Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023-ĐỀ 1 MÔN TOÁN

Câu 1: Cho số phức $z=1-2i$. Tính $|z|$.

A. $|z|=\sqrt{5}$ **B.** $|z|=5$ **C.** $|z|=2$ **D.** $|z|=3$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S):

A. $I(-1;-2;2); R=3$. **B.** $I(1;2;-2); R=\sqrt{2}$.

C. $I(-1;-2;2); R=4$. **D.** $I(1;2;-2); R=4$.

Câu 3: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$

A. Điểm $P(1;-1)$. **B.** Điểm $N(1;-2)$. **C.** Điểm $M(1;0)$. **D.** Điểm $Q(1;1)$.

Câu 4: Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\dfrac{64}{3}\pi a^3$ **B.** $\dfrac{128}{3}\pi a^3$ **C.** $\dfrac{256}{3}\pi a^3$ **D.** $\dfrac{32}{3}\pi a^3$

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-2023$ là:

A. $\dfrac{1}{2}x^4-2023x+C$. **B.** $4x^4-2023x+C$. **C.** $\dfrac{1}{4}x^4+C$. **D.** $4x^3-2023x+C$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^{2023}, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 7: Bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\dfrac{1}{32}$ có tập nghiệm là $S=(a;b)$, khi đó $b-a$ là?

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 8: Cho khối chóp (H) có thể tích là $2a^3$, đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Độ dài chiều cao khối chóp (H) bằng.

A. $3a$. **B.** a. **C.** $4a$. **D.** $2a$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{2022}{2023}}$ là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

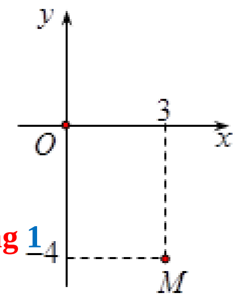
Câu 10: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log\left(x^2-3x+1\right)=-9$ bằng

A. -3. **B.** 9. **C.** 10^{-9}. **D.** 3.

Câu 11: Cho hai tích phân $\int_{-2}^{5} f(x)dx=8$ và $\int_{5}^{-2} g(x)dx=3$. Tính $I=\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]dx$.

A. $I=-11$. **B.** $I=13$. **C.** $I=27$. **D.** $I=3$.

Câu 12: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Khi đó số phức $w=5z$ là



A. $w=15+20i$. **B.** $w=-15-20i$.

C. $w=15+20i$. **D.** $w=15-20i$.

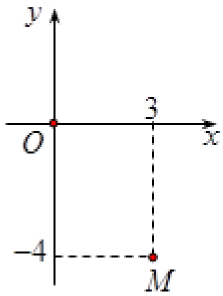
Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 1 = 0$. Vectơ nào sau đây không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng α ?

A. $\overrightarrow{n_4}(4;2;-2)$ **B.** $\overrightarrow{n_2}(-2;-1;1)$ **C.** $\overrightarrow{n_3}(2;1;1)$ **D.** $\overrightarrow{n_1}(2;1;-1)$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2;-1;3)$, $\vec{b} = (1;3;-2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

A. $\vec{c} = (0;-7;7)$. **B.** $\vec{c} = (0;7;7)$. **C.** $\vec{c} = (0;-7;-7)$. **D.** $\vec{c} = (4;-7;7)$.

Câu 15: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng



A. 4. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 3.

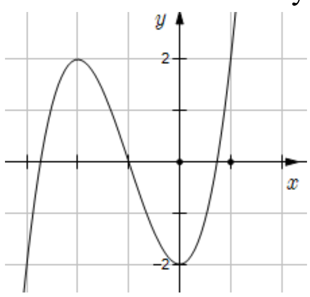
Câu 16: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-4x}{2x-1}$.

A. $y = 2$. **B.** $y = 4$. **C.** $y = \dfrac{1}{2}$. **D.** $y = -2$.

Câu 17: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

A. $5 + \log_5 a$. **B.** $5 - \log_5 a$. **C.** $1 + \log_5 a$. **D.** $1 - \log_5 a$.

Câu 18: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = 2x^3 + 6x^2 - 2$ **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$ **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 2$ **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{-4} = \dfrac{z-3}{-5}$. Hỏi d đi qua điểm nào trong các điểm sau:

A. $C(-3;4;5)$. **B.** $D(3;-4;-5)$. **C.** $B(-1;2;-3)$. **D.** $A(1;-2;3)$.

Câu 20: Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$?

A. A_6^5. **B.** P_6. **C.** C_6^5. **D.** P_5.

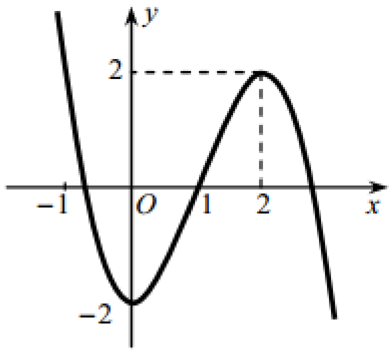
Câu 21: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

A. $f'(x) = 2.e^{2x-3}$. **B.** $f'(x) = -2.e^{2x-3}$. **C.** $f'(x) = 2.e^{x-3}$. **D.** $f'(x) = e^{2x-3}$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;\, 2)$. **B.** $(-\infty;\, 0)$. **C.** $(0;\, 2)$. **D.** $(2;\, +\infty)$.

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5(\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $35\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **B.** $70\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **C.** $120\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **D.** $60\pi\left(\text{cm}^2\right)$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)\text{d}x = 7$, $\int_2^6 f(x)\text{d}x = 3$. Giá trị $P = \int_0^2 f(x)\text{d}x + \int_6^{10} f(x)\text{d}x$ là

A. 10. **B.** –4. **C.** 4. **D.** 7.

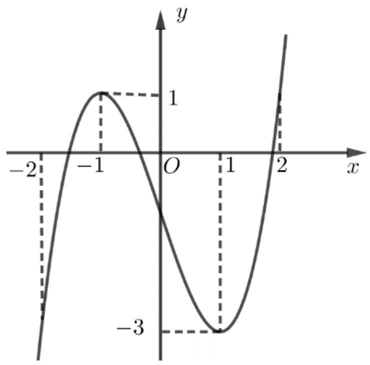
Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 1$. Khi đó u_3 bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 27: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

A. $\dfrac{2^x}{\ln 2} + \dfrac{x^2}{2} + C$. **B.** $2^x + x^2 + C$. **C.** $\dfrac{2^x}{\ln 2} + x^2 + C$. **D.** $2^x + \dfrac{x^2}{2} + C$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -3$.

Câu 29: Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y = x + \dfrac{9}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = 5$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

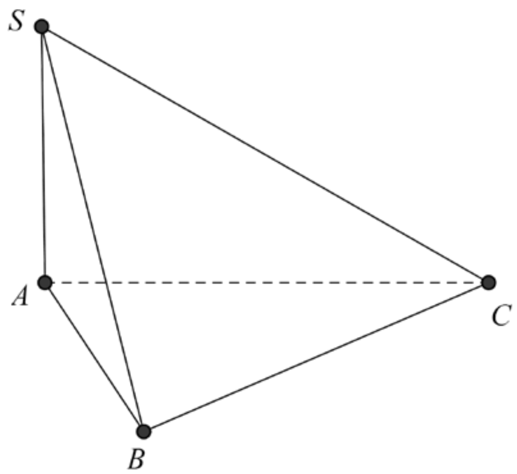
A. $y = \dfrac{1}{x}$. **B.** $y = y = -x^4 - 2x^3 - 9x$.

C. $y=1-x^3$. **D.** $y=\sqrt{1-x}$.

Câu 31: Cho $\log_a x=3, \log_b x=4$ với a,b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{ab} x$.

A. $P=12$ **B.** $P=\frac{12}{7}$ **C.** $P=\frac{7}{12}$ **D.** $P=\frac{1}{12}$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABC), SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC đều cạnh bằng a (minh họa như hình dưới). Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Câu 33: Cho $\int_1^2 [4f(x)-2x]dx=1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 34: Cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+y+z-8=0$. **B.** $x+2y+5z-30=0$. **C.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=0$. **D.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}(1+2i)=4-3i$. Phần thực của số phức z bằng

A. $-\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{11}{5}$. **D.** $-\frac{11}{5}$.

Câu 36: Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB=a, AA'=2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là:

A. $2a\sqrt{5}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 37: Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{8}{11}$. **B.** $\frac{99}{667}$. **C.** $\frac{3}{11}$. **D.** $\frac{99}{167}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-2;-3\right)$; $B\left(-1;4;1\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d?

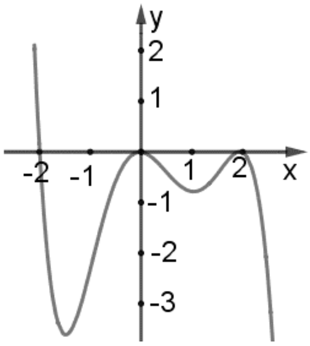
A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$

Câu 39: Tập nghiệm của bất phương trình $(3^{2x}-9)(3^x-\dfrac{1}{27})\sqrt{3^{x+1}-1}\le 0$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 40: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g\left(x\right)=f\left(f\left(x\right)\right)$. Hỏi phương trình $g'\left(x\right)=0$ có mấy nghiệm thực phân biệt?



A. 14. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 41: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f\left(0\right)=\dfrac{1}{21}$ và $f'\left(x\right)=\sin 3x.\cos^2 2x,\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của $f\left(x\right)$ thỏa mãn $F\left(0\right)=0$, khi đó $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $\dfrac{137}{441}$. **B.** $-\dfrac{137}{441}$. **C.** $\dfrac{247}{441}$. **D.** $\dfrac{167}{882}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA\perp\left(ABC\right)$. Mặt phẳng $\left(SBC\right)$ cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ góc 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{8a^3}{9}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{4a^3}{9}$.

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2\left(m+1\right)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $\left|z_0\right|=7$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(2;1;3\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=-3+3t\\z=2t\end{cases}$

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, điểm $M(x;y)$ biểu diễn nghiệm của bất phương trình $\log_3(9x+18)+x=y+3^y$. Có bao nhiêu điểm M có tọa độ nguyên thuộc hình tròn tâm O bán kính $R=7$?

A. 7. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 49.

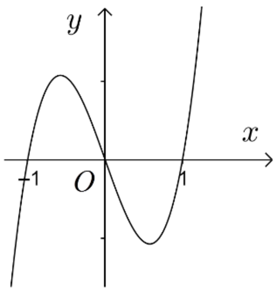
Câu 46: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=6$. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi A,B là tiếp điểm và I là tâm của mặt cầu (S). Giá trị $\cos\widehat{AIB}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{9}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 47: Cho các hàm số $y=f(x);y=f(f(x));y=f(x^2+2x-1)$ có đồ thị lần lượt là $(C_1);(C_2);(C_3)$. Đường thẳng $x=2$ cắt $(C_1);(C_2);(C_3)$ lần lượt tại A,B,C. Biết phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại A và của (C_2) tại B lần lượt là $y=2x+3$ và $y=8x+5$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại C là

A. $y=8x-9$. **B.** $y=12x+3$. **C.** $y=24x-27$. **D.** $y=4x+1$.

Câu 48: Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+a$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ sau:



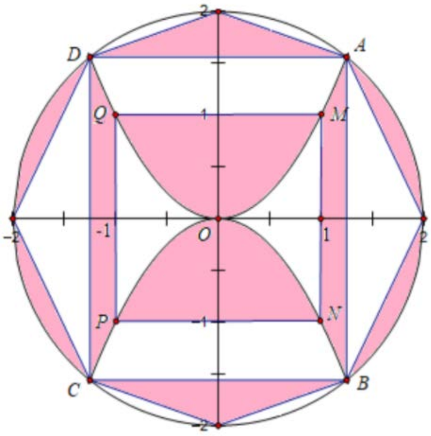
Hàm số $y=f(2x-1)f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 49: Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC=2MB$; N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Gọi Q là giao điểm của AC và (MNP). Thể tích khối đa diện $ABMNPQ$ bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{2}}{216}$. **B.** $\dfrac{13\sqrt{2}}{432}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{36}$. **D.** $\dfrac{11\sqrt{2}}{432}$.

Câu 50: Một biển quảng cáo có dạng hình tròn tâm O, phía trong được trang trí bởi hình chữ nhật $ABCD$; hình vuông $MNPQ$ có cạnh $MN=2$ (m) và hai đường parabol đối xứng nhau chung đỉnh O như hình vẽ. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 300.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 250.000 đồng/ m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



A. 3.439.000 đồng. **B.** 3.628.000 đồng. **C.** 3.580.000 đồng. **D.** 3.363.000 đồng.

---------- **HẾT** ----------

ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.C	5.A	6.D	7.C	8.A	9.C	10.D
11.B	12.D	13.C	14.A	15.D	16.D	17.C	18.B	19.D	20.A
21.C	22.A	23.C	24.B	25.C	26.C	27.A	28.B	29.D	30.C
31.B	32.C	33.A	34.B	35.A	36.B	37.B	38.B	39.B	40.B
41.A	42.A	43.B	44.A	45.B	46.A	47.C	48.B	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho số phức $z=1-2i$. Tính $|z|$.

A. $|z|=\sqrt{5}$ **B.** $|z|=5$ **C.** $|z|=2$ **D.** $|z|=3$

Lời giải

Ta có $|z|=\sqrt{1^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S):

A. $I(-1;-2;2); R=3$. **B.** $I(1;2;-2); R=\sqrt{2}$.

C. $I(-1;-2;2); R=4$. **D.** $I(1;2;-2); R=4$.

Lời giải

Chọn D

$(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0 \Rightarrow a=1;\ b=2;\ c=-2; d=-7$

$\Rightarrow R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=4;\ I(1;2;-2)$.

Câu 3: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$

A. Điểm $P(1;-1)$. **B.** Điểm $N(1;-2)$. **C.** Điểm $M(1;0)$. **D.** Điểm $Q(1;1)$.

Câu 4: Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\dfrac{64}{3}\pi a^3$ **B.** $\dfrac{128}{3}\pi a^3$ **C.** $\dfrac{256}{3}\pi a^3$ **D.** $\dfrac{32}{3}\pi a^3$

Lời giải

Chọn C

Gọi R là bán kính đường tròn. Theo giả thiết, ta có $S=\pi R^2=16\pi a^2 \Rightarrow R=4a$.

Khi quay miếng bìa hình tròn quanh một trong những đường kính của nó thì ta được một hình cầu. Thể tích hình cầu này là $V=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R^3=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(4a)^3=\frac{256}{3}\pi a^3$.

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-2023$ là:

A. $\frac{1}{2}x^4-2023x+C$. **B.** $4x^4-2023x+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4+C$. **D.** $4x^3-2023x+C$.

Lời giải

Chọn A

$\int(2x^3-2023)\mathrm{d}x=2.\frac{x^4}{4}-2023x+C=\frac{x^4}{2}-2023x+C$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^{2023},\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-4\end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có đúng 1 điểm cực đại.

Câu 7: Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\frac{1}{32}$ có tập nghiệm là $S=(a;b)$, khi đó $b-a$ là?

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình tương đương $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\left(\frac{1}{2}\right)^5\Leftrightarrow x^2+4x<5\Leftrightarrow-5<x<1$.

Vậy $S=(-5;1)\Rightarrow b-a=6$.

Câu 8: Cho khối chóp (H) có thể tích là $2a^3$, đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Độ dài chiều cao khối chóp (H) bằng.

A. $3a$. **B.** a. **C.** $4a$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn A

$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}(\sqrt{2}a)^2=2a^3\Rightarrow h=\frac{6a^3}{2a^2}=3a$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{2022}{2023}}$ là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Do $\alpha = \dfrac{2022}{2023}$ không nguyên nên hàm số xác định khi: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định: $D=(1;+\infty)$.

Câu 10: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log\left(x^2-3x+1\right)=-9$ bằng

A. -3. **B.** 9. **C.** 10^{-9}. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tương đương với $x^2-3x+1=10^{-9} \Leftrightarrow x^2-3x+1-10^{-9}=0$.

$\Delta=5+4.10^{-9}>0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 phân biệt.

Ta có $x_1+x_2=3$.

Câu 11: Cho hai tích phân $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int_{5}^{-2} g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=-11$. **B.** $I=13$. **C.** $I=27$. **D.** $I=3$.

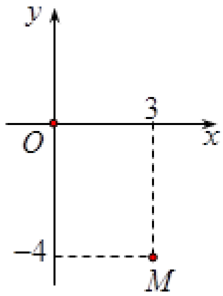
Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$I=\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]\mathrm{d}x=\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x+4\int_{5}^{-2} g(x)\mathrm{d}x-x\Big|_{-2}^{5}=8+4.3-(5+2)=13.$$

Câu 12: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Khi đó số phức $w=5z$ là



A. $w=15+20i$. **B.** $w=-15-20i$. **C.** $w=15+20i$. **D.** $w=15-20i$.

Lời giải

Số phức $w=5z=5(3-4i)=15-20i$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-z+1=0$. Vectơ nào sau đây không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng α ?

A. $\overrightarrow{n_4}(4;2;-2)$ **B.** $\overrightarrow{n_2}(-2;-1;1)$ **C.** $\overrightarrow{n_3}(2;1;1)$ **D.** $\overrightarrow{n_1}(2;1;-1)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}(2;1;-1)$, mà $\overrightarrow{n_2}(-2;-1;1)=-\overrightarrow{n_1}$, $\overrightarrow{n_4}(4;2;-2)=2\overrightarrow{n_1}$ nên $\overrightarrow{n_2}$ và $\overrightarrow{n_2}$ cũng là các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng α.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(2;-1;3)$, $\vec{b}=(1;3;-2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$.

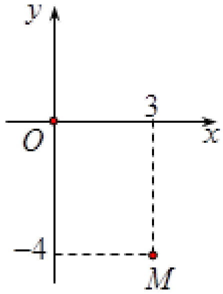
A. $\vec{c}=(0;-7;7)$. **B.** $\vec{c}=(0;7;7)$. **C.** $\vec{c}=(0;-7;-7)$. **D.** $\vec{c}=(4;-7;7)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-2\vec{b}=(-2;-6;4)$ mà $\vec{a}=(2;-1;3)\Rightarrow\vec{c}=(0;-7;7)$.

Câu 15: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng



A. 4. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z=3-4i\Rightarrow$ Phần thực của z bằng 3.

Câu 16: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$.

A. $y=2$. **B.** $y=4$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-4x+1}{2x-1}=-2$. Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-2$.

Câu 17: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

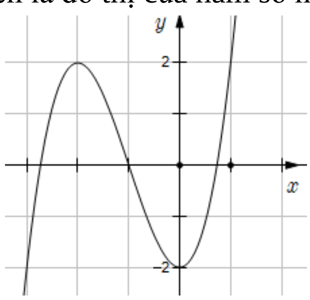
A. $5+\log_5 a$. **B.** $5-\log_5 a$. **C.** $1+\log_5 a$. **D.** $1-\log_5 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_5(5a)=\log_5 5+\log_5 a=1+\log_5 a$.

Câu 18: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=2x^3+6x^2-2$ **B.** $y=x^3+3x^2-2$ **C.** $y=-x^3-3x^2-2$ **D.** $y=x^3-3x^2-2$

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta có:

Đồ thị trong hình là của hàm số bậc 3, có hệ số $a>0$.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại các điểm $A(-2;2);B(0;-2)$.

Vậy chọn đáp án **B.**

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Hỏi d đi qua điểm nào trong các điểm sau:

A. $C(-3;4;5)$. **B.** $D(3;-4;-5)$. **C.** $B(-1;2;-3)$. **D.** $A(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm $A(1;-2;3)$.

Câu 20: Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$?

A. A_6^5. **B.** P_6. **C.** C_6^5. **D.** P_5.

Lời giải.

Chọn A

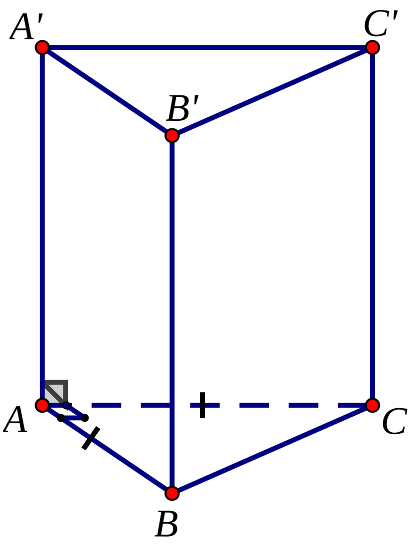
Số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ là một chỉnh hợp chập 5 của 6 phần tử. Vậy có A_6^5 số cần tìm.

