = \sqrt{c}$.

Chọn A.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 4$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$.

Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:



A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{3}{5}$.

Đáp án: D

Tính tiến đồ thị sang bên trái sao cho điểm uốn trùng gốc tọa độ O

Ta có: $\begin{cases} x_2 - x_1 = 4 \\ x_2 = -x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 \\ x_1 = -2 \end{cases}$

$f'(x) = a(x-2)(x+2) = a(x^2 - 4) = ax^2 - 4a$

$f(x) = \frac{ax^3}{3} - 4ax + C$

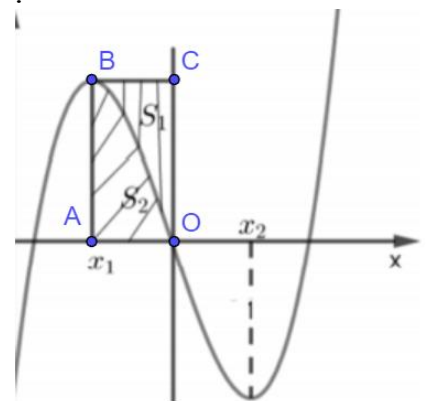
$f(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^3}{3} - 4ax$

$f(-2) = \frac{-8a}{3} + 8a = \frac{16a}{3}$

$S_2 = \int_{-2}^0 \left(\frac{ax^3}{3} - 4ax \right) dx = \left(\frac{ax^4}{12} - 2ax^2 \right) \Big|_{-2}^0 = \frac{20a}{3}$

$S_1 = S_{OABC} - S_2 = 2 \cdot \frac{16a}{3} - \frac{20a}{3} = 4a$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}$

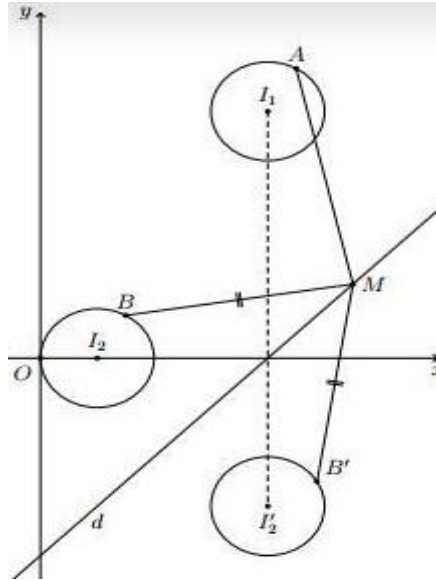


Chọn D.

Câu 49. Cho số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$.
 Tính $|z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. $\sqrt{41}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 6. D. 8.

Đáp án: B



Gọi A là điểm biểu diễn của số phức z_1 . Suy ra A thuộc đường tròn (C_1) tâm $I_1(4;5), R=1$.

Gọi B là điểm biểu diễn của số phức z_2 . Suy ra B thuộc đường tròn (C_2) tâm $I_2(1;0), R=1$.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$

Theo giả thiết $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i| \Leftrightarrow x - y = 4$. Suy ra M thuộc đường thẳng $(d) x - y - 4 = 0$

Gọi (C_2') có tâm $I_2'(4; -3), R=1$ là đường tròn đối xứng với đường tròn (C_2) tâm $I_2(1;0), R_2=1$ qua đường thẳng d . Gọi B' là điểm đối xứng với B qua đường thẳng d . Ta có $P = |z - z_1| + |z - z_2| = MA + MB = MA + MB' \geq AB' = I_1I_2' - R_1 - R_2 = 6$.

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi A, B', I_1, I_2', M thẳng hàng. Khi đó $\overrightarrow{I_1A} = \frac{1}{8}\overrightarrow{I_1I_2'}$ suy ra

$A(4;4)$ và $\overrightarrow{I_2'B'} = \frac{1}{8}\overrightarrow{I_2'I_1}$ suy ra $B'(4; -2) \Rightarrow B(2;0)$. $AB = 2\sqrt{5}$.

Vậy $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{5}$.

Chọn B.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(P): ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng:

- A. 8. B. 0. C. -4. D. 2.

Đáp án: C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính

$$R = 3\sqrt{3}$$

Vì $(P): ax+by-z+c=0$ đi qua $A(0;0;-4)$,

$B(2;0;0)$ nên $c=-4, a=2$

Vậy $(P): 2x+by-z-4=0$

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\sqrt{27-r^2}.r^2$

Xét

$$F = \sqrt{27-r^2}.r^2 \Rightarrow F^2 = (27-r^2).r^4 = 4(27-r^2)\frac{r^2}{2}.$$

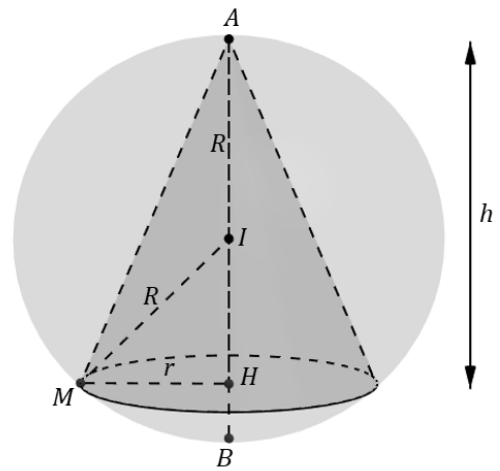
Dấu “=” xảy ra khi: $27-r^2 = \frac{r^2}{2} \Rightarrow r = 3\sqrt{2}$

Vậy $h = \sqrt{27-r^2} = 3$

Ta có: $h = d(I, (P)) = 3 \Rightarrow b = 2$

Vậy $a-b+c = -4$

Chọn C.



---HẾT---