Câu 21: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$ và $AA'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\dfrac{1}{2}AB^2.AA'=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

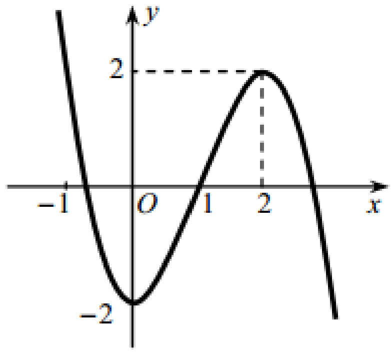
A. $f'(x)=2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **B.** $f'(x)=-2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **C.** $f'(x)=2.\mathrm{e}^{x-3}$. **D.** $f'(x)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=(2x-3)'.\mathrm{e}^{2x-3}=2.\mathrm{e}^{2x-3}$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;\,2)$. **B.** $(-\infty;\,0)$. **C.** $(0;\,2)$. **D.** $(2;\,+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;\,2)$.

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5(\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $35\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **B.** $70\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **C.** $120\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **D.** $60\pi\left(\text{cm}^2\right)$

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq}=2\pi rh=2\pi 5.7=70\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn $\int\limits_0^{10} f(x)\text{d}x=7$, $\int\limits_2^{6} f(x)\text{d}x=3$. Giá trị $P=\int\limits_0^{2} f(x)\text{d}x+\int\limits_6^{10} f(x)\text{d}x$ là

A. 10. **B.** −4. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $7=\int\limits_0^{10} f(x)\text{d}x=\int\limits_0^{2} f(x)\text{d}x+\int\limits_2^{6} f(x)\text{d}x+\int\limits_6^{10} f(x)\text{d}x$ nên $P=7-\int\limits_2^{6} f(x)\text{d}x=7-3=4$.

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=1$. Khi đó u_3 bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_3=u_1+2d=2+2.1=4$.

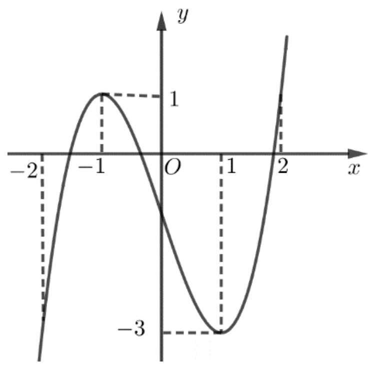
Câu 27: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x+x$ là

A. $\dfrac{2^x}{\ln 2}+\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** 2^x+x^2+C. **C.** $\dfrac{2^x}{\ln 2}+x^2+C$. **D.** $2^x+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(2^x+x\right)\text{d}x=\dfrac{2^x}{\ln 2}+\dfrac{1}{2}x^2+C$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có hàm số đạt cực đai tai điểm $x=-1$.

Câu 29: Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y=x+\frac{9}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=5$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1;5]$.

Ta có: $y'=\left(x+\frac{9}{x}\right)'=1-\frac{9}{x^2}$.

$\Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow 1-\frac{9}{x^2}=0 \Leftrightarrow x^2-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3\in[1;5] \\ x=-3\notin[1;5] \end{array}\right.$.

Có $\begin{cases} f(1)=10 \\ f(3)=6 \\ f(5)=\frac{34}{5} \end{cases} \Rightarrow \max\limits_{[1;5]} y=f(1)=10$.

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{1}{x}$. **B.** $y=y=-x^4-2x^3-9x$.

C. $y=1-x^3$. **D.** $y=\sqrt{1-x}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=1-x^3$ có $y'=-3x^2\le 0,\forall x\in R$ nên nghịch biến trên R.

Câu 31: Cho $\log_a x=3,\log_b x=4$ với a,b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{ab} x$.

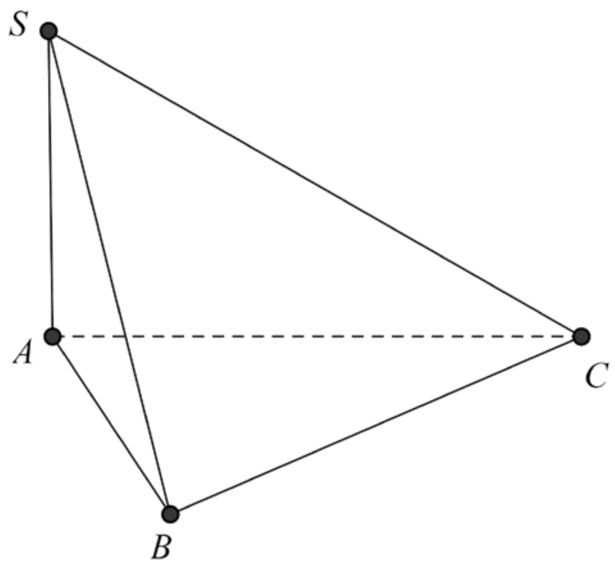
A. $P=12$ **B.** $P=\frac{12}{7}$ **C.** $P=\frac{7}{12}$ **D.** $P=\frac{1}{12}$

Lời giải

Chọn B

$$P=\log_{ab} x=\frac{1}{\log_x ab}=\frac{1}{\log_x a+\log_x b}=\frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}=\frac{12}{7}$$

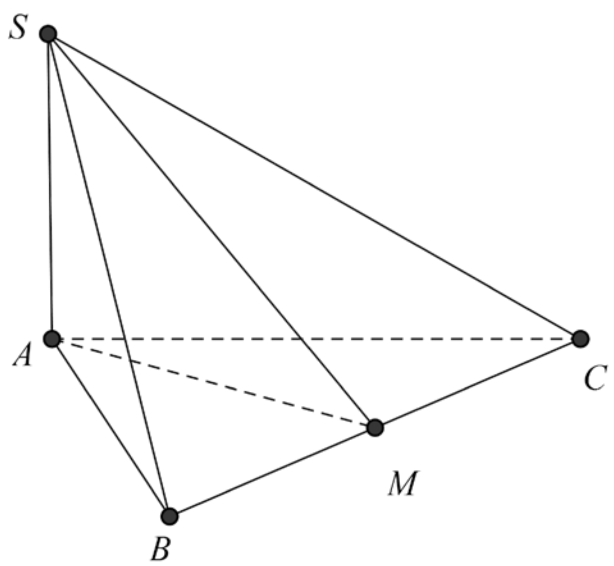
Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right), SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC đều cạnh bằng a (minh họa như hình dưới). Góc tạo bởi giữa mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng



A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC.

ΔABC đều cạnh a nên $AM\perp BC$ và $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $SA\perp\left(ABC\right)\Rightarrow$ Hình chiếu của SM trên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là AM.

Suy ra $SM\perp BC$ (theo định lí ba đường vuông góc).

Có $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ AM\subset(ABC),\ AM\perp BC\\ SM\subset(SBC),\ SM\perp BC\end{cases}$. Do đó góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa SM và AM, hay là góc $\widehat{SMA}$ (do $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AM\Rightarrow\Delta SAM$ vuông).

Xét tam giác SAM vuông tại A có $\tan\widehat{SMA}=\dfrac{SA}{AM}=\dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=1\Rightarrow\widehat{SMA}=45^0$.

Vậy góc cần tìm là 45^0.

Câu 33: Cho $\int_1^2\left[4f(x)-2x\right]dx=1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$\int_1^2\left[4f(x)-2x\right]dx=1\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)dx-2\int_1^2 xdx=1\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)dx-2.\frac{x^2}{2}\Big|_1^2=1$

$\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)dx=4\Leftrightarrow\int_1^2 f(x)dx=1$

Câu 34: Cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz tại $A,\ B,\ C$ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+y+z-8=0$. **B.** $x+2y+5z-30=0$. **C.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=0$. **D.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$.

Lời giải

Cách 1 :

Ta có tính chất hình học sau : tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc thì điểm M là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của điểm O lên mặt phẳng (ABC).

Do đó mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;5)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OM}(1;2;5)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $(x-1)+2(y-2)+5(z-5)=0\Leftrightarrow x+2y+5z-30=0$.

Cách 2:

Giả sử $A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c)$

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Theo giả thiết ta có $M\in(P)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{5}{c}=1(1)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1-a;2;5);\overrightarrow{BC}(0;-b;c);\overrightarrow{BM}=(1;2-b;5);\overrightarrow{AC}(-a;0;c)$

Mặt khác M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases}\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=5c\\ a=5c\end{cases}(2)$

Từ (1) và (2) ta có $a=30;b=15;c=6$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{30}+\dfrac{y}{15}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow x+2y+5z-30=0$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}(1+2i)=4-3i$. Phần thực của số phức z bằng

A. $-\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{11}{5}$. **D.** $-\dfrac{11}{5}$.

Lời giải

Vì $\overline{z}(1+2i)=4-3i$ nên $\overline{z}=\dfrac{4-3i}{1+2i}=\dfrac{(4-3i)(1-2i)}{1^2+2^2}=\dfrac{-2-11i}{5}=\dfrac{-2}{5}-\dfrac{11}{5}i$.

Suy ra $z=\dfrac{-2}{5}+\dfrac{11}{5}i$.

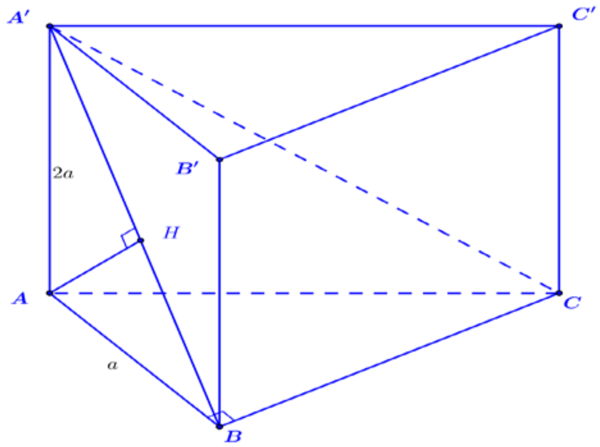
Vậy phần thực của z là $-\dfrac{2}{5}$.

Câu 36: Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB=a, AA'=2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là:

A. $2a\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng $(A'AB)$ kẻ $AH \perp A'B$ (1).

Ta có

$$\left.\begin{array}{l}\Delta ABC \text{ vu«ng t¹i } B \Rightarrow AB \perp BC \\ ABC.AB'C' \text{ lµ l¨ng trô ®øng} \Rightarrow AA' \perp BC\end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (A'AB) \Rightarrow BC \perp AH \ (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (A'AB) \Rightarrow \mathrm{d}(A,(A'BC))=AH$.

Trong $\Delta A'AB$ vuông tại A có đường cao AH ta có

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AA'^2} \Rightarrow AH=\frac{AB.AA'}{\sqrt{AB^2+AA'^2}}=\frac{a.2a}{\sqrt{a^2+4a^2}}=\frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 37: Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\dfrac{8}{11}$. **B.** $\dfrac{99}{667}$. **C.** $\dfrac{3}{11}$. **D.** $\dfrac{99}{167}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán.

Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{15}^{5} cách.

Lấy 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_{3}^{1} cách.

Lấy 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10, có C_{12}^{4}.

Vậy $P(A)=\dfrac{C_{15}^{5}.C_{3}^{1}.C_{12}^{4}}{C_{30}^{10}}=\dfrac{99}{667}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d?

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$

Lời giải

Chọn B

Trung điểm của AB là $I(0;1;-1)$

$d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ có VTCP là $\vec{u}(1;-1;2)$ nên đường thẳng Δ cần tìm cũng có VTCP $\vec{u}(1;-1;2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{x+1}{2}$.

Câu 39: Tập nghiệm của bất phương trình $(3^{2x}-9)(3^{x}-\dfrac{1}{27})\sqrt{3^{x+1}-1}\le 0$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $3^{x+1}-1\ge 0\Leftrightarrow 3^{x+1}\ge 1\Leftrightarrow x\ge -1$.

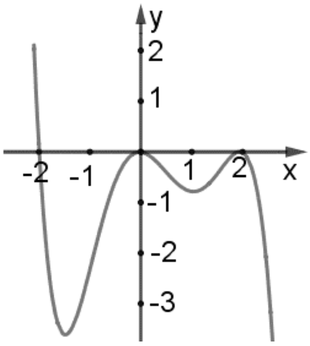
Ta có $x=-1$ là một nghiệm của bất phương trình.

Với $x>-1$, bất phương trình tương đương với $(3^{2x}-9)(3^{x}-\dfrac{1}{27})\le 0$.

Đặt $t=3^{x}>0$, ta có $(t^2-9)(t-\dfrac{1}{27})\le 0\Leftrightarrow (t-3)(t+3)(t-\dfrac{1}{27})\le 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le -3 \\ \dfrac{1}{27}\le t\le 3 \end{array}\right.$. Kết hợp điều kiện $t=3^{x}>0$ ta được nghiệm $\dfrac{1}{27}\le t\le 3\Leftrightarrow \dfrac{1}{27}\le 3^{x}\le 3\Leftrightarrow -3\le x\le 1$. Kết hợp điều kiện $x>-1$ ta được $-1<x\le 1$ suy ra trường hợp này bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Vậy bất phương trình đã cho có tất cả 3 nghiệm nguyên.

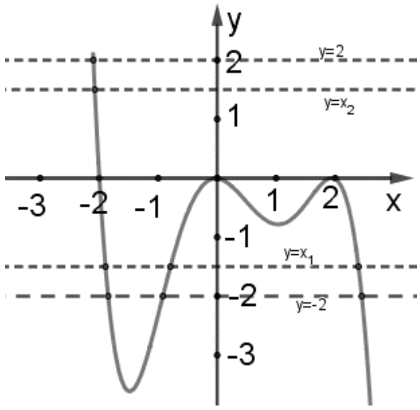
Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(f(x))$. Hỏi phương trình $g'(x)=0$ có mấy nghiệm thực phân biệt?



A. 14. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B



Ta có $g'(x)=f'(f(x)).f'(x)$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(f(x))=0 \\ f'(x)=0 \end{array}\right.$$

Có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1,(-2<x_1<-1) \\ x=0 \\ x=x_2,(1<x_2<2) \\ x=2 \end{array}\right.$; $f'(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=x_1 \\ f(x)=0 \\ f(x)=x_2 \\ f(x)=2 \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt là $x=-2, x=0, x=2$, trong đó có 2 nghiệm trùng với nghiệm của $f'(x)=0$.

$f(x)=x_1$ có 3 nghiệm phân biệt $x_3 \in (-2;-1), x_4 \in (-1;1), x_5 \in (2;+\infty)$.

$f(x)=x_2$ có 1 nghiệm duy nhất $x_6 \in (-\infty;-2)$.

$f(x)=2$ có 1 nghiệm duy nhất $x_7 \in (-\infty;-2)$.

Cũng từ đồ thị có thể thấy các nghiệm $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, -2, 0, 2$ đôi một khác nhau.

Vậy $g'(x)=0$ có tổng cộng 10 nghiệm phân biệt.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=\dfrac{1}{21}$ và $f'(x)=\sin 3x.\cos^2 2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=0$, khi đó $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $\dfrac{137}{441}$. **B.** $-\dfrac{137}{441}$. **C.** $\dfrac{247}{441}$. **D.** $\dfrac{167}{882}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=\sin 3x.\cos^2 2x, \forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

Có $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int \sin 3x.\cos^2 2x\mathrm{d}x=\int \sin 3x.\dfrac{1+\cos 4x}{2}\mathrm{d}x=\int\dfrac{\sin 3x}{2}\mathrm{d}x+\int\dfrac{\sin 3x.\cos 4x}{2}\mathrm{d}x$

$=\dfrac{1}{2}\int \sin 3x\mathrm{d}x+\dfrac{1}{4}\int(\sin 7x-\sin x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{6}\cos 3x-\dfrac{1}{28}\cos 7x+\dfrac{1}{4}\cos x+C$.

Suy ra $f(x)=-\dfrac{1}{6}\cos 3x-\dfrac{1}{28}\cos 7x+\dfrac{1}{4}\cos x+C, \forall x\in\mathbb{R}$. Mà $f(0)=\dfrac{1}{21}\Rightarrow C=0$.

Do đó $f(x)=-\dfrac{1}{6}\cos 3x-\dfrac{1}{28}\cos 7x+\dfrac{1}{4}\cos x, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó:

$$F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)-F(0)=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\dfrac{1}{6}\cos 3x-\dfrac{1}{28}\cos 7x+\dfrac{1}{4}\cos x\right)\mathrm{d}x$$

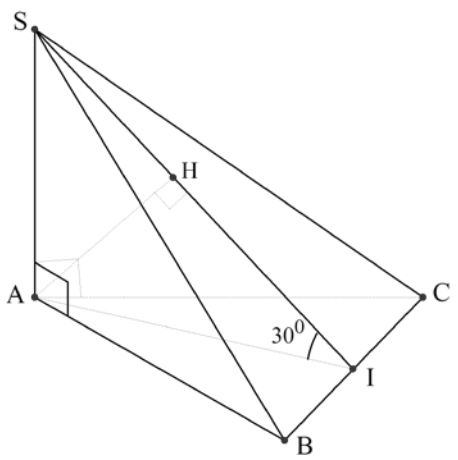
$$=\left.\left(-\dfrac{1}{18}\sin 3x-\dfrac{1}{196}\sin 7x+\dfrac{1}{4}\sin x\right)\right|_0^{\frac{\pi}{2}}=\dfrac{137}{441}$$.

$$\Rightarrow F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=F(0)+\dfrac{137}{441}=0+\dfrac{137}{441}=\dfrac{137}{441}$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA\perp(ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{8a^3}{9}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{4a^3}{9}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm sủa BC suy ra góc giữa mp(SBC) và mp(ABC) là $\widehat{SIA}=30^0$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên SI suy ra $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH=a$.

Xét tam giác AHI vuông tại H suy ra $AI=\dfrac{AH}{\sin 30^0}=2a$.

Giả sử tam giác đều ABC có cạnh bằng x, mà AI là đường cao suy ra $2a=x\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow x=\dfrac{4a}{\sqrt{3}}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC}=\left(\dfrac{4a}{\sqrt{3}}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A suy ra $SA=AI.\tan 30^0=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{3}.\dfrac{2a}{\sqrt{3}}=\dfrac{8a^3}{9}$.

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2\left(m+1\right)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $\left|z_0\right|=7$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$\Delta'=(m+1)^2-m^2=2m+1$.

+) Nếu $\Delta'\geq 0\Leftrightarrow 2m+1\geq 0\Leftrightarrow m\geq -\dfrac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm thực. Khi đó $\left|z_0\right|=7\Leftrightarrow z_0=\pm 7$.

Thế $z_0=7$ vào phương trình ta được: $m^2-14m+35=0\Leftrightarrow m=7\pm\sqrt{14}$ (nhận).

Thế $z_0=-7$ vào phương trình ta được: $m^2+14m+63=0$, phương trình này vô nghiệm.

+) Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow 2m+1<0\Leftrightarrow m<-\dfrac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm phức $z_1,z_2\notin\mathbb{R}$ thỏa $z_2=\overline{z_1}$.

Khi đó $z_1.z_2=\left|z_1\right|^2=m^2=7^2$ hay $m=7$ (loại) hoặc $m=-7$ (nhận).

Vậy tổng cộng có 3 giá trị của m là $m=7\pm\sqrt{14}$ và $m=-7$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(2;1;3\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=-3+3t\\z=2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u}=\left(1;-2;2\right)$.

Gọi $M\left(0;m;0\right)\in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM}=\left(-2;m-1;-3\right)$

Do $\Delta\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow -2-2\left(m-1\right)-6=0\Leftrightarrow m=-3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x=2t \\ y=-3+4t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, điểm $M(x;y)$ biểu diễn nghiệm của bất phương trình $\log_3(9x+18)+x=y+3^y$. Có bao nhiêu điểm M có tọa độ nguyên thuộc hình tròn tâm O bán kính $R=7$?

A. 7. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 49.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $9x+18>0 \Leftrightarrow x>-2$.

$\log_3(9x+18)+x=y+3^y \Leftrightarrow \log_3(x+2)+x+2=y+3^y$

Đặt $t=\log_3(x+2)$, $t\in\mathbb{R}$

Khi đó ta có: $t+3^t=y+3^y$ $(*)$

Ta thấy hàm số $f(x)=x+3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ (do $f'(x)=1+3^x.\ln 3>0 \forall x\in\mathbb{R}$)

Suy ra $(*) \Leftrightarrow t=y \Rightarrow \log_3(x+2)=y \Leftrightarrow x+2=3^y$

Do M có tọa độ nguyên thuộc hình tròn tâm O bán kính $R=7$ nên $\begin{cases} x^2+y^2\le 49 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases}$

Khi đó $-1\le x\le 7 \Rightarrow 1\le x+2\le 9 \Rightarrow 3^0\le 3^y\le 3^2 \Rightarrow y\in\{0;1;2\}$

TH1: $y=0\Rightarrow x=-1$ (thỏa mãn)

TH2: $y=1\Rightarrow x=1$(thỏa mãn)

TH3: $y=2\Rightarrow x=7$ (loại)

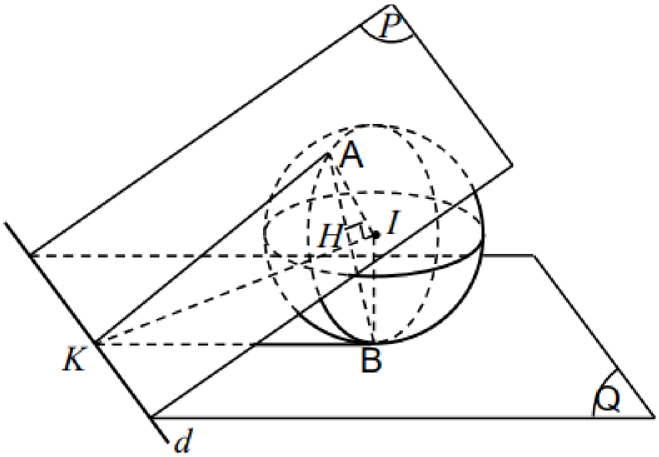
Vậy có 2 điểm thỏa mãn yêu cầu là $(-1;0),(1;1)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+2}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{1}$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=6$. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi A,B là tiếp điểm và I là tâm của mặt cầu (S). Giá trị $\cos\widehat{AIB}$ bằng

A. $-\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có (S) có tâm mặt cầu $I(2;-1;-1)$, bán kính $R=\sqrt{6}$.

Gọi $K=d\cap(IAB)$. Ta có $\begin{cases} d\perp IA \\ d\perp IB \end{cases} \Rightarrow d\perp(IAB)$ nên K là hình chiếu vuông góc của I trên d.

Ta có $K(2a-2;-3a-1;a)\in d \Rightarrow \overrightarrow{IK}=(2a-4;-3a;a+1)$.

Do $\overrightarrow{IK}.\overrightarrow{u_d}=0 \Rightarrow 14a=7 \Rightarrow a=\dfrac{1}{2} \Rightarrow K\left(-1;-\dfrac{5}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ khi đó $IK=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.

Ta có $\cos\widehat{AIK}=\dfrac{IA}{IK}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \cos\widehat{AIB}=2\cos^2\widehat{AIK}-1=\dfrac{8}{9}-1=-\dfrac{1}{9}$.

Câu 47: Cho các hàm số $y=f(x); y=f(f(x)); y=f(x^2+2x-1)$ có đồ thị lần lượt là $(C_1);(C_2);(C_3)$. Đường thẳng $x=2$ cắt $(C_1);(C_2);(C_3)$ lần lượt tại A,B,C. Biết phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại A và của (C_2) tại B lần lượt là $y=2x+3$ và $y=8x+5$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại C là

A. $y=8x-9$. **B.** $y=12x+3$. **C.** $y=24x-27$. **D.** $y=4x+1$.

Lời giải

Chọn C

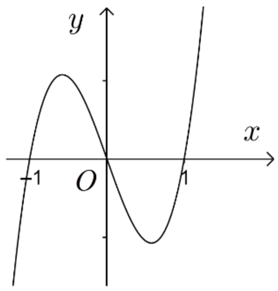
Ta có $A(2;f(2)); B(2;f(f(2))); C(2;f(7))$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại A là $y=f'(2)(x-2)+f(2)=2x+3$ nên $f'(2)=2$ và $f(2)=7$.

Phương trình tiếp tuyến của (C_2) tại B là $y=f'(2)f'(f(2))(x-2)+f(f(2))=8x+5$ nên $f'(7)=4$ và $f(7)=21$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại C là $y=6f'(7)(x-2)+f(7)=24x-27$.

Câu 48: Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+a$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ sau:



Hàm số $y = f(2x-1)f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + a \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = +\infty \Rightarrow 4a > 0 \Leftrightarrow a > 0$.

Hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-1;0;1$ nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} d = 0 \\ -4a + 3b - 2c + d = 0 \\ 4a + 3b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ b = 0 \\ c = -2a \end{cases} \Rightarrow f(x) = ax^4 - 2ax^2 + a = a(x^4 - 2x^2 + 1).$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

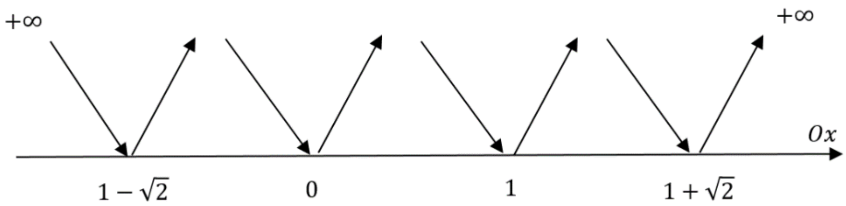
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	a	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Đặt $g(x) = f(2x-1)f(x^2-2x)$.

Ta có $g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(2x-1) = 0 \\ f(x^2-2x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1 = -1 \\ 2x-1 = 1 \\ x^2-2x = -1 \\ x^2-2x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 1+\sqrt{2} \\ x = 1-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Phương trình $g(x) = 0$ có bốn nghiệm nhưng đều là nghiệm bội chẵn.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$. Suy ra hàm số $y = g(x)$ có dạng như sau:



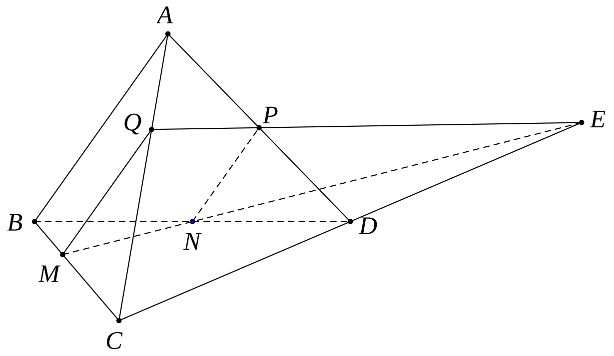
Kết luận hàm số $y = f(2x-1)f(x^2-2x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 49: Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$; N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Gọi Q là giao điểm của AC và (MNP). Thể tích khối đa diện $ABMNPQ$ bằng

A. $\frac{7\sqrt{2}}{216}$. **B.** $\frac{13\sqrt{2}}{432}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{36}$. **D.** $\frac{11\sqrt{2}}{432}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $E = MN \cap CD$.

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác BCD

$$\frac{MB}{MC}.\frac{ND}{NB}.\frac{EC}{ED} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.1.\frac{EC}{ED} = 1 \Rightarrow \frac{EC}{ED} = 2.$$

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác EMC

$$\frac{DE}{DC}.\frac{NM}{NE}.\frac{BC}{BM} = 1 \Leftrightarrow 1.\frac{NM}{NE}.3 = 1 \Leftrightarrow \frac{NM}{NE} = \frac{1}{3}.$$

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác ACD

$$\frac{QA}{QC}.\frac{EC}{ED}.\frac{PD}{PA} = 1 \Leftrightarrow \frac{QA}{QC}.2.1 = 1 \Leftrightarrow \frac{QA}{QC} = \frac{1}{2}.$$

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác EQC

$$\frac{DE}{DC}.\frac{PQ}{PE}.\frac{AC}{AQ} = 1 \Leftrightarrow 1.\frac{PQ}{PE}.3 = 1 \Leftrightarrow \frac{PQ}{PE} = \frac{1}{3}.$$

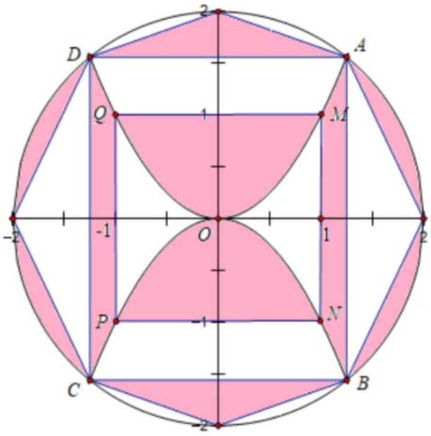
Ta có $\frac{V_{E.NPD}}{V_{E.QMC}} = \frac{EP}{EQ}.\frac{ED}{EC}.\frac{EN}{EM} = \frac{3}{4}.\frac{1}{2}.\frac{3}{4} = \frac{9}{32}$.

$$\Rightarrow V_{E.NPD} = \frac{9}{32}V_{E.QMC} \Rightarrow V_{MCDNPQ} = \frac{23}{32}V_{E.QMC}.$$

Lại có $\frac{V_{E.QMC}}{V_{D.ABC}} = \frac{\frac{1}{3}d\left(E,(ABC)\right).S_{CMQ}}{\frac{1}{3}d\left(D,(ABC)\right).S_{CAB}} = 2.\frac{2}{3}.\frac{2}{3} = \frac{8}{9} \Rightarrow V_{E.CMQ} = \frac{8}{9}V_{D.ABC}$.

Suy ra $V_{MCDNPQ} = \frac{23}{32}.\frac{8}{9}V_{D.ABC} = \frac{23}{36}V_{D.ABC} \Rightarrow V_{ABMNPQ} = \frac{13}{36}V_{ABCD} = \frac{13}{36}.\frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{13\sqrt{2}}{432}$.

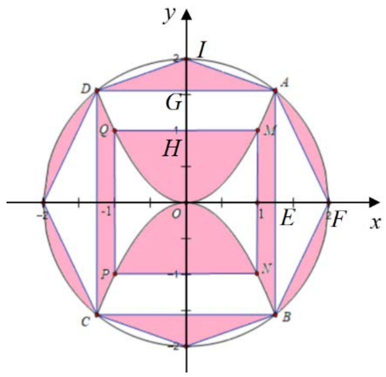
Câu 50: Một biển quảng cáo có dạng hình tròn tâm O, phía trong được trang trí bởi hình chữ nhật $ABCD$; hình vuông $MNPQ$ có cạnh $MN = 2$ (m) và hai đường parabol đối xứng nhau chung đỉnh O như hình vẽ. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 300.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 250.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



A. 3.439.000 đồng. **B.** 3.628.000 đồng. **C.** 3.580.000 đồng. **D.** 3.363.000 đồng.

Lời giải

Chọn A



Dựng hệ trục tọa độ Oxy và gọi các điểm E,F,G,H,I như hình vẽ. Ta tính diện tích phần không tô màu ở góc phần tư thứ nhất.

Phương trình parabol đi qua ba điểm O,A,D là $y=x^2$.

Ta tìm được tọa độ điểm $M(1;1), A\left(\frac{\sqrt{-2+2\sqrt{17}}}{2};\frac{-2+2\sqrt{17}}{4}\right)$

Diện tích tam giác $AEF: S_1=\frac{1}{2}AE.AF=\frac{1}{2}.\frac{-2+2\sqrt{17}}{4}.\left(2-\frac{\sqrt{-2+2\sqrt{17}}}{2}\right)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2, y=0, x=0, x=1: S_2=\int_0^1 x^2\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}$.

Diện tích hình thang cong $AGHM$:

$$S_3=\frac{-3+\sqrt{17}}{2}+\int_1^{\frac{\sqrt{-2+2\sqrt{17}}}{2}}\left(\frac{-2+2\sqrt{17}}{4}-x^2\right)\mathrm{d}x=-\frac{2}{3}+\frac{(-1+\sqrt{17})\sqrt{-2+2\sqrt{17}}}{6}.$$

Phương trình đường thẳng $IA: y=-x\sqrt{\sqrt{17}-4}+2$.

Diện tích cung tròn nhỏ $\overset{\frown}{IA}$:

$$S_4 = \int_0^{\frac{\sqrt{-2+2\sqrt{17}}}{2}} \left(\sqrt{4-x^2} + x\sqrt{\sqrt{17}-4} - 2\right)\mathrm{d}x$$

$$= -\frac{\sqrt{2}\sqrt{-1+\sqrt{17}}}{2} + 2\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}\sqrt{-1+\sqrt{17}}}{4}\right)$$

Diện tích phần không tô màu:

$S = 4\left(S_1 + S_2 + S_3 + S_4\right)$

$$= 8\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}\sqrt{-1+\sqrt{17}}}{4}\right) + \frac{(\sqrt{17}\sqrt{2} - 13\sqrt{2})\sqrt{-1+\sqrt{17}}}{6} + 2\sqrt{17} - \frac{10}{3}$$

$\approx 6,612$

Diện tích hình tròn $S_{tron} = \pi.2^2 = 4\pi \approx 12,566$.

Diện tích phần tô màu $S_{mau} = S_{tron} - S \approx 5,954$.

Số tiền để sơn

$T = 300.000 S_{mau} + 250.000 S \approx 3.439.200$ đồng.

---------- **HẾT** ----------

Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023-ĐỀ 2 MÔN TOÁN

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$, vectơ nào dưới đây là vtcp của đường thẳng d?

A. $\vec{u} = (-1;-3;2)$. **B.** $\vec{u} = (1;3;2)$. **C.** $\vec{u} = (1;-3;-2)$. **D.** $\vec{u} = (-1;3;-2)$.

Câu 2: Với a là số thực tùy ý khác 0, $\log_4 a^2$ bằng

A. $\log_2 a$. **B.** $2\log_2 |a|$. **C.** $\frac{1}{4}\log_2 a$. **D.** $\log_2 |a|$.

Câu 3: Cho hai số phức $z = 4+i$ và $w = -3+2i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $-7+i$. **B.** $1+3i$. **C.** $1-2i$. **D.** $7-i$.

Câu 4: Số cách chọn 2 học sinh từ 10 học sinh để phân công làm tổ trưởng và tổ phó là

A. A_{10}^8. **B.** 10^2. **C.** A_{10}^2. **D.** C_{10}^2.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z=0$ có tọa độ tâm I và bán kính R là

A. $I(1;-2;1)$; $R=6$. **B.** $I(-1;2;-1)$; $R=\sqrt{6}$.

C. $I(-1;2;-1)$; $R=6$. **D.** $I(1;-2;1)$; $R=\sqrt{6}$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$, $u_4 = -8$. Giá trị của u_{10} bằng

A. -1024. **B.** 1024. **C.** -512. **D.** 512.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào sau đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3+t \\ y = -1+t \\ z = 2-2t \end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1} = (3;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (1;1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (-1;-1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1;1;1)$.

Câu 8: $\int \frac{dx}{4-2x}$ bằng

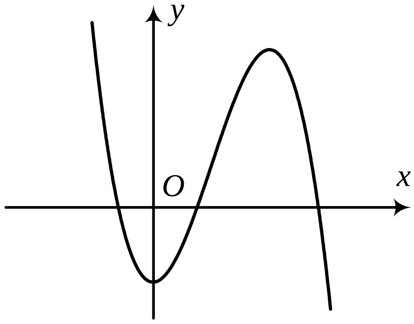
A. $\frac{1}{2}\ln|4-2x|+C$. **B.** $\ln|4-2x|+C$. **C.** $-\frac{1}{2}\ln|4-2x|+C$. **D.** $\frac{1}{4}\ln|4-2x|+C$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;3;4)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+3}{1}$.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	-3		-2		1		3
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

Câu 12: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$ **B.** $(0;3)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 13: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int x^3dx=\frac{1}{3}x^4+C$ **B.** $\int x^3dx=x^4+C$. **C.** $\int x^3dx=\frac{1}{4}x^4+C$. **D.** $\int x^3dx=3x^2+C$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $2^{3x+1}=16$ là

A. $x=1$ **B.** $x=-1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\frac{5}{3}$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\log_2(4x)=3$ là

A. $x=\frac{3}{2}$ **B.** $x=\frac{9}{4}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{5}{4}$.

Câu 16: Thể tích khối lập phương bằng $27a^3$, độ dài cạnh của khối lập phương đã cho bằng:

A. $3a$. **B.** $9a$. **C.** $3\sqrt{3}a$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 17: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $S=2a^2$, chiều cao $h=6a$ là:

A. $12a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $36a^3$.

Câu 18: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x^2-1}$ là:

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=0$.

Câu 19: Nếu $\int_1^3 f(x)dx=-2$ và $\int_1^3 g(x)dx=4$ thì $\int_1^3\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng:

A. 2. **B.** 6. **C.** -6. **D.** -2.

Câu 20: Tích phân $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx$ bằng

A. $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx=e^{2x+1}\Big|_0^{\ln 3}$. **B.** $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx=\frac{e^{2x+1}}{2x+1}\Big|_0^{\ln 3}$. **C.** $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx=e^{2x}\Big|_0^{\ln 3}$. **D.** $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^{\ln 3}$.

Câu 21: Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$ với trục hoành có tung độ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 22: Đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x^2$ là

A. $\frac{1}{x\ln 2}$. **B.** $\frac{2}{x\ln 2}$. **C.** $\frac{1}{x^2\ln 2}$. **D.** $\frac{2}{x^2\ln 2}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và nhận vectơ $\vec{n}(2;-1;3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x-2y-3z+9=0$. **B.** $x+2y-3z-9=0$. **C.** $2x-y+3z+9=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

Câu 24: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $5-2i$ có tọa độ là

A. $(-2;5)$. **B.** $(5;-2)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(5;2)$.

Câu 25: Số phức liên hợp của sô phức $z=5+8i$ là

A. $\bar{z}=5-8i$. **B.** $\bar{z}=-5+8i$. **C.** $\bar{z}=-5-8i$. **D.** $\bar{z}=8-5i$.

Câu 26: Một đội thanh niên tình nguyện của trường gồm có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để cùng các giáo viên tham gia đo thân nhiệt cho học sinh khi đến trường. Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ bằng

A. $\frac{5}{66}$. **B.** $\frac{5}{11}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{2}{33}$.

Câu 27: Tìm số phức z biết $(1-i)z+3-2i=6-3i$.

A. $z=3-2i$. **B.** $z=2+i$. **C.** $z=7+2i$. **D.** $z=2-4i$.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\frac{25}{a}$ bằng

A. $2-\log_5 a$. **B.** $\frac{5}{\log_5 a}$. **C.** $\frac{2}{\log_5 a}$. **D.** $5-\log_5 a$.

Câu 29: Một khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 2 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 6. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{3}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=1-3t\\z=3\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3-t\\z=3t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-3t\\z=3\end{cases}$
D. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-t\\z=3t\end{cases}$.

Câu 31: Cho hình nón có bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$, mặt xung quanh của hình nón khi trải ra trên một mặt phẳng có dạng một nửa đường tròn. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2a$.
B. $2\sqrt{2}a$.
C. $4a$.
D. $4\sqrt{2}a$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=2|x-1|$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa mãn $F(2)+F(0)=5$. Khi đó $F(3)+F(-2)$ bằng

A. 4.
B. 1.
C. 0.
D. 2.

Câu 33: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+9x-2$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $6\sqrt{3}-2$.
B. 8.
C. -2.
D. $2\sqrt{3}+5$.

Câu 34: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a, AC=\sqrt{3}a$ và $AA'=2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A. 45^0
B. 30^0
C. 60^0
D. 50^0

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45^0. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.
B. $\frac{\sqrt{6}a}{4}$.
C. $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$.
D. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;4)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt d và vuông góc với trục hoành có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\y=3-t\\z=4-2t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=1+2t\\y=3-5t\\z=4-4t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=4-2t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=1\\y=3+2t\\z=4+3t\end{cases}$.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3.2^x-2)<2x$ là

A. $(1;2)$.
B. $\left(\log_2\frac{2}{3};0\right)\cup(1;+\infty)$.
C. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.
D. $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

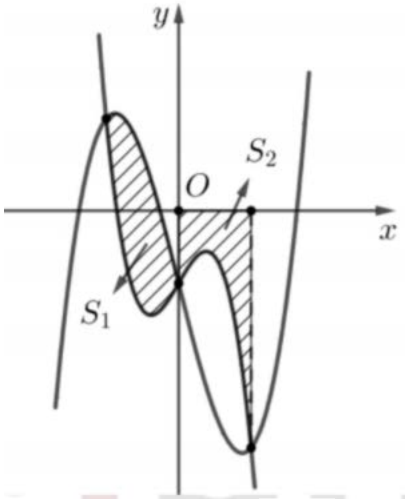
Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Môđun của z bằng

A. 3.
B. 5.
C. $\sqrt{5}$.
D. $\sqrt{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=x^2\sqrt{2x^3+1}$. Một nguyên hàm của hàm số $xf'(x)$ là

A. $\frac{1}{9}(7x^3+1)\sqrt{2x^3+1}$.
B. $\frac{1}{9}(11x^3+1)\sqrt{2x^3+1}$.
C. $\frac{1}{9}(7x^3-1)\sqrt{2x^3+1}$.
D. $\frac{1}{9}(11x^3-1)\sqrt{2x^3+1}$.

Câu 40: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx+c$; $g(x)=bx^3+ax+c$, $(a>0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Khi $S_1+S_2=3$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng



A. 3. **B.** -3. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 41: Có bao nhiêu số phức z sao cho các số phức z, z^2, z^3 lần lượt có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ tạo thành một tam giác đều?

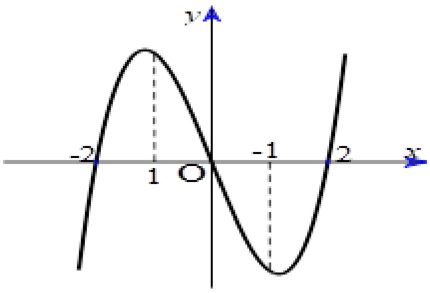
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-2+t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x=2t' \\ y=3+t' \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-1}{8}$. **B.** $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z+7}{8}$.

C. $\dfrac{x-6}{5}=\dfrac{y-6}{9}=\dfrac{z-1}{-7}$. **D.** $\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{y-9}{6}=\dfrac{z+7}{1}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-\sin^2 x$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. $f(-1)-\sin^2\dfrac{1}{2}$. **B.** $f(2)-\sin^2 1$. **C.** $f(0)$. **D.** $f(1)-\sin^2\dfrac{1}{2}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ đồng thời thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ $\left(\forall x\neq-\dfrac{1}{2}\right)$, và $f(-1)+2f(0)=2\ln 674$. Giá trị của biểu thức $S=f(-2)+f(1)+f(4)$ bằng

A. $2\ln 3-\ln 674$. **B.** $\ln 2023$. **C.** $2\ln 2022$. **D.** $3\ln 3$.

Câu 45: Cho khối lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông; khoảng cách và góc giữa hai đường thẳng AC và DC' lần lượt bằng $\frac{a\sqrt{3}}{7}$; α với $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(10;0;0), B(0;10;0), C(0;0;10)$. Xét mặt phẳng (P) thay đổi sao cho A, B, C nằm về cùng một phía đối với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ A, B, C đến (P) lần lượt $10, 11, 12$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) có giá trị lớn nhất bằng:

A. $\frac{33+\sqrt{365}}{3}$. **B.** $\frac{33-7\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{33-\sqrt{365}}{3}$. **D.** $\frac{33+7\sqrt{6}}{3}$.

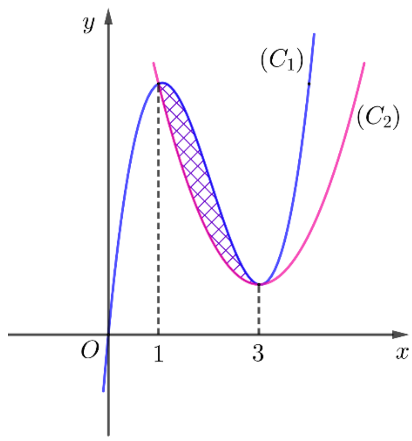
Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương a, $(a \le 2023)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $x(\ln a + e^x) \le e^x(1+\ln(x\ln a))$?

A. 2023. **B.** 2005. **C.** 2008. **D.** 2024.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;4;-1)$, $B(3;2;2)$, $C(0;3;-2)$ và mặt phẳng $(\beta): x-y+2z+1=0$. Gọi M là điểm tùy ý chạy trên mặt phẳng (β). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = MA+MB+MC$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{13}+\sqrt{14}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$.

Câu 49: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$, $g(x) = ax^2+bx+e\,(a,b,c,d,e \in \mathbb{R}, a \ne 0)$ có đồ thị lần lượt là hai đường cong (C_1), (C_2) ở hình vẽ bên.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1), (C_2) bằng $\frac{8}{3}$. Tính $f(2)-g(-1)$.

A. $f(2)-g(-1) = -26$. **B.** $f(2)-g(-1) = -24$.

C. $f(2)-g(-1) = -28$. **D.** $f(2)-g(-1) = -30$.

Câu 50: Xét các số phức $z = a+bi\,(a,b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+2-3i| = 2\sqrt{2}$. Tính $P = 2a+b$ khi $|z+1+6i|+|z-7-2i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=3$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=1$. **D.** $P=7$.

---------- **HẾT** ----------

ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.D	4.C	5.B	6.C	7.C	8.C	9.C	10.C
11.D	12.A	13.C	14.A	15.C	16.A	17.B	18.D	19.C	20.D
21.B	22.B	23.C	24.B	25.A	26.B	27.B	28.A	29.C	30.B

31.B	32.C	33.A	34.A	35.C	36.D	37.B	38.C	39.C	40.B
41.C	42.A	43.C	44.C	45.D	46.D	47.C	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{-2}$, vectơ nào dưới đây là vtcp của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(-1;-3;2)$. **B.** $\vec{u}=(1;3;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-3;-2)$. **D.** $\vec{u}=(-1;3;-2)$.

Lời giải

Chọn A

d có vtcp $\vec{u}=(-1;-3;2)$.

Câu 2: Với a là số thực tùy ý khác 0, $\log_4 a^2$ bằng

A. $\log_2 a$. **B.** $2\log_2|a|$. **C.** $\frac{1}{4}\log_2 a$. **D.** $\log_2|a|$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_4 a^2 = 2\log_4|a| = \log_2|a|$, $\forall a\neq 0$.

Câu 3: Cho hai số phức $z=4+i$ và $w=-3+2i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $-7+i$. **B.** $1+3i$. **C.** $1-2i$. **D.** $7-i$.

Lời giải

Chọn D

$z-w=4+i-(-3+2i)=7-i$.

Câu 4: Số cách chọn 2 học sinh từ 10 học sinh để phân công làm tổ trưởng và tổ phó là

A. A_{10}^8. **B.** 10^2. **C.** A_{10}^2. **D.** C_{10}^2.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 10 học sinh để phân công làm tổ trưởng và tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử, vậy số cách chọn là A_{10}^2.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z=0$ có tọa độ tâm I và bán kính R là

A. $I(1;-2;1)$; $R=6$. **B.** $I(-1;2;-1)$; $R=\sqrt{6}$.

C. $I(-1;2;-1)$; $R=6$. **D.** $I(1;-2;1)$; $R=\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có, tọa độ tâm: $I(-1;2;-1)$

Bán kính: $R=\sqrt{(-1)^2+2^2+(-1)^2}=\sqrt{6}$

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=1$, $u_4=-8$. Giá trị của u_{10} bằng

A. -1024. **B.** 1024. **C.** -512. **D.** 512.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_4=-8 \Leftrightarrow u_1.q^3=-8 \Leftrightarrow 1.q^3=-8 \Leftrightarrow q^3=-8 \Leftrightarrow q=-2$.

Khi đó $u_{10}=u_1.q^9=1.(-2)^9=-512$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào sau đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=3+t \\ y=-1+t \\ z=2-2t \end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-1;-1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{u_3}=(-1;-1;2)$.

Câu 8: $\int \frac{dx}{4-2x}$ bằng

A. $\frac{1}{2}\ln|4-2x|+C$. **B.** $\ln|4-2x|+C$. **C.** $-\frac{1}{2}\ln|4-2x|+C$. **D.** $\frac{1}{4}\ln|4-2x|+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \frac{dx}{4-2x}=-\frac{1}{2}\ln|4-2x|+C$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;3;4)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+3}{1}$.

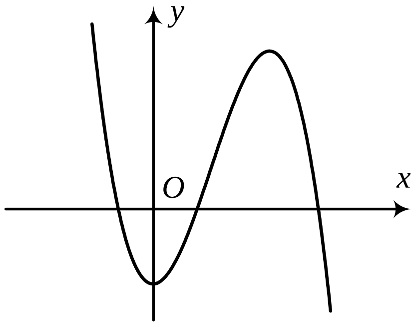
Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ qua điểm $A(1;2;3)$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(-2;1;1)$.

$\Rightarrow \Delta:\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: Đồ thị hàm số có hai cực trị và hệ số $a<0$ nên chọn C.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	-3		-2		1		3
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

Lời giải

Chọn D

Theo bảng biến thiên của hàm số, ta có: hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

Câu 12: Hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;2\right)$
B. $\left(0;3\right)$.
C. $\left(0;+\infty\right)$.
D. $\left(-1;3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta nhận thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(0;2\right)$.

Câu 13: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int x^3\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^4+C$
B. $\int x^3\mathrm{d}x=x^4+C$.
C. $\int x^3\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4+C$.
D. $\int x^3\mathrm{d}x=3x^2+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int x^3\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4+C$ do $\left(\frac{1}{4}x^4\right)'=x^3$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $2^{3x+1}=16$ là

A. $x=1$
B. $x=-1$.
C. $x=3$.
D. $x=\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$2^{3x+1}=16\Leftrightarrow 2^{3x+1}=2^4\Leftrightarrow 3x+1=4\Leftrightarrow x=1$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\log_2\left(4x\right)=3$ là

A. $x=\frac{3}{2}$
B. $x=\frac{9}{4}$.
C. $x=2$.
D. $x=\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2\left(4x\right)=3\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\4x=2^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$$

Câu 16: Thể tích khối lập phương bằng $27a^3$, độ dài cạnh của khối lập phương đã cho bằng:

A. $3a$.
B. $9a$.
C. $3\sqrt{3}a$.
D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=x^3\Leftrightarrow 27a^3=x^3\Leftrightarrow x=3a$.

Câu 17: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $S=2a^2$, chiều cao $h=6a$ là:

A. $12a^3$.
B. $4a^3$.
C. $6a^3$.
D. $36a^3$.

Lời giải

Chọn B

$V=\frac{1}{3}S.h=4a^3$.

Câu 18: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x^2-1}$ là:

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Rightarrow y=0$ là TCN của ĐTHS.

Câu 19: Nếu $\int_1^3 f(x)dx=-2$ và $\int_1^3 g(x)dx=4$ thì $\int_1^3[f(x)-g(x)]dx$ bằng:

A. 2. **B.** 6. **C.** -6. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

$\int_1^3[f(x)-g(x)]dx=-2-4=-6.$

Câu 20: Tích phân $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx$ bằng

A. $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx=e^{2x+1}\Big|_0^{\ln 3}$. **B.** $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx=\frac{e^{2x+1}}{2x+1}\Big|_0^{\ln 3}$. **C.** $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx=e^{2x}\Big|_0^{\ln 3}$. **D.** $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^{\ln 3} e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^{\ln 3}$.

Câu 21: Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$ với trục hoành có tung độ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$ với trục hoành có tung độ bằng 0.

Câu 22: Đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x^2$ là

A. $\frac{1}{x\ln 2}$. **B.** $\frac{2}{x\ln 2}$. **C.** $\frac{1}{x^2\ln 2}$. **D.** $\frac{2}{x^2\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(\log_2 x^2\right)'=\frac{\left(x^2\right)'}{x^2\ln 2}=\frac{2}{x\ln 2}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và nhận vectơ $\vec{n}(2;-1;3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x-2y-3z+9=0$. **B.** $x+2y-3z-9=0$. **C.** $2x-y+3z+9=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng cần tìm $2(x-1)-(y-2)+3(z+3)=0\Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0$.

Câu 24: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $5-2i$ có tọa độ là

A. $(-2;5)$. **B.** $(5;-2)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(5;2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 25: Số phức liên hợp của sô phức $z=5+8i$ là

A. $\overline{z}=5-8i$. **B.** $\overline{z}=-5+8i$. **C.** $\overline{z}=-5-8i$. **D.** $\overline{z}=8-5i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overline{z}=5-8i$.

Câu 26: Một đội thanh niên tình nguyện của trường gồm có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để cùng các giáo viên tham gia đo thân nhiệt cho học sinh khi đến trường. Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ bằng

A. $\frac{5}{66}$. **B.** $\frac{5}{11}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{2}{33}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có không gian mẫu $n(\Omega)=C_{11}^{4}$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ"

$\Rightarrow n(A)=C_5^2.C_6^2$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_5^2.C_6^2}{C_{11}^4}=\frac{5}{11}$.

Câu 27: Tìm số phức z biết $(1-i)z+3-2i=6-3i$.

A. $z=3-2i$. **B.** $z=2+i$. **C.** $z=7+2i$. **D.** $z=2-4i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1-i)z+3-2i=6-3i \Leftrightarrow (1-i)z=3-i \Rightarrow z=\frac{3-i}{1-i}=2+i$.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\frac{25}{a}$ bằng

A. $2-\log_5 a$. **B.** $\frac{5}{\log_5 a}$. **C.** $\frac{2}{\log_5 a}$. **D.** $5-\log_5 a$.

Lời giải

Chọn A

$\log_5\frac{25}{a}=\log_5 25-\log_5 a=2-\log_5 a$.

Câu 29: Một khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 2 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 6. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khói chóp là $V=\frac{1}{3}.2^2.6=8$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{3}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=1-3t\\z=3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3-t\\z=3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-3t\\z=3\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-t\\z=3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 31: Cho hình nón có bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$, mặt xung quanh của hình nón khi trải ra trên một mặt phẳng có dạng một nửa đường tròn. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $4a$. **D.** $4\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn B

Khi mặt xung quanh của hình nón trải ra trên một mặt phẳng có dạng một nửa đường tròn. Độ dài đường sinh của hình nón là $l = 2R = 2a\sqrt{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = 2|x-1|$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa mãn $F(2) + F(0) = 5$. Khi đó $F(3) + F(-2)$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = 2|x-1| = \begin{cases} 2x-2 & khi\ x \ge 1 \\ -2x+2 & khi\ x < 1 \end{cases}$. Do đó $F(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + C_1 & khi\ x \ge 1 \\ -x^2 + 2x + C_2 & khi\ x < 1 \end{cases}$.

Theo đề bài thì $F(2) + F(0) = 5 \Leftrightarrow C_1 + C_2 = 5$. Suy ra $F(3) + F(-2) = 3 + C_1 - 8 + C_2 = 0$.

Câu 33: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 9x - 2$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $6\sqrt{3} - 2$. **B.** 8. **C.** -2. **D.** $2\sqrt{3} + 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) = -x^3 + 9x - 2 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 9$.

Khi đó: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{3} \notin [0;2] \\ x = \sqrt{3} \in [0;2] \end{array}\right.$.

Do đó: $\begin{cases} f(0) = -2 \\ f(2) = 8 \\ f(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} - 2 \end{cases}$.

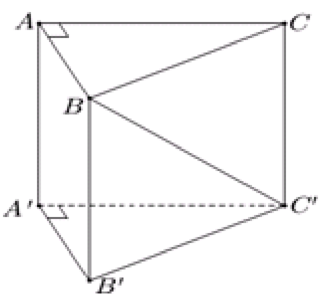
Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 9x - 2$ trên đoạn $[0;2]$ là $f(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} - 2$.

Câu 34: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a, AC = \sqrt{3}a$ và $AA' = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A. 45^0 **B.** 30^0 **C.** 60^0 **D.** 50^0

Lời giải

Chọn A



Vì ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a, AC = \sqrt{3}a \Rightarrow BC = 2a$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ là $\widehat{BC'B'}$.

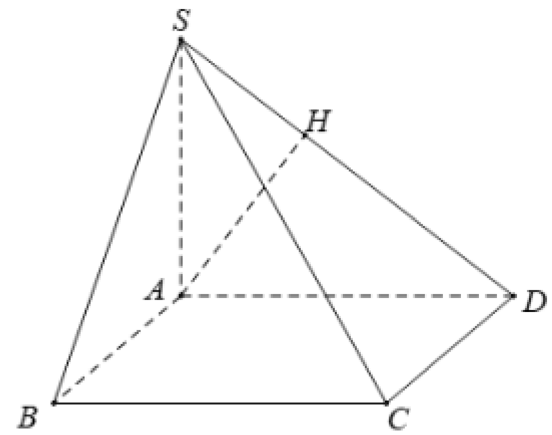
$\tan\widehat{BC'B'} = \dfrac{BB'}{BC} = \dfrac{2a}{2a} = 1 \Rightarrow \widehat{BC'B'} = 45^0$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45^0. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a}{4}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{6}a}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



$ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{2}$.

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45^0 tức là: $\widehat{SCA} = 45^0$. Khi đó ΔSAC vuông cân nên $SA = AC = 2a\sqrt{2}$.

Vì $AB//CD$ nên khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) cũng bằng khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD).

Kẻ $AH \perp SD, H \in SD$.

Khi đó: $\begin{cases} DC \perp SA \\ DC \perp AD \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AH$.

Do đó: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp DC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SDC)$ nên khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là AH.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{\left(2a\sqrt{2}\right)^2} + \frac{1}{(2a)^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{8}{3}a^2 \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.$$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;4)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+2}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt d và vuông góc với trục hoành có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 5t \\ z = 4 - 4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M=(d)\cap(\Delta)\Rightarrow M\in(d)$. Ta có ptts của $(d):\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=-2+2t\end{cases}\Rightarrow M(1+2t;-1-t;-2+2t)$.

Ta có: $\vec{i}=(1;0;0)$; $\overrightarrow{AM}=(2t;-4-t;-6+2t)$. Vì $\Delta\perp Ox\Rightarrow\overrightarrow{AM}\perp\vec{i}\Rightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{i}=0\Rightarrow t=0$

Vậy ptts của Δ có $\vec{u}=\overrightarrow{AM}=(0;-4;-6)=-2(0;2;3)$.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3.2^x-2)<2x$ là

A. $(1;2)$. **B.** $\left(\log_2\frac{2}{3};0\right)\cup(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $3.2^x-2>0\Leftrightarrow x>\log_2\frac{2}{3}$.

Bpt $\Leftrightarrow 3.2^x-2<2^{2x}\Leftrightarrow(2^x)^2-3.2^x+2>0\ (1)$.

Đặt $t=2^x\Rightarrow(1)$ trở thành: $t^2-3t+2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t<1\\t>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x<1\\2^x>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x>1\end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(\log_2\frac{2}{3};0\right)\cup(1;+\infty)$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Môđun của z bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=a+bi\Rightarrow\bar{z}=a-bi$.

Pt $\Leftrightarrow 3(a-bi+i)-(2-i)(a+bi)=3+10i\Leftrightarrow 3a+(3-3b)i-(2a-ai+2bi+b)=3+10i$

$\Leftrightarrow(a-b)+(3-5b+a)=3+10i\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=3\\a-5b=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$.

Vậy số phức z có dạng là : $z=2-i\Rightarrow|z|=\sqrt{5}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=x^2\sqrt{2x^3+1}$. Một nguyên hàm của hàm số $xf'(x)$ là

A. $\frac{1}{9}(7x^3+1)\sqrt{2x^3+1}$. **B.** $\frac{1}{9}(11x^3+1)\sqrt{2x^3+1}$.

C. $\frac{1}{9}(7x^3-1)\sqrt{2x^3+1}$. **D.** $\frac{1}{9}(11x^3-1)\sqrt{2x^3+1}$.

Lời giải

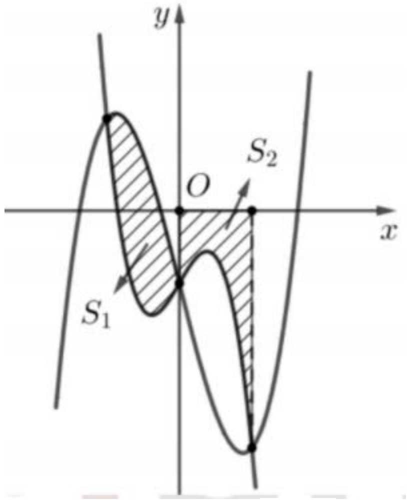
Chọn C

Ta có $\int xf'(x)dx=\int xd(f(x))=xf(x)-\int f(x)dx=x^3\sqrt{2x^3+1}-\int x^2\sqrt{2x^3+1}dx$

$=x^3\sqrt{2x^3+1}-\frac{1}{6}\int\sqrt{2x^3+1}d(2x^3+1)=x^3\sqrt{2x^3+1}-\frac{1}{6}.\frac{2}{3}\sqrt{(2x^3+1)^3}+C$

$=\frac{1}{9}(7x^3-1)\sqrt{2x^3+1}+C$.

Câu 40: Cho hai hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx+c$; $g\left(x\right)=bx^3+ax+c$, $\left(a>0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Khi $S_1+S_2=3$ thì $\int_0^1 f\left(x\right)dx$ bằng



A. 3. **B.** -3. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

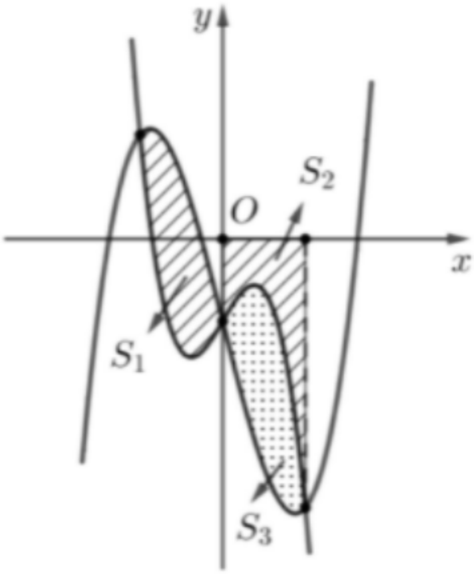
Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $ax^3+bx+c=bx^3+ax+c \Leftrightarrow \left(a-b\right)x^3+\left(b-a\right)x=0$

$\Leftrightarrow \left(a-b\right)\left[x^3-x\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Cách 1:

Có $\left\{\begin{array}{l} S_1=\int_{-1}^{0}\left(f\left(x\right)-g\left(x\right)\right)dx=\left(a-b\right)\int_{-1}^{0}\left(x^3-x\right)dx=\frac{1}{4}\left(a-b\right) \\ S_3=\int_{0}^{1}\left(g\left(x\right)-f\left(x\right)\right)dx=\left(a-b\right)\int_{0}^{1}-\left(x^3-x\right)dx=\frac{1}{4}\left(a-b\right) \end{array}\right. \Rightarrow S_1=S_3$.



Vậy $S_1+S_2=3 \Leftrightarrow S_3+S_2=3 \Leftrightarrow \int_0^1\left(g\left(x\right)-f\left(x\right)\right)dx+\int_0^1-g\left(x\right)dx=3 \Leftrightarrow \int_0^1 f\left(x\right)dx=-3$.

Cách 2:

$S_1=\int_{-1}^{0}\left(f\left(x\right)-g\left(x\right)\right)dx=\left(a-b\right)\int_{-1}^{0}\left(x^3-x\right)dx=\frac{1}{4}\left(a-b\right)$;

$S_2=-\int_0^1 g(x)dx=-\int_0^1(bx^3+ax+c)dx=-\left(\frac{b}{4}+\frac{a}{2}+c\right)$.

Vậy $S_1+S_2=3\Leftrightarrow \frac{1}{4}(a-b)-\frac{b}{4}-\frac{a}{2}-c=3\Leftrightarrow a+2b+4c=-12$.

Suy ra $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1(ax^3+bx+c)dx=\frac{a}{4}+\frac{b}{2}+c=\frac{a+2b+4c}{4}=-3$.

Câu 41: Có bao nhiêu số phức z sao cho các số phức z, z^2, z^3 lần lượt có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ tạo thành một tam giác đều?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$

Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn số phức z, z^2, z^3

Ta có $AB=|z^2-z|=|z|.|z-1|=a$; $BC=|z^3-z^2|=|z|^2.|z-1|=a.|z|$;

$CA=|z^3-z|=|z|.|z-1||z+1|=a.|z+1|$ với $a=|z|.|z-1|>0,\ \forall z\notin\{0;-1;1\}$

ΔABC đều $\Rightarrow AB^2=BC^2=CA^2\Leftrightarrow 1=|z|^2=|z+1|^2\Leftrightarrow 1=x^2+y^2=(x+1)^2+y^2$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1=0\\x^2+y^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{1}{2}\\y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}\Rightarrow z=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\Rightarrow$ có 2 số phức z thỏa mãn.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-2+t\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=2t'\\y=3+t'\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\frac{x-6}{1}=\frac{y-6}{-3}=\frac{z-1}{8}$. **B.** $\frac{x-5}{1}=\frac{y-9}{3}=\frac{z+7}{8}$.

C. $\frac{x-6}{5}=\frac{y-6}{9}=\frac{z-1}{-7}$. **D.** $\frac{x-5}{6}=\frac{y-9}{6}=\frac{z+7}{1}$.

Lời giải

Chọn A

+) Gọi A là giao điểm của d_1 và (α),

$A(-2+t;2+t;-t)\in d_1$ mà $A\in(\alpha)\Leftrightarrow 2(-2+t)-2(2+t)+t+1=0\Leftrightarrow t=7\Rightarrow A(5;9;-7)$.

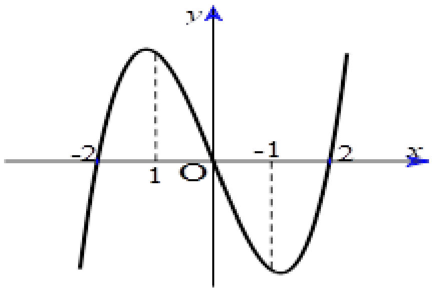
+) Gọi B là giao điểm của d_2 và (α),

$B(2t';3+t';1)\in d_2$ mà $B\in(\alpha)\Leftrightarrow 2(2t')-2(3+t')-1+1=0\Leftrightarrow t'=3\Rightarrow B(6;6;1)$

+)Véc tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}(1;-3;8)$.

Phương trình Δ là $\frac{x-6}{1}=\frac{y-6}{-3}=\frac{z-1}{8}$

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như sau:

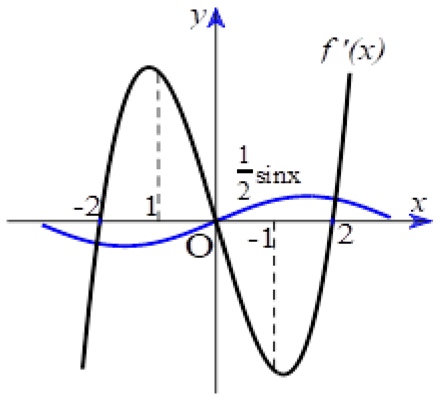


Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-\sin^2 x$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. $f(-1)-\sin^2\dfrac{1}{2}$. **B.** $f(2)-\sin^2 1$. **C.** $f(0)$. **D.** $f(1)-\sin^2\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



$$g'(x)=2f'(2x)-2\sin x\cos x=0 \Leftrightarrow f'(2x)=\frac{1}{2}\sin 2x$$

Đặt $t=2x \Rightarrow f'(t)=\dfrac{1}{2}\sin t$

Với $x\in[-1;1]\Rightarrow t\in[-2;2]$

$f'(t)=\dfrac{1}{2}\sin t \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow x=0$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	-1		0		1
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g(0)$	$\searrow$	$g(1)$

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} g(x)=g(0)=f(0)$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ đồng thời thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ $\left(\forall x\neq-\dfrac{1}{2}\right)$, và $f(-1)+2f(0)=2\ln 674$. Giá trị của biểu thức $S=f(-2)+f(1)+f(4)$ bằng

A. $2\ln 3-\ln 674$. **B.** $\ln 2023$. **C.** $2\ln 2022$. **D.** $3\ln 3$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=\frac{1}{2x+1}\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\ln(2x+1)+C_1,\ khi\ x>\frac{-1}{2}\\ \frac{1}{2}\ln(-2x-1)+C_2,\ khi\ x<\frac{-1}{2}\end{cases}$$

$f(0)=C_1;\ f(-1)=C_2\Rightarrow 2f(0)+f(-1)=2C_1+C_2\Rightarrow 2C_1+C_2=2\ln 674$.

$f(-2)=\frac{1}{2}\ln 3+C_2,\ f(1)=\frac{1}{2}\ln 3+C_1;\ f(4)=\frac{1}{2}\ln 9+C_1$

$\Rightarrow S=f(-2)+f(1)+f(4)=\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 7+2C_1+C_2$

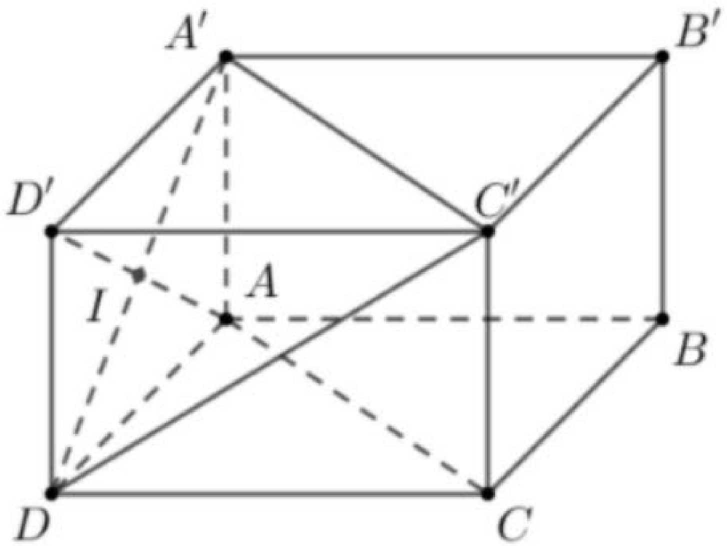
$=\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 9+2\ln 674=2\ln 3+2\ln 674=2\ln 2002.$

Câu 45: Cho khối lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông; khoảng cách và góc giữa hai đường thẳng AC và DC' lần lượt bằng $\frac{a\sqrt{3}}{7}$; α với $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng x và cạnh bên bằng y.

Do $AC // A'C' \Rightarrow (AC,DC')=(A'C',DC')=\widehat{A'C'D}$.

Do tam giác $DA'C'$ cân tại $D\Rightarrow \widehat{A'C'D}<90^\circ$.

Áp dụng định lý côsin và giả thiết ta được: $\cos\widehat{A'C'D}=\frac{C'A'^2+C'D^2-A'D^2}{2C'A'C'D}$

$=\frac{2x^2+(x^2+y^2)-(x^2+y^2)}{2\sqrt{x}.\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{x}{\sqrt{2(x^2+y^2)}}=\frac{\sqrt{2}}{4}\Leftrightarrow y=x\sqrt{3}$.

Mặt khác: $AC // A'C' \Rightarrow AC//(DA'C')\Rightarrow d(AC,DC')=d(AC,(DA'C'))$

$=d(A,(DA'C'))=d(D',(DA'C'))$.

Do AD' cắt $(DA'C')$ tại trung điểm I của AD

Xét tứ diện $D.DA'C'$ vuông tại D' có:

$$\frac{1}{d^2\left(D',\left(DA'C'\right)\right)}=\frac{1}{D'D^2}+\frac{1}{D'A^2}+\frac{1}{D'C'^2}\Leftrightarrow\frac{49}{21a^2}=\frac{1}{y^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^2}\Leftrightarrow x=a$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V=x^2y=x^3\sqrt{3}=a^3\sqrt{3}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(10;0;0),B(0;10;0),C(0;0;10)$. Xét mặt phẳng (P) thay đổi sao cho A,B,C nằm về cùng một phía đối với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ A,B,C đến (P) lần lượt $10,11,12$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) có giá trị lớn nhất bằng:

A. $\frac{33+\sqrt{365}}{3}$. **B.** $\frac{33-7\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{33-\sqrt{365}}{3}$. **D.** $\frac{33+7\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0,\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$.

Do A,B,C nằm về cùng một phía đối với mặt phẳng (P) nên ta có:

$$\begin{cases}(10a+d)(10b+d)>0\\(10b+d)(10c+d)>0\\(10c+d)(10a+d)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}10a+d>0\\10b+d>0\\10c+d>0\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}10a+d<0\\10b+d<0\\10c+d<0\end{cases}.$$

Giả sử $\begin{cases}10a+d>0\\10b+d>0\\10c+d>0\end{cases}$.

Khi đó theo giả thiết khoảng cách:

$$\begin{cases}d\left(A,(P)\right)=\dfrac{10a+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=10\\d\left(B,(P)\right)=\dfrac{10b+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=11\\d\left(C,(P)\right)=\dfrac{10c+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=12\end{cases}.$$

Đặt $t=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ với $t>0$.

Suy ra: $\begin{cases}10a=10x-d\\10b=11x-d\\10c=12x-d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=x-\dfrac{d}{10}\\b=\dfrac{11}{10}x-\dfrac{d}{10}\\c=\dfrac{12x}{10}-\dfrac{d}{10}\end{cases}$.

Mặt khác: $x^2=a^2+b^2+c^2\Leftrightarrow x^2=\left(x-\frac{d}{10}\right)^2+\left(\frac{11}{10}x-\frac{d}{10}\right)^2+\left(\frac{12x}{10}-\frac{d}{10}\right)^2$.

$\Leftrightarrow\frac{d}{x}=\frac{33\pm7\sqrt{6}}{3}=d\left(O;(P)\right)$.

Do đó: $d\left(O;(P)\right)_{\max}=\frac{33+7\sqrt{6}}{3}$.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương a, $(a\le2023)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $x\left(\ln a+e^x\right)\le e^x\left(1+\ln(x\ln a)\right)$?

A. 2023. **B.** 2005. **C.** 2008. **D.** 2024.

Lời giải

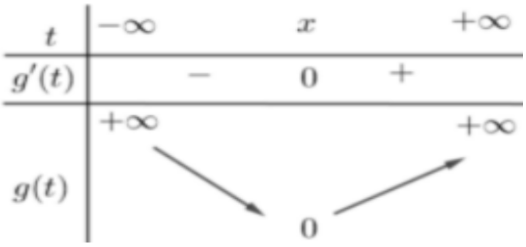
Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x\ln a>0 \\ a>0 \end{cases} \xleftrightarrow{a\in\mathbb{N}^*} \begin{cases} a\ge 2 \\ x>0 \end{cases}$. Đặt $t=\ln\left(x\ln a\right)\Leftrightarrow x\ln a=e^t$.

Bất phương trình trở thành: $e^t+xe^x\le e^x\left(1+t\right)\Leftrightarrow g\left(t\right)=e^t-e^x.t+xe^x-e^x\le 0\ \ (*)$

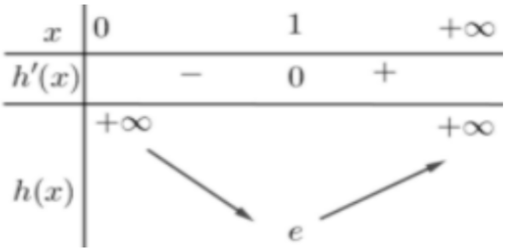
Có $g\left(t\right)=e^t-e^x=0\Leftrightarrow t=x$.

Bảng biến thiên:



Vậy $(*)\Leftrightarrow t=x\Leftrightarrow \ln a=\dfrac{e^x}{x}=h\left(x\right)$ có $h'\left(x\right)=\dfrac{e^x.x-e^x}{x^2}=0\Rightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:



Vậy $\ln a\ge e\Leftrightarrow x\ge e^e\approx 15{,}15\Rightarrow a\in\left\{16,...,2023\right\}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(2;4;-1\right)$, $B\left(3;2;2\right)$, $C\left(0;3;-2\right)$ và mặt phẳng $\left(\beta\right): x-y+2z+1=0$. Gọi M là điểm tùy ý chạy trên mặt phẳng $\left(\beta\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA+MB+MC$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{13}+\sqrt{14}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(1;-2;3\right), \overrightarrow{AC}=\left(-2;-1;-1\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(5;-5;-5\right)=5\left(1;-1;-1\right)$, suy ra $\left(ABC\right): x-y-z+1=0$.

Ta thấy $\left(ABC\right)\perp\left(\beta\right)$, xét $d=\left(ABC\right)\cap\left(\beta\right)\Rightarrow d:\begin{cases} x-y-z+1=0 \\ x-y+2z+1=0 \end{cases}\Rightarrow d:\begin{cases} x=-1+t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên $\left(ABC\right)$, khi đó $H\in d\Rightarrow H\left(-1+t;t;0\right)$.

$T=MA+MB+MC\ge HA+HB+HC$.

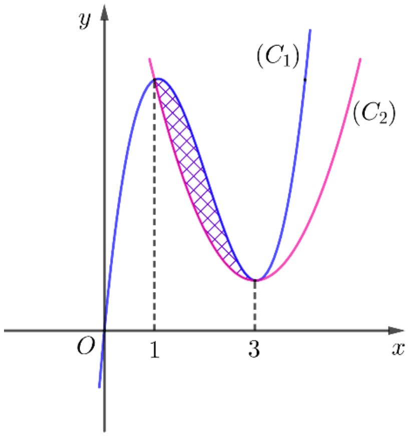
$T\ge\sqrt{2t^2-14t+26}+\sqrt{2t^2-12t+24}+\sqrt{2t^2-8t+14}$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{2}t-\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2}+\sqrt{\left(2\sqrt{2}-\sqrt{2}t\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2}+\sqrt{2\left(t-3\right)^2+6}.$$

$$\ge\sqrt{\left(2\sqrt{2}-\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\sqrt{6}\right)^2}+\sqrt{6}=3\sqrt{2}+\sqrt{6}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$ khi $t=3\Rightarrow M\left(2;3;0\right)$.

Câu 49: Cho hai hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g\left(x\right)=ax^2+bx+e\left(a,b,c,d,e\in\mathbb{R},a\neq 0\right)$ có đồ thị lần lượt là hai đường cong $\left(C_1\right)$, $\left(C_2\right)$ ở hình vẽ bên.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $\left(C_1\right)$, $\left(C_2\right)$ bằng $\frac{8}{3}$. Tính $f\left(2\right)-g\left(-1\right)$.

A. $f\left(2\right)-g\left(-1\right)=-26$. **B.** $f\left(2\right)-g\left(-1\right)=-24$.

C. $f\left(2\right)-g\left(-1\right)=-28$. **D.** $f\left(2\right)-g\left(-1\right)=-30$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta có $f\left(x\right)-g\left(x\right)=a\left(x-1\right)\left(x-3\right)^2$ và $a>0$

Ta có: $S=\int\limits_1^3\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{8}{3}\Leftrightarrow\int\limits_1^3\left|a\left(x-1\right)\left(x-3\right)^2\right|\mathrm{d}x=\frac{8}{3}\Leftrightarrow\int\limits_1^3 a\left(x-1\right)\left(x-3\right)^2\mathrm{d}x=\frac{8}{3}$

$\Leftrightarrow\int\limits_1^3 a\left(x^3-7x^2+15x-9\right)\mathrm{d}x=\frac{8}{3}\Leftrightarrow a\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{7}{3}x^3+\frac{15}{2}x^2-9x\right)\Bigg|_1^3=\frac{8}{3}\Leftrightarrow\frac{4}{3}a=\frac{8}{3}\Leftrightarrow a=2$.

Do đó $f\left(x\right)-g\left(x\right)=2\left(x-1\right)\left(x-3\right)^2\Leftrightarrow\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)-\left(ax^2+bx+e\right)=2\left(x-1\right)\left(x-3\right)^2$

$\Leftrightarrow ax^3+\left(b-a\right)x^2+\left(c-b\right)x+d-e=2\left(x^3-7x^2+15x-9\right)$

Đồng nhất hệ số ta có

$$\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b-a=-14\\c-b=30\\d-e=-18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-12\\c=18\\d=e-18\end{cases}$$

$\Rightarrow f\left(x\right)=2x^3-12x^2+18x+e-18; g\left(x\right)=2x^2-12x+e\Rightarrow f\left(2\right)-g\left(-1\right)=-28$

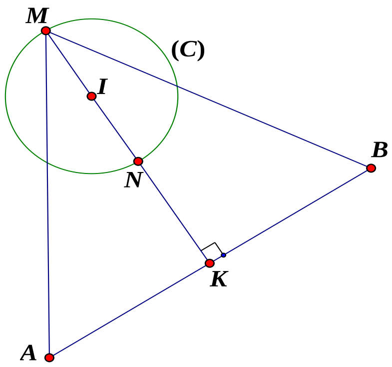
Vậy $f(2)-g(-1)=-28$.

Câu 50: Xét các số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left|z+2-3i\right|=2\sqrt{2}$. Tính $P=2a+b$ khi $\left|z+1+6i\right|+\left|z-7-2i\right|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=3$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=1$. **D.** $P=7$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $A(-1;-6), B(7;2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (8;8)$ và trung điểm của AB là $K(3;-2)$.

Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức z ta có: $(a+2)^2 + (b-3)^2 = 8$.

$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn (C) có tâm $I(-2;3)$, bán kính $R = \sqrt{8}$.

Ta thấy $\overrightarrow{IK} = (5;-5) \Rightarrow \overrightarrow{IK}.\overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow I$ nằm trên đường thẳng trung trực của AB.

Xét tam giác $MAB \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2MK^2 + \dfrac{AB^2}{2}$.

$\Rightarrow 2\left(MA^2 + MB^2\right) = 4MK^2 + AB^2 \geq (MA+MB)^2 \Rightarrow MA + MB \leq \sqrt{4MK^2 + AB^2}$.

Ta có $|z+1+6i| + |z-7-2i|$ là tổng khoảng cách từ điểm M trên đường tròn (C) tới hai điểm A và B.

Vậy $MA + MB$ lớn nhất khi: $\begin{cases} MA = MB \\ MK \max \end{cases}$. Điều này xảy ra khi M là giao điểm của IK với đường tròn (C) và M nằm ngoài đoạn IK.

Ta có phương trình của đường thẳng IK : $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của IK với đường tròn (C) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - t \\ (x+2)^2 + (y-3)^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow 2t^2 = 8 \Rightarrow t = \pm 2.$$

Vậy điểm M cần tìm ứng với $t = -2$ khi đó

$M(-4;5) \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow P = 2a + b = -8 + 5 = -3$

Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023-ĐỀ 3 MÔN TOÁN

Câu 1: Cho khối cầu (S) có thể tích bằng 36π (cm^3). Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. 36π (cm^2). **B.** 18π (cm^2). **C.** 64π (cm^2). **D.** 27π (cm^2).

Câu 2: Cho $\int_0^1 f(x)\,dx = -1$; $\int_0^3 f(x)\,dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x)\,dx$

A. 4. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 3: Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là:

A. C_7^3. **B.** A_7^3. **C.** $\dfrac{7!}{3!}$. **D.** 7.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng

(ABC), $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 4. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 6: Tính $z = \dfrac{3+2i}{1-i} + \dfrac{1-i}{3+2i}$?

A. $z = \dfrac{23}{26} + \dfrac{63}{26}i$. **B.** $z = \dfrac{15}{26} + \dfrac{55}{26}i$. **C.** $z = \dfrac{23}{26} + \dfrac{61}{26}i$. **D.** $z = \dfrac{2}{13} + \dfrac{6}{13}i$.

Câu 7: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ

A. $P(-2;1)$. **B.** $M(1;-2)$. **C.** $Q(1;2)$. **D.** $N(2;1)$.

Câu 8: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{k} - \vec{i}$. Tìm tọa độ điểm A.

A. $(-1;0;3)$. **B.** $(3;-1;0)$. **C.** $(3;0;-1)$. **D.** $(-1;3;0)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_4 = (3;-2;1)$. **B.** $\vec{n}_3 = (-2;1;3)$. **C.** $\vec{n}_1 = (3;1;-2)$. **D.** $\vec{n}_2 = (1;-2;1)$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) = 1$ là

A. $x = 5$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 4$.

Câu 11: Số điểm có tọa độ là các số nguyên thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+2}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 12: Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Khi đó.

A. $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{4} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}i$. **B.** $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. **C.** $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{\sqrt{3}}{4}i$. **D.** $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 13: Tính $I = \int 3^x \, dx$.

A. $I = \dfrac{3^x}{\ln 3} + C$. **B.** $I = 3^x + \ln 3 + C$. **C.** $I = 3^x + C$. **D.** $I = 3^x \ln 3 + C$.

Câu 14: Cho hàm số $y = \dfrac{2}{1-x}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây là *đúng*?

A. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -2$.

B. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $x = 1$.

C. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

D. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

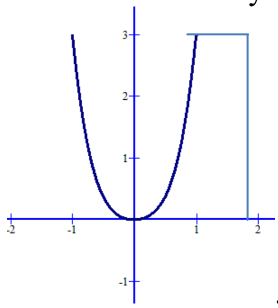
Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$. **B.** $M(1;1;3)$. **C.** $P(1;2;5)$. **D.** $N(1;5;2)$.

Câu 16: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log\left(x^2-6x+5\right)$.

A. $D=(1;5)$.
B. $D=(-\infty;1]\cup[5;+\infty)$.
C. $D=(-\infty;1)\cup(5;+\infty)$.
D. $D=[1;5]$.

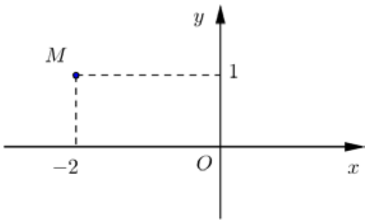
Câu 17: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



.

A. $y=x^2$. **B.** $y=2x^4+x^2$ **C.** $y=3x^4-x^2+1$. **D.** $y=-x^4+4x^2$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là



A. $-2-i$. **B.** $1-2i$. **C.** $-2+i$. **D.** $1+2i$.

Câu 19: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 32. **D.** 4.

Câu 20: Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2(x-1)=2$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$, $SA=a$, $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SB, tính góc giữa hai đường thẳng SA và CM.

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases}x=1-3t\\y=2+t\\z=3+2t\end{cases};t\in\mathbb{R}$. Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1;-2;1)$ và (P) vuông góc với đường thẳng (d) thì (P) có phương trình là:

A. $(P):-3x+y+2z-3=0$.
B. $(P):-3x+y+2z+3=0$.
C. $(P):x+2y+3z-2=0$.
D. $(P):x+2y+3z+2=0$.

Câu 23: Cho $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int\limits_0^2\left[f(x)-5g(x)+x\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 8. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 0.

Câu 24: Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=x-\sin x$..
B. $y=x^2+2x+1$.

C. $y=\ln(x+3)$.

D. $y=\dfrac{3x+2}{5x+7}$.

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -3.

Câu 26: Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 (1+f(x))dx$ bằng

A. 20. **B.** 26. **C.** 28. **D.** 22.

Câu 27: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(2x+1)$ là:

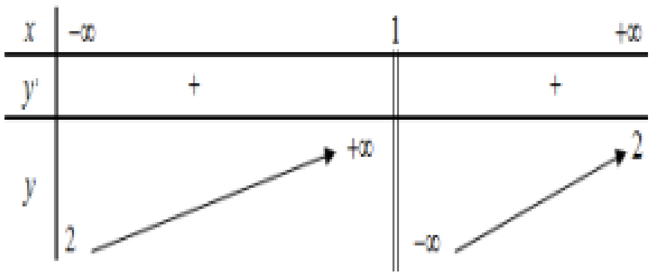
A. $F(x)=\cos(2x+1)$.

B. $F(x)=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)$.

C. $F(x)=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

D. $F(x)=\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 29: Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$.

B. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

D. $\log_a \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\log_a x}$.

Câu 30: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{16}{3}a^3$. **D.** $16a^3$.

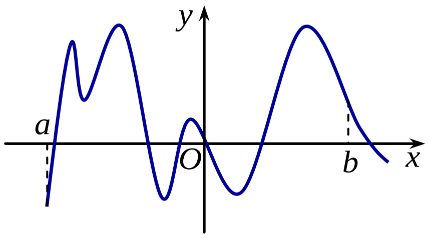
Câu 31: Đạo hàm của hàm số $y=10^x$ là

A. $10^x.\ln 10$. **B.** 10^x. **C.** $x.10^{x-1}$. **D.** $\dfrac{10^x}{\ln 10}$.

Câu 32: Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy bằng r có diện tích xung quanh S_{xq} cho bởi công thức

A. $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $S_{xq}=4\pi r^2$. **C.** $S_{xq}=2\pi r^2$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?



A. 7. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 34: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \dfrac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

A. $-\dfrac{11}{2}$. **B.** $-\dfrac{29}{5}$. **C.** -5. **D.** -9.

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(-2+2i)z = 10 + 6i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 3$. **B.** $P = -3$. **C.** $P = 5$. **D.** $P = -5$.

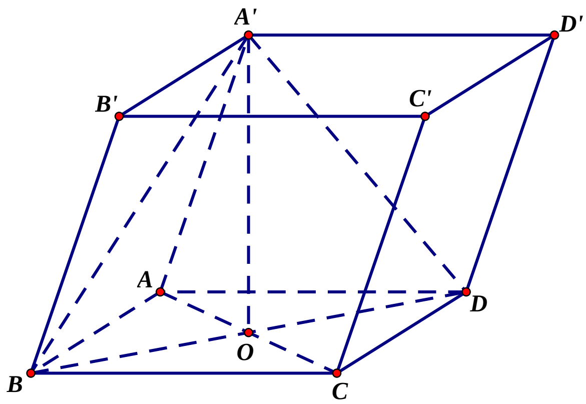
Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Câu 37: Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $3 < f(5) < 4$. **B.** $2 < f(5) < 3$. **C.** $1 < f(5) < 2$. **D.** $4 < f(5) < 5$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm AC và BD. Tính khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(A'BD)$.



A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

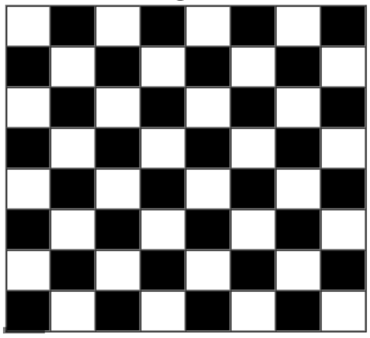
Câu 39: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng $45°$. Tính diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** $4\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 40: Cho $b, c \in \mathbb{R}$, và phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có một nghiệm là $z_1 = 2 - i$, nghiệm còn lại gọi là z_2. Tính số phức $w = bz_1 + cz_2$.

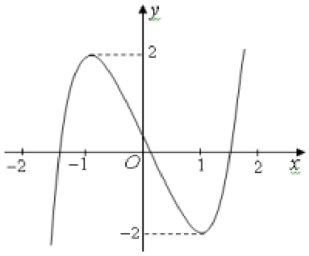
A. $w = 18 - i$. **B.** $w = 2 - 9i$. **C.** $w = 18 + i$. **D.** $w = 2 + 9i$.

Câu 41: Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,… Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị bằng



A. $\frac{17}{108}$. **B.** $\frac{29}{216}$. **C.** $\frac{5}{216}$. **D.** $\frac{51}{196}$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ $\left(a\ne 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?



A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(\alpha\right): y+2z=0$ và hai đường thẳng: $d_1:\begin{cases}x=1-t\\ y=t\\ z=4t\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=2-t'\\ y=4+2t'\\ z=4\end{cases}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ và cắt hai đường thẳng d_1; d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{-4}$. **B.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$.

C. $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x+1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$.

Câu 44: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-9}+\left(x^2-9\right).5^{x+1}<1$ là khoảng $\left(a;b\right)$. Tính $b-a$.

A. 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=a$, $AD=2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến $\left(SCD\right)$ bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối chóp theo a.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$. **D.** $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$.

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-1-i\right|=1$, số phức w thỏa mãn $\left|\overline{w}-2-3i\right|=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\left|z-w\right|$.

A. $\sqrt{13}+3$. **B.** $\sqrt{17}-3$. **C.** $\sqrt{17}+3$. **D.** $\sqrt{13}-3$.

Câu 47: Có bao nhiêu bộ $\left(x;y\right)$ với x,y nguyên và $1\le x,y\le 2023$ thỏa mãn

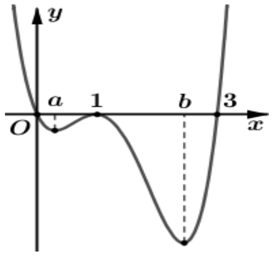
$\left(xy+2x+4y+8\right)\log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right)\le\left(2x+3y-xy-6\right)\log_2\left(\dfrac{2x+1}{x-3}\right)$?

A. 4040. **B.** 2. **C.** 2020. **D.** $2020x2023$.

Câu 48: Cho parabol $(P): y=x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB=2023$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d. Tìm giá trị lớn nhất S_{max} của S.

A. $S_{max}=\dfrac{2023^3}{3}$. **B.** $S_{max}=\dfrac{2023^3+1}{6}$. **C.** $S_{max}=\dfrac{2023^3-1}{6}$. **D.** $S_{max}=\dfrac{2023^3}{6}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Đồ thị của hàm số $g(x)=\left[f(x)\right]^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu. **B.** 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. **D.** 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$, (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (T). CD là một đường kính cố định của đường tròn (T), A là một điểm thay đổi trên (T) (A khác C và D). Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) cắt (S) tại B. Tính BC^2+AD^2.

A. 8. **B.** 32. **C.** 64. **D.** 16.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	A	C	A	B	D	A	C	A	A	A	A	C	D	C	B	A	A	D	A	A	B	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	D	A	A	A	C	C	D	C	A	B	B	D	D	D	B	C	C	B	A	D	A	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho khối cầu (S) có thể tích bằng 36π (cm^3). Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. $36\pi\ (cm^2)$.

B. $18\pi\ (cm^2)$.

C. $64\pi\ (cm^2)$.

D. $27\pi\ (cm^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối cầu bằng $36\pi \Rightarrow \dfrac{4}{3}\pi r^3=36\pi \Rightarrow r^3=27 \Rightarrow r=3$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là: $S=4\pi r^2=4\pi.3^2=36\pi\ (cm^2)$.

Câu 2: Cho $\int_0^1 f(x)\,dx=-1$; $\int_0^3 f(x)\,dx=5$. Tính $\int_1^3 f(x)\,dx$

A. 4.
B. 1.
C. 5.
D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^3 f(x)\,dx \Rightarrow \int_1^3 f(x)\,dx = \int_0^3 f(x)\,dx - \int_0^1 f(x)\,dx = 5+1=6$

Vậy $\int_1^3 f(x)\,dx = 6.$

Câu 3: Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là:

A. C_7^3.

B. A_7^3.

C. $\dfrac{7!}{3!}$.

D. 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đây là tổ hợp chập 3 của 7 phần tử. Vậy có C_7^3 tập hợp con.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

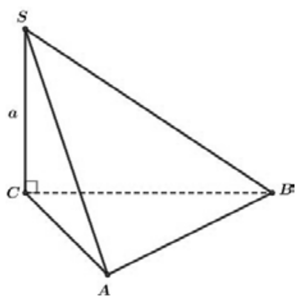
B. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f\left(x\right)$ bằng

A. 4.
B. -2.
C. -1.
D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra, hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và giá trị cực đại của hàm số là $y=4$.

Câu 6: Tính $z=\dfrac{3+2i}{1-i}+\dfrac{1-i}{3+2i}$?

A. $z=\dfrac{23}{26}+\dfrac{63}{26}i$.

B. $z=\dfrac{15}{26}+\dfrac{55}{26}i$.

C. $z=\dfrac{23}{26}+\dfrac{61}{26}i$.

D. $z=\dfrac{2}{13}+\dfrac{6}{13}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z=\dfrac{3+2i}{1-i}+\dfrac{1-i}{3+2i}=\dfrac{15}{26}+\dfrac{55}{26}i$.

Câu 7: Cho số phước $z=1-2i.$ Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ

A. $P\left(-2;1\right)$.

B. $M\left(1;-2\right)$.

C. $Q\left(1;2\right)$.

D. $N\left(2;1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$w=iz=i\left(1-2i\right)=2+i$.

Câu 8: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=3\vec{k}-\vec{i}$. Tìm tọa độ điểm A.

A. $\left(-1;0;3\right)$.

B. $\left(3;-1;0\right)$.

C. $\left(3;0;-1\right)$.

D. $\left(-1;3;0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tọa độ điểm $A(-1;0;3)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+y-2z+1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_4=(3;-2;1)$.

B. $\vec{n}_3=(-2;1;3)$.

C. $\vec{n}_1=(3;1;-2)$.

D. $\vec{n}_2=(1;-2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ phương trình mặt phẳng (P) ta có vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1=(3;1;-2)$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-3)=1$ là

A. $x=5.$.

B. $x=2.$.

C. $x=3.$.

D. $x=4.$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\log_2(x-3)=1 \Leftrightarrow x-3=2 \Leftrightarrow x=5$.

Câu 11: Số điểm có tọa độ là các số nguyên thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+2}$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y=\dfrac{x+3}{x+2}=\dfrac{x+2}{x+2}+\dfrac{1}{x+2}=1+\dfrac{1}{x+2}$.

Để y là số nguyên thì $x+2$ là ước của 1. Mà 1 có hai ước nguyên là ±1 vậy có 2 giá trị của x thỏa mãn, hay tồn tại hai điểm có tọa độ nguyên.

Câu 12: Cho số phức $z=1+\sqrt{3}i$. Khi đó.

A. $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$.

B. $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$.

D. $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$z=1+\sqrt{3}i \Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{1}{1+\sqrt{3}i}=\frac{1-\sqrt{3}i}{4}=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i.$.

Câu 13: Tính $I=\int 3^x\,\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

B. $I=3^x+\ln 3+C$.

C. $I=3^x+C$.

D. $I=3^x\ln 3+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\int a^x\,\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C$ nên $I=\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 14: Cho hàm số $y=\frac{2}{1-x}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây là *đúng*?

A. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.

B. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$.

C. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

D. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{1-x}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{1-x}=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của (C)..

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\ y=5+t\\ z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$.

B. $M(1;1;3)$.

C. $P(1;2;5)$.

D. $N(1;5;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm N vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$$\begin{cases}1=1-t\\ 5=5+t\\ 2=2+3t\end{cases} \Leftrightarrow t=0.$$

Câu 16: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log\left(x^2-6x+5\right)$.

A. $D=(1;5)$.

B. $D=(-\infty;1]\cup[5;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;1)\cup(5;+\infty)$.

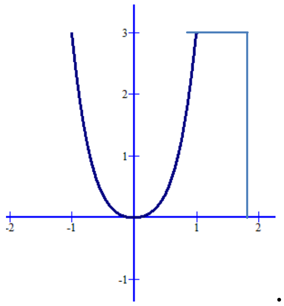
D. $D=[1;5]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Biểu thức $\log\left(x^2-6x+5\right)$ xác định $\Leftrightarrow x^2-6x+5>0 \Leftrightarrow x<1 \vee x>5$.

Câu 17: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?


.

A. $y=x^2$.

B. $y=2x^4+x^2$

C. $y=3x^4-x^2+1$.

D. $y=-x^4+4x^2$.

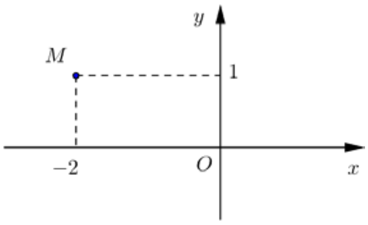
Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường cong trên đi qua điểm $(0;0)$ và $(1;3)$ và có bề lõm hướng lên nên $a>0$.

Vậy đồ thị của hàm số $y=2x^4+x^2$ thỏa yêu cầu.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là



A. $-2-i$.

B. $1-2i$.

C. $-2+i$.

D. $1+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $z=-2+i \Rightarrow \overline{z}=-2-i$.

Câu 19: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 5.

B. 2.

C. 32.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 a^3b^2=\log_2 32 \Leftrightarrow 3\log_2 a+2\log_2 b=5$.

Câu 20: Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2(x-1)=2$.

A. 0.

B. 3.
C. 2.
D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $x>1$.

Phương trình tương đương $\log_2\left[x(x-1)\right]=2 \Leftrightarrow x^2-x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1+\sqrt{17}}{2} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{17}}{2}(L)\end{array}\right.$.

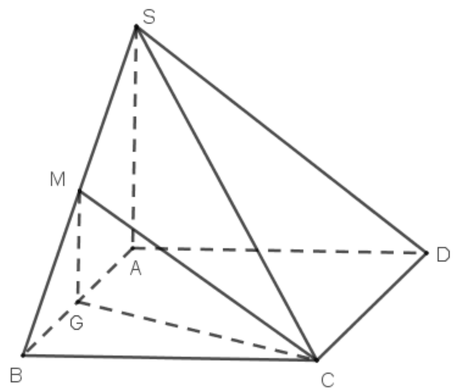
Vậy phương trình có đúng một nghiệm.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$, $SA=a$, $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SB, tính góc giữa hai đường thẳng SA và CM.

A. 60^0.
B. 90^0.
C. 30^0.
D. 45^0.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi G là trung điểm của AB khi đó ta có $MG \parallel SA,\ MG=\dfrac{a}{2}$ và $MG\perp(ABCD)$

Vậy $\widehat{(SA;CM)}=\widehat{(MG;CM)}=\widehat{CMG}$

Vì $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{ABC}=60^0$ nên ΔABC là tam giác đều cạnh a có $CG=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong tam giác vuông MGC có $\tan\widehat{CMG}=\dfrac{CG}{MG}=\dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow \widehat{CMG}=60^0$

Vậy góc giữa hai đường thẳng SA và CM bằng 60^0.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2+t \\ z=3+2t \end{cases};t\in\mathbb{R}$. Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1;-2;1)$ và (P) vuông góc với đường thẳng (d) thì (P) có phương trình là:

A. $(P): -3x+y+2z-3=0$.

B. $(P): -3x+y+2z+3=0$.

C. $(P): x+2y+3z-2=0$.

D. $(P): x+2y+3z+2=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-3;1;2)$.

Vì (P) vuông góc với đường thẳng (d) nên (P) nhận véc tơ chỉ phương của (d) là $\vec{u}=(-3;1;2)$ làm véc tơ pháp tuyến.

(P) đi qua $A(-1;-2;1)$, véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\vec{u}=(-3;1;2)$ nên (P) có phương trình là $(P): -3(x+1)+1(y+2)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow (P): -3x+y+2z-3=0$.

Câu 23: Cho $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3, \int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int\limits_0^2 \left[f(x)-5g(x)+x\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 8.
B. 10.
C. 12.
D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\int\limits_0^2 \left[f(x)-5g(x)+x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f(x)dx-5\int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 x\mathrm{d}x=3+5+2=10$.

Câu 24: Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=x-\sin x$..

B. $y=x^2+2x+1$.

C. $y=\ln(x+3)$.

D. $y=\dfrac{3x+2}{5x+7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn ATa có hàm số $y=x-\sin x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $y'=1-\cos x\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3.
B. 5.
C. 4.
D. -3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì (u_n) là cấp số cộng nên $u_2=u_1+d \Leftrightarrow d=u_2-u_1=4-1=3$.

Câu 26: Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^3 (1+f(x))\mathrm{d}x$ bằng

A. 20.

B. 26.
C. 28.
D. 22.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\int_1^3 [1+f(x)]dx = [x+F(x)]\Big|_1^3 = \left[x+x^3\right]\Big|_1^3 = 30-2=28$.

Câu 27: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(2x+1)$ là:

A. $F(x)=\cos(2x+1)$.

B. $F(x)=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)$.

C. $F(x)=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

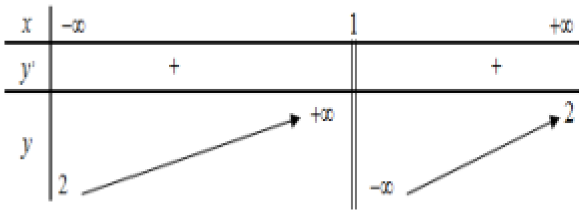
D. $F(x)=\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\int \sin(2x+1)dx=\dfrac{1}{2}\int \sin(2x+1)d(2x+1)=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 29: Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$.

B. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

D. $\log_a \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\log_a x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$. Ta có: $\log_a \frac{1}{x}=\log_a x^{-1}\neq \frac{1}{\log_a x}$.

Câu 30: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$.

B. $\frac{4}{3}a^3$.

C. $\frac{16}{3}a^3$.

D. $16a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$V=S_{day}.h=a^2.4a=4a^3$.

Câu 31: Đạo hàm của hàm số $y=10^x$ là

A. $10^x.\ln 10$.

B. 10^x.

C. $x.10^{x-1}$.

D. $\frac{10^x}{\ln 10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\left(10^x\right)'=\ln 10.10^x$.

Câu 32: Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy bằng r có diện tích xung quanh S_{xq} cho bởi công thức

A. $S_{xq}=2\pi rl$.

B. $S_{xq}=4\pi r^2$.

C. $S_{xq}=2\pi r^2$.

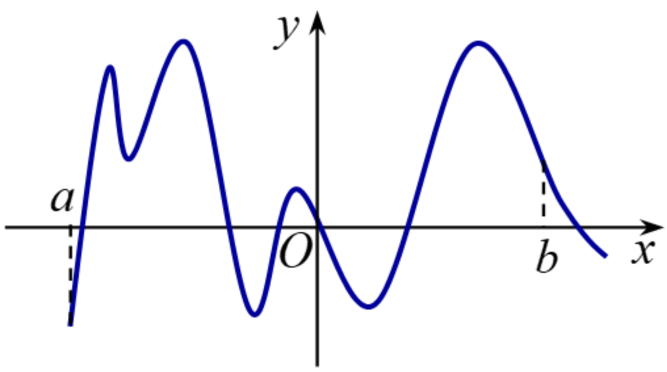
D. $S_{xq}=\pi rl$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu hỏi lý thuyết.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?



A. 7.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$.

Câu 34: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \dfrac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

A. $-\dfrac{11}{2}$.

B. $-\dfrac{29}{5}$.

C. -5.

D. -9.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = 1 - \dfrac{9}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \dfrac{9}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 - 9 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \notin [-4;-1] \\ x = -2 \in [-4;-1] \end{array}\right.$.

$y(-4) = \dfrac{-29}{5}$; $y(-2) = -5$; $y(-1) = -\dfrac{11}{2}$.

Vậy $\max\limits_{[-4;-1]} y = y(-2) = -5$.

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ $(a,\, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(-2+2i)z = 10 + 6i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 3$.

B. $P = -3$.

C. $P = 5$.

D. $P = -5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $(-2+2i)z = 10 + 6i \Leftrightarrow z = \dfrac{10+6i}{-2+2i} \Leftrightarrow z = -1 - 4i$

Do đó: $a = -1$; $b = -4$ nên $P = a + b = -5$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u} = (1; -2; 2)$.

Gọi $M(0; m; 0) \in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM} = (-2; m-1; -3)$

Do $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2 - 2(m-1) - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM} = (-2; -4; -3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 37: Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $3 < f(5) < 4$.

B. $2 < f(5) < 3$.

C. $1 < f(5) < 2$.

D. $4 < f(5) < 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1:

Với điều kiện bài toán ta có

$$f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{\mathrm{d}(f'(x))}{f(x)} = \frac{1}{3}\int (3x+1)^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}(3x+1) \Leftrightarrow \ln f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{3x+1} + C \Leftrightarrow f(x) = \mathrm{e}^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}+C}.$$

Khi đó $f(1) = 1 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{\frac{4}{3}+C} = 1 \Leftrightarrow C = -\dfrac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \mathrm{e}^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}-\frac{4}{3}} \Rightarrow f(5) = \mathrm{e}^{\frac{4}{3}} \approx 3,79 \in (3; 4)$.

Vậy $3 < f(5) < 4$.

Chú ý**:** Các bạn có thể tính $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{3x+1}}$ bằng cách đặt $t = \sqrt{3x+1}$.

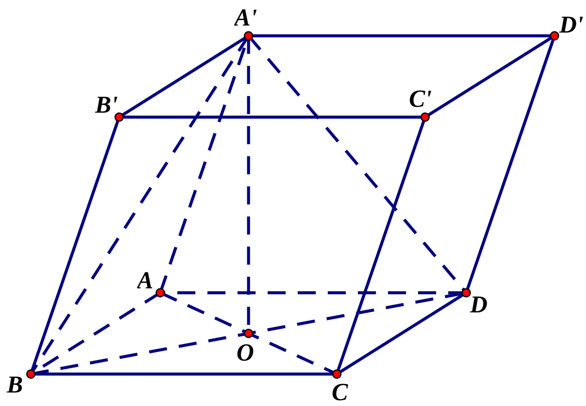
Cách 2:

Với điều kiện bài toán ta có

$$f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \int_1^5 \frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x = \int_1^5 \frac{1}{\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_1^5 \frac{\mathrm{d}(f(x))}{f(x)} = \frac{4}{3}$$

$\Leftrightarrow \ln f\left(x\right)\Big|_1^5 = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow \ln\dfrac{f\left(5\right)}{f\left(1\right)} = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow f\left(5\right) = f\left(1\right).\mathrm{e}^{\frac{4}{3}} \approx 3,79 \in \left(3;4\right)$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ trùng với giao điểm AC và BD. Tính khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $\left(A'BD\right)$.



A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

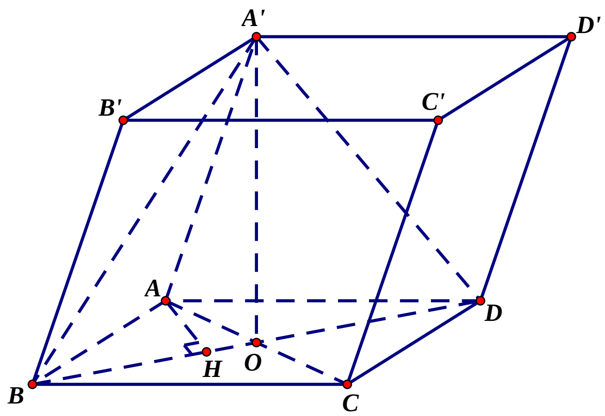
B. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $d\left(B',\left(A'BD\right)\right) = d\left(A,\left(A'BD\right)\right)$. Gọi H là hình chiếu của A lên BD.

Ta có: $AH \perp \left(A'BD\right) \Rightarrow d\left(A,\left(A'BD\right)\right) = AH$.

Mà: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{3a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $d\left(B,\left(A'BD\right)\right) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

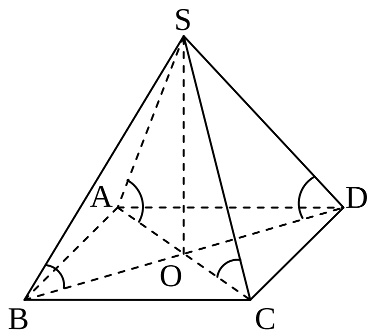
Câu 39: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng $45°$. Tính diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

B. $2\sqrt{2}\pi a^2$.
C. $4\sqrt{2}\pi a^2$.
D. $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$ và trong ΔSOA vuông tại O có $\angle SAO = 45^\circ, \mathrm{OA} = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{(2a)\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$. Suy ra $SA = \dfrac{OA}{\cos 45^\circ} = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ là $S_{xq} = \pi \mathrm{rl} = \pi.OA.SA = \pi.a\sqrt{2}.2a = 2\sqrt{2}\pi a^2$..

Câu 40: Cho $b, c \in \mathbb{R}$, và phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có một nghiệm là $z_1 = 2 - i$, nghiệm còn lại gọi là z_2. Tính số phức $w = bz_1 + cz_2$.

A. $w = 18 - i$.
B. $w = 2 - 9i$.
C. $w = 18 + i$.
D. $w = 2 + 9i$.

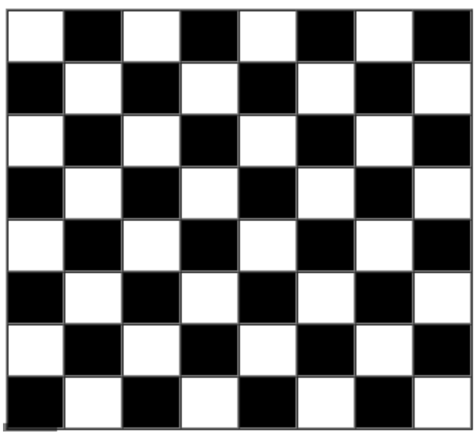
Hướng dẫn giải

Chọn D

$z_1 = 2 - i$ là nghiệm $\Rightarrow (2-i)^2 + b(2-i) + c = 0 \Leftrightarrow 3 - 4i + 2b + c - bi = 0$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b + c + 3 = 0 \\ b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow z_2 = 2 + i$. Vậy $w = -4(2-i) + 5(2+i) = 2 + 9i$.

Câu 41: Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,… Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị bằng



A. $\dfrac{17}{108}$.

B. $\frac{29}{216}$

C. $\frac{5}{216}$.

D. $\frac{51}{196}$.

Hướng dẫn giải

Bàn cờ 8×8 cần 9 đoạn thẳng nằm ngang và 9 đoạn thẳng dọc. Ta coi bàn cờ vua được xác định bởi các đường thẳng $x=0, x=1, ..., x=8$ và $y=0, y=1, ..., y=8$.

Mỗi hình chữ nhật được tạo thành từ hai đường thẳng x và hai đường thẳng y nên có $C_8^2.C_8^2$ hình chữ nhật hay không gian mẫu là $n(\Omega)=C_9^2.C_9^2=1296$.

Gọi A là biến cố hình được chọn là hình vuông có cạnh a lớn hơn 4.

Trường hợp 1: $a=5$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 5 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 5 đơn vị có $4.4=16$ cách chọn.

Trường hợp 2: $a=6$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 6 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 6 đơn vị có $3.3=9$ cách chọn.

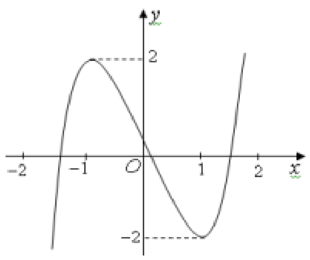
Trường hợp 3: $a=7$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 7 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 7 đơn vị có $2.2=4$ cách chọn.

Trường hợp 3: $a=8$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 8 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 8 đơn vị có $1.1=1$ cách chọn.

Suy ra $n(A)=16+9+4+1=30$.

Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{30}{1296}=\frac{5}{216}$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x))=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?



A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=f(x)$, phương trình $f(f(x))=0$ trở thành $f(t)=0$ $(*)$ (số nghiệm phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $f(x)$ với trục Ox). Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình $(*)$ có 3 nghiệm t thuộc khoảng $(-2;2)$, với mỗi giá trị t như vậy phương trình $f(x)=t$ có 3 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $f(f(x))=0$ có 9 nghiệm.

Lưu ý: khi t có 3 giá trị thuộc $(-2;2)$ thì nghiệm phương trình $f(x)=t$ là giao điểm của đồ thị $f(x)$ và đường thẳng $y=t,\ t\in(-2;2)$ (là hàm hằng song song trục Ox).

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y+2z=0$ và hai đường thẳng: $d_1:\begin{cases}x=1-t\\ y=t\\ z=4t\end{cases}$;

$d_2:\begin{cases}x=2-t'\\ y=4+2t'\\ z=4\end{cases}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) và cắt hai đường thẳng d_1; d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y}{8}=\dfrac{z}{-4}$.

B. $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y}{-8}=\dfrac{z}{4}$.

C. $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y}{8}=\dfrac{z}{4}$.

D. $\dfrac{x+1}{7}=\dfrac{y}{-8}=\dfrac{z}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $A=d_1\cap\Delta$ suy ra $A(1-t;t;4t)$ và $B=d_2\cap\Delta$ suy ra $B(2-t';4+2t';4)$.

Mặt khác $A\in(\alpha)$; $B\in(\alpha)$ nên ta có $\begin{cases}t+2.4t=0\\ 4+2t'+2.4=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\ t'=-6\end{cases}$

Do đó $A(1;0;0)$ và $B(8;-8;4)$.

Đường thẳng Δ đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}=(7;-8;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y}{-8}=\dfrac{z}{4}$.

Câu 44: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-9}+(x^2-9).5^{x+1}<1$ là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

A. 4..

B. 8..

C. 6..

D. 3..

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với $x^2-9\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le -3\\ x\ge 3\end{array}\right.$, ta có $\begin{cases}3^{x^2-9}\ge 3^0=1\\ (x^2-9).5^{x+1}\ge 0\end{cases}$ nên $3^{x^2-9}+(x^2-9).5^{x+1}\ge 1$

$\Rightarrow$ không thỏa mãn bất phương trình đã cho, do đó bất phương trình vô nghiệm.

Với $x^2-9<0\Leftrightarrow -3<x<3$, ta có $\begin{cases}3^{x^2-9}<3^0=1\\ (x^2-9).5^{x+1}<0\end{cases}$ nên $3^{x^2-9}+(x^2-9).5^{x+1}<1$

$\Rightarrow$ Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=(-3;3)$.

Khi đó, $a=-3;b=3$ nên $b-a=6$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=a$, $AD=2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối chóp theo a.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$.

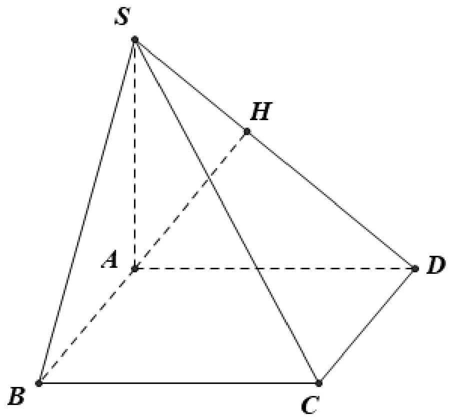
B. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$.

C. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$.

D. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng SD. Ta có

$\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow AH = d\left(A,(SCD)\right)$. Suy ra $AH = \frac{a}{2}$.

ΔSAD vuông tại A có đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{15}{4a^2} \Rightarrow SA = \frac{2a\sqrt{15}}{15}.$$

Vậy $V = \frac{1}{3}AB.AD.SA = \frac{1}{3}a.2a.\frac{2a\sqrt{15}}{15} = \frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$.

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=1$, số phức w thỏa mãn $|\overline{w}-2-3i|=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$.

A. $\sqrt{13}+3$.

B. $\sqrt{17}-3$.

C. $\sqrt{17}+3$.

D. $\sqrt{13}-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $M(x;y)$ biểu diễn số phức $z=x+iy$ thì M thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1;1)$, bán kính $R_1=1$.

$N(x';y')$ biểu diễn số phức $w=x'+iy'$ thì N thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;-3)$, bán kính $R_2=2$.

Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ chính là giá trị nhỏ nhất của đoạn MN.

Ta có $\overrightarrow{I_1I_2}=(1;-4)\Rightarrow I_1I_2=\sqrt{17}>R_1+R_2\Rightarrow(C_1)$ và (C_2) ở ngoài nhau.

$\Rightarrow MN_{\min}=I_1I_2-R_1-R_2=\sqrt{17}-3$.

Câu 47: Có bao nhiêu bộ $(x;y)$ với x,y nguyên và $1\le x,y\le 2023$ thỏa mãn $(xy+2x+4y+8)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)\le(2x+3y-xy-6)\log_2\left(\frac{2x+1}{x-3}\right)$?

A. 4040.
B. 2.
C. 2020.
D. $2020\text{x}2023$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+ Điều kiện

$$\begin{cases}x,y\in\mathbb{N}^*:x,y\le 2023\\ \frac{2x+1}{x-3}>0,\frac{2y}{y+2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x,y\in\mathbb{N}^*:x,y\le 2023\\ x>3,y>0\end{cases}$$

BPT cho có dạng $(x-3)(y-2)\log_2\left(\frac{x+4}{x-3}+1\right)+(x+4)(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)\le 0$.

+ Xét $y=1$ thì thành $-(x-3)\log_2\left(\frac{x+4}{x-3}+1\right)+3(x+4)\log_3\frac{2}{3}\le 0$, rõ ràng BPT này nghiệm đúng với mọi $x>3$ vì $-(x-3)<0,\ \log_2\left(\frac{x+4}{x-3}+1\right)>\log_2(0+1)=0,\ 3(x+4)>0,\ \log_3\frac{2}{3}<0$.

Như vậy trường hợp này cho ta đúng 2020 bộ $(x;y)=(x;1)$ với $4\le x\le 2023, x\in\mathbb{N}$.

+ Xét $y=2$ thì thành $4(x+4)\log_3 1\le 0$, BPT này cũng luôn đúng với mọi x mà $4\le x\le 2023, x\in\mathbb{N}$.

Trường hợp này cho ta 2020 cặp $(x;y)$ nữa.

+ Với $y>2,x>3$ thì $VT(*)>0$ nên không xảy ra.

Vậy có đúng 4040 bộ số $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho parabol $(P):y=x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB=2023$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d. Tìm giá trị lớn nhất S_{max} của S.

A. $S_{max}=\frac{2023^3}{3}$.

B. $S_{max}=\frac{2023^3+1}{6}$.

C. $S_{max}=\frac{2023^3-1}{6}$.

D. $S_{max}=\frac{2023^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử $A(a;a^2)$; $B(b;b^2)(b>a)$ sao cho $AB=2023$.

Phương trình đường thẳng d là: $y=(a+b)x-ab$. Khi đó

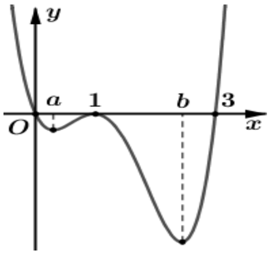
$$S=\int_a^b\left|(a+b)x-ab-x^2\right|dx=\int_a^b\left((a+b)x-ab-x^2\right)dx=\frac{1}{6}(b-a)^3.$$

Vì $AB=2023\Leftrightarrow (b-a)^2+(b^2-a^2)^2=2023^2\Leftrightarrow (b-a)^2(1+(b+a)^2)=2023^2$

$$\Rightarrow (b-a)^2\le 2023^2\Rightarrow |b-a|=b-a\le 2023\Rightarrow S\le\frac{2023^3}{6}.$$

Vậy $S_{max}=\dfrac{2023^3}{6}$ khi $a=-\dfrac{2023}{2}$ và $a=\dfrac{2023}{2}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Đồ thị của hàm số $g(x)=[f(x)]^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
B. 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
D. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có

$$f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\ \text{(nghiem kep)}\\x=3\end{array}\right.\ \text{và}\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\ (0<a<1)\\x=1\\x=b\ (1<b<3)\end{array}\right.$$

Ta có $g'(x)=2f'(x).f(x)$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\ (0<a<1)\\x=1\\x=b\ (1<b<3)\\x=0\\x=1\ \text{(nghiem boi 2)}\\x=3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		a		1		b		3		$+\infty$
f'		$-$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	||	$+$	
f		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận $g(x)$ có 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

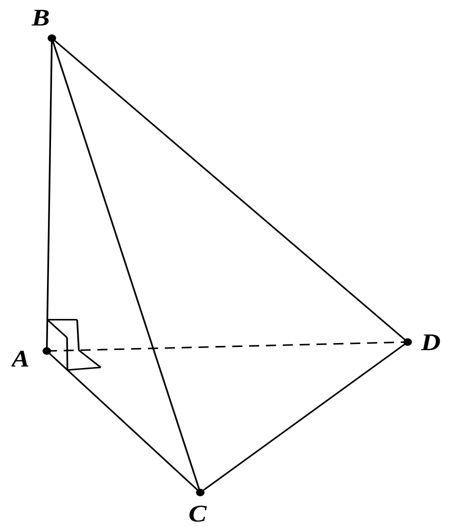
Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$, (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (T). CD là một đường kính cố định của đường tròn (T), A là một điểm thay đổi trên (T) (A khác C và D). Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) cắt (S) tại B. Tính BC^2+AD^2.

A. 8.
B. 32.
C. 64.
D. 16.

Hướng dẫn giải

Chọn D



(S) có tâm $I(1;-1;1)$ và bán kính $R=4$. Ta có $d(I;(P))=\frac{|1-1+1+2|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ nên (P) cắt (S) theo đường tròn (T) có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2(I;(P))}=\sqrt{13}$.

Giả thiết có $AB=2\sqrt{3}$ nên $BC^2+AD^2=BA^2+AC^2+AD^2=BA^2+CD^2=12+52=64$.

Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023-ĐỀ 4 MÔN TOÁN

Câu 1: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x=2; y=\frac{1}{2}$. **B.** $x=1; y=2$. **C.** $x=2; y=1$. **D.** $x=2; y=-1$.

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2}=\frac{z-2}{-5}=\frac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $Q(2;5;1)$. **B.** $M(4;2;1)$. **C.** $N(4;2;-1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Câu 3: Cho tập hợp $A=\{2;3;4;5;6;7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số thuộc A?

A. 180. **B.** 256. **C.** 216. **D.** 120.

Câu 4: Cho hai số phức $z_1=1+2i$, $z_2=2-3i$. Xác định phần thực, phần ảo của số phức $z=z_1+z_2$.

A. Phần thực bằng 3; phần ảo bằng -5.
B. Phần thực bằng 3; phần ảo bằng -1.
C. Phần thực bằng 5; phần ảo bằng 5.

D. Phần thực bằng 3; phần ảo bằng 1.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-2;1)$, $B(1;-1;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-3;3;-4)$. **B.** $(1;-1;-2)$. **C.** $(3;-3;4)$. **D.** $(-1;1;2)$.

Câu 6: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1)=2$.

A. $S=\{6\}$. **B.** $S=\{10\}$. **C.** $S=\{7\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Câu 7: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8: Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=3+i$. Số phức bằng z_1-z_2?

A. $-2-4i$. **B.** $2+4i$. **C.** $2-4i$. **D.** $-2+4i$.

Câu 9: Cho a là số thực dương bất kỳ khác 1. Tính $S=\log_a\left(a^3.\sqrt[4]{a}\right)$.

A. $S=\dfrac{3}{4}$. **B.** $S=7$. **C.** $S=12$. **D.** $S=\dfrac{13}{4}$.

Câu 10: Trong các hàm số sau, hàm số nào có cùng tập xác định với hàm số $y=x^{\frac{1}{5}}$

A. $y=\sqrt{x}$. **B.** $y=\sqrt[3]{x}$. **C.** $y=\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}$. **D.** $y=x^{\pi}$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1=2+5i$, $z_2=3-4i$. Tìm số phức $z=z_1.z_2$

A. $z=6+20i$. **B.** $z=6-20i$. **C.** $z=26+7i$. **D.** $z=26-7i$.

Câu 12: Số phức $z=3i-2$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng phức là:

A. $(3;-2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-2;3)$.

Câu 13: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(1-x)<0$?

A. $-1<x<0$. **B.** $x>0$. **C.** $x=0$. **D.** $x<0$.

Câu 14: Cho $\int_a^b f'(x)\,\mathrm{d}x=7$ và $f(b)=5$. Khi đó $f(a)$ bằng

A. 12. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 15: Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+2$ bằng

A. 4. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x-y+z-1=0$. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc (P).

A. $B(1;-2;4)$. **B.** $C(1;2;-4)$. **C.** $A(1;-2;-4)$. **D.** $D(-1;-2;-4)$.

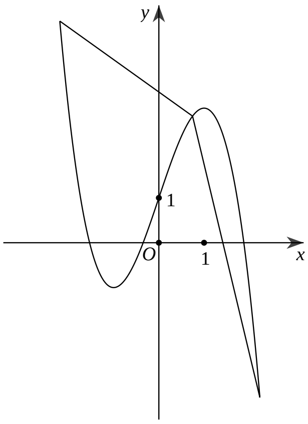
Câu 17: Số điểm có toạ độ nguyên trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 18: Gọi R, S, V lần lượt là bán kính, diện tích và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $3V=S.R$. **B.** $S=\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 19: Đường cong bên dưới là đồ thị hàm số nêu dưới đây.



A. $y=x^3+3x^2-3x+1$.

B. $y=-x^3-2x^2+x-2$.

C. $y=-x^3+3x+1$.

D. $y=x^3+3x^2+3x+1$.

Câu 20: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x+\dfrac{1}{x^2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}-\dfrac{1}{x}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+\dfrac{1}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x-\dfrac{1}{x}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x+\dfrac{1}{x}+C$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;0;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. Viết phương trình mp$(P)$ đi qua điểm M và vuông góc với Δ.

A. $4x+3y+z+2=0$.

B. $3x+y-2z-13=0$.

C. $3x+y-2z-4=0$.

D. $4x+3y+z+7=0$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-4$.

Câu 23: Xác định x để 3 số $x-1;\ 3;\ x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

A. $x=\sqrt{5}$..

B. $x=3$..

C. $x=\sqrt{10}$..

D. $x=2\sqrt{2}$..

Câu 24: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}\log_2 a$.

B. $\dfrac{1}{2}+\log_2 a$.

C. $2+\log_2 a$.

D. $2\log_2 a$.

Câu 25: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3[1+f(x)]dx$ bằng

A. $\dfrac{32}{3}$.

B. 10.

C. 8.

D. $\dfrac{26}{3}$.

Câu 26: Tìm nguyên hàm của hàm số $y=2^x$?

A. $\int 2^x\mathrm{d}x=\ln 2.2^x+C$.

B. $\int 2^x\mathrm{d}x=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

C. $\int 2^x \mathrm{d}x = \dfrac{2^x}{x+1} + C$. **D.** $\int 2^x \mathrm{d}x = 2^x + C$.

Câu 27: Biết $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 4$. Giá trị của $\int\limits_1^5 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** 7. **C.** 64. **D.** 12.

Câu 28: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \overline{z}$

A. $w = 3 + 7i$. **B.** $w = -7 - 7i$. **C.** $w = 7 - 3i$. **D.** $w = -3 - 3i$.

Câu 29: Trong các hàm số được liệt kê dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = -3x + 4$. **B.** $y = \dfrac{3x-4}{2x-1}$. **C.** $y = \sin 3x + 4x$. **D.** $y = 3x^2 + 4x - 7$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \dfrac{16}{x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. 17. **B.** -8. **C.** $\dfrac{41}{5}$. **D.** 8.

Câu 31: Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy bằng r có diện tích xung quanh S_{xq} cho bởi công thức

A. $S_{xq} = 4\pi r^2$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi rl$. **D.** $S_{xq} = 2\pi r^2$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$ ↗		$+\infty$ || $-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

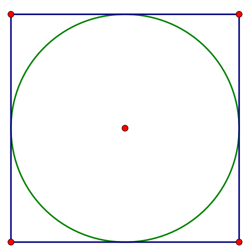
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 33: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x^2+1)$ là:

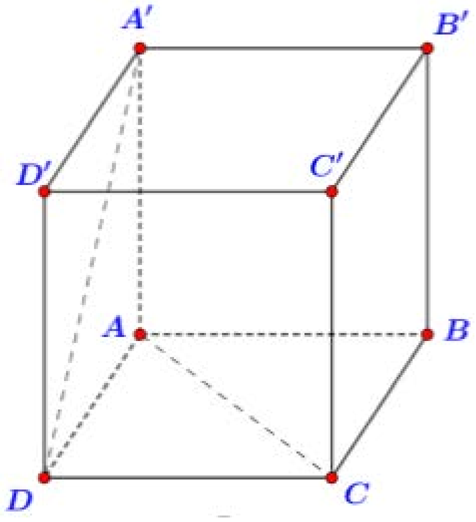
A. $y' = \dfrac{\ln 2}{x^2+1}$. **B.** $y' = \dfrac{2x}{x^2+1}$. **C.** $y' = \dfrac{2x\ln 2}{x^2+1}$. **D.** $y' = \dfrac{2x}{(x^2+1)\ln 2}$.

Câu 34: Một quả bóng có bán kính $10(cm)$ được đặt khít vào một hộp cứng dạng hình hộp. Tính thể tích khối hộp đó.


.

A. $4000\left(cm^3\right)$. **B.** $4000\left(cm^3\right)$. **C.** $800\left(cm^3\right)$. **D.** $8000\left(cm^3\right)$.

Câu 35: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng:



A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối chóp theo a.

A. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[0;2023]$ thỏa mãn bất phương trình sau $16^x + 25^x + 36^x \le 20^x + 24^x + 30^x$.

A. 2023. **B.** 3. **C.** 2024. **D.** 1.

Câu 38: Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là chẵn.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{7}{8}$.

Câu 39: Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[-2;9]$, biết $f(-1) = f(2) = f(9) = 3$ và $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-2		0		6		9
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	$\nearrow$	6	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3

Tìm m để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-2;9]$.

A. $m \in (-2;9] \setminus \{6\}$.. **B.** $m \in [-2;9] \setminus \{-2;6\}$..

C. $m \in (-2;9] \setminus \left((-1;2) \cup \{6\}\right)$.. **D.** $m \in [-2;9] \setminus \left((-1;2) \cup \{6\}\right)$..

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = -1$ và $f'(x) = x\left(6 + 12x + e^{-x}\right), \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $3e^{-1}$. **B.** $-3e^{-1}$. **C.** $3e$. **D.** $4 - 3e^{-1}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC tạo với mặt đáy các góc bằng nhau và bằng $60°$. Biết $BC = a$, $\widehat{BAC} = 45°$. Tính khoảng cách h từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC).

A. $h=\dfrac{a}{\sqrt{6}}$. **B.** $h=a\sqrt{6}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

A. $d':\dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $d':\dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 43: Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a. A, B là hai điểm bất kỳ trên (O). Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3}{96}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{96}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d và song song với mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 45: Cho a là số thực, phương trình $z^2+(a-2)z+2a-3=0$ có 2 nghiệm z_1, z_2. Gọi M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết tam giác OMN có một góc bằng $120°$, tính tổng các giá trị của a.

A. -6. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 6.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có không quá 242 số nguyên y thoả mãn: $\log_4(x^2+y)\ge\log_3(x+y)$?

A. 55. **B.** 56. **C.** 57. **D.** 58.

Câu 47: Đường nào dưới đây là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức thỏa mãn điều kiện $|z-i|=|z+i|$?

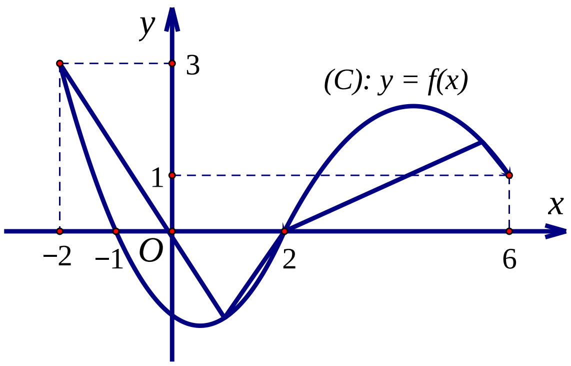
A. Một đường elip. **B.** Một đường tròn.

C. Một đường thẳng. **D.** Một đoạn thẳng.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$, (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (T). CD là một đường kính cố định của đường tròn (T), A là một điểm thay đổi trên (T) (A khác C và D). Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) cắt (S) tại B. Tính BC^2+AD^2.

A. 8. **B.** 64. **C.** 32. **D.** 16.

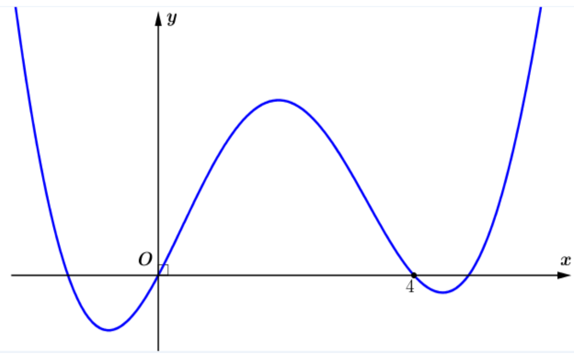
Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $f(6)<f(2)<f(-2)<f(-1)$. **B.** $f(-2)<f(-1)<f(2)<f(6)$.

C. $f(2)<f(-2)<f(-1)<f(6)$. **D.** $f(-2)<f(2)<f(-1)<f(6)$.

Câu 50: Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^3+3x^2)$ là



A. 4. **B.** 11. **C.** 7. **D.** 6.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	D	B	D	B	D	A	D	D	C	D	D	B	A	C	D	B	C	A	A	A	C	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	D	C	D	B	B	D	D	A	A	D	D	C	A	C	C	D	A	D	B	C	D	C	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x=2; y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=1; y=2$. **C.** $x=2; y=1$. **D.** $x=2; y=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: + $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty; \lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng là $x=2$.

+ $\lim\limits_{x\to \pm\infty} y=1 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{z-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $Q(2;5;1)$. **B.** $M(4;2;1)$. **C.** $N(4;2;-1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thế điểm $N(4;2;-1)$ vào d ta thấy thỏa mãn nên **chọn A.**

Câu 3: Cho tập hợp $A=\{2;3;4;5;6;7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số thuộc A?

A. 180. **B.** 256. **C.** 216. **D.** 120.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ các chữ số của A bằng số chỉnh hợp chập ba của 6. Vậy có $A_6^3 = 120$.

Câu 4: Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$, $z_2 = 2-3i$. Xác định phần thực, phần ảo của số phức $z = z_1 + z_2$.

A. Phần thực bằng 3; phần ảo bằng -5.

B. Phần thực bằng 3; phần ảo bằng -1.

C. Phần thực bằng 5; phần ảo bằng 5.

D. Phần thực bằng 3; phần ảo bằng 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z = z_1 + z_2 = 1+2i+2-3i = 3-i$.

Vậy số phức z có phần thực bằng 3, phần ảo bằng -1.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-2;1)$, $B(1;-1;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-3;3;-4)$. **B.** $(1;-1;-2)$. **C.** $(3;-3;4)$. **D.** $(-1;1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB} = (-1;1;2)$.

Câu 6: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

A. $S = \{6\}$. **B.** $S = \{10\}$. **C.** $S = \{7\}$. **D.** $S = \varnothing$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 10$.

Câu 7: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3}.3.2 = 2$.

Câu 8: Cho hai số phức $z_1 = 1-3i$ và $z_2 = 3+i$. Số phức bằng $z_1 - z_2$?

A. $-2-4i$. **B.** $2+4i$. **C.** $2-4i$. **D.** $-2+4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $z_1 - z_2 = (1-3i)-(3+i) = 1-3i-3-i = -2-4i$.

Câu 9: Cho a là số thực dương bất kỳ khác 1. Tính $S = \log_a\left(a^3.\sqrt[4]{a}\right)$.

A. $S = \dfrac{3}{4}$. **B.** $S = 7$. **C.** $S = 12$. **D.** $S = \dfrac{13}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$S=\log_a\left(a^3.\sqrt[4]{a}\right)=\log_a\left(a^3.a^{\frac{1}{4}}\right)=\log_a a^{\frac{13}{4}}=\frac{13}{4}$.

Câu 10: Trong các hàm số sau, hàm số nào có cùng tập xác định với hàm số $y=x^{\frac{1}{5}}$

A. $y=\sqrt{x}$. **B.** $y=\sqrt[3]{x}$. **C.** $y=\frac{1}{\sqrt[5]{x}}$. **D.** $y=x^{\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định của $y=x^{\frac{1}{5}}$ là $D=(0;+\infty)$, $y=\frac{1}{\sqrt[5]{x}}$ có $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$, $y=\sqrt{x}$ có $D=[0;+\infty)$, $y=\sqrt[3]{x}$ có $D=\mathbb{R}$, $y=x^{\pi}$ có $D=(0;+\infty)$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1=2+5i$, $z_2=3-4i$. Tìm số phức $z=z_1.z_2$

A. $z=6+20i$. **B.** $z=6-20i$. **C.** $z=26+7i$. **D.** $z=26-7i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $z=z_1.z_2=26+7i$.

Câu 12: Số phức $z=3i-2$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng phức là:

A. $(3;-2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$z=3i-2=-2+3i$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng phức là $(-2;3)$.

Câu 13: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(1-x)<0$?

A. $-1<x<0$. **B.** $x>0$. **C.** $x=0$. **D.** $x<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\log_{\frac{1}{2}}(1-x)<0 \Leftrightarrow \begin{cases}1-x>0\\1-x>1\end{cases} \Leftrightarrow x<0$.

Câu 14: Cho $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=7$ và $f(b)=5$. Khi đó $f(a)$ bằng

A. 12. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=7 \Leftrightarrow f(b)-f(a)=7 \Leftrightarrow f(a)=f(b)-7=-2$.

Câu 15: Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+2$ bằng

A. 4. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=3x^2-3 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực đại của hàm số bằng 4.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x-y+z-1=0$. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc (P).

A. $B(1;-2;4)$. **B.** $C(1;2;-4)$. **C.** $A(1;-2;-4)$. **D.** $D(-1;-2;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng ta thấy điểm A thỏa.

Câu 17: Số điểm có toạ độ nguyên trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y=2+\dfrac{6}{x-1}$, $y\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x-1$ là ước nguyên của 6.

$x-1\in\{\pm1;\ \pm2;\ \pm3;\pm6\}$, $x\in\{-5;\ -2;\ -1;\ 0;\ 2;\ 3;\ 4;\ 7\}$.

Vậy có 8 điểm có toạ độ nguyên trên đồ thị.

Câu 18: Gọi $R,\ S,\ V$ lần lượt là bán kính, diện tích và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

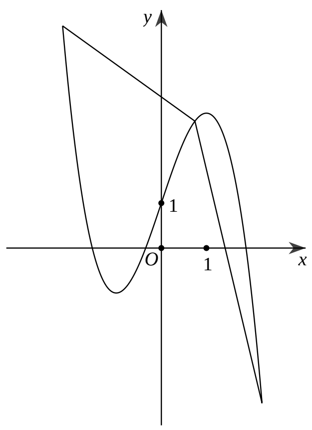
A. $3V=S.R$. **B.** $S=\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Công thức tính diện tích mặt cầu là: $S=4\pi R^2$..

Câu 19: Đường cong bên dưới là đồ thị hàm số nêu dưới đây.



A. $y=x^3+3x^2-3x+1$. **B.** $y=-x^3-2x^2+x-2$.

C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3+3x^2+3x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a<0$, do đó loại đáp án **A** và **D**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên $d=1$, do đó loại đáp án **B.**

Câu 20: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3^{x}+\dfrac{1}{x^{2}}$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3^{x}}{\ln 3}-\dfrac{1}{x}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3^{x}}{\ln 3}+\dfrac{1}{x}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=3^{x}-\dfrac{1}{x}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=3^{x}+\dfrac{1}{x}+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(3^{x}+\dfrac{1}{x^{2}}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3^{x}}{\ln 3}-\dfrac{1}{x}+C$.

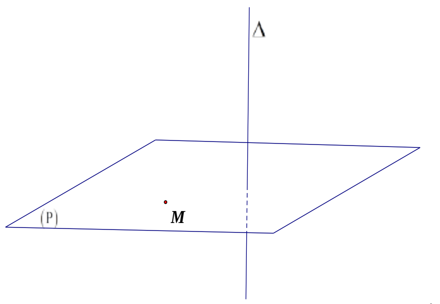
Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(0;0;-2\right)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. Viết phương trình mp$\left(P\right)$ đi qua điểm M và vuông góc với Δ.

A. $4x+3y+z+2=0$. **B.** $3x+y-2z-13=0$.

C. $3x+y-2z-4=0$. **D.** $4x+3y+z+7=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(4;3;1\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $M\left(0;0;-2\right)$ và vuông góc với Δ nên nhận $\vec{u}=\left(4;3;1\right)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $4\left(x-0\right)+3\left(y-0\right)+1\left(z+2\right)=0\Leftrightarrow 4x+3y+z+2=0$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 23: Xác định x để 3 số $x-1;\ 3;\ x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

A. $x=\sqrt{5}$.. **B.** $x=3$.. **C.** $x=\sqrt{10}$.. **D.** $x=2\sqrt{2}$..

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ba số $x-1;\ 3;\ x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)=3^2 \Leftrightarrow x^2=10 \Leftrightarrow x=\sqrt{10}$.

Câu 24: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

A. $\frac{1}{2}\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_2 a$. **C.** $2+\log_2 a$. **D.** $2\log_2 a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì a là số thực dương tùy ý nên $\log_2 a^2 = 2\log_2 a$.

Câu 25: Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [1+f(x)]dx$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** 10. **C.** 8. **D.** $\frac{26}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\int_1^3 [1+f(x)]dx = \left(x+F(x)\right)\Big|_1^3 = \left(x+x^2\right)\Big|_1^3 = 12-2=10.$.

Câu 26: Tìm nguyên hàm của hàm số $y=2^x$?

A. $\int 2^x \mathrm{d}x = \ln 2.2^x + C$. **B.** $\int 2^x \mathrm{d}x = \frac{2^x}{\ln 2}+C$.

C. $\int 2^x \mathrm{d}x = \frac{2^x}{x+1}+C$. **D.** $\int 2^x \mathrm{d}x = 2^x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\int 2^x \mathrm{d}x = \frac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 27: Biết $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** 7. **C.** 64. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int_1^5 3f(x)\mathrm{d}x = 3\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 3.4 = 12$.

Câu 28: Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $w = iz+\overline{z}$

A. $w=3+7i$. **B.** $w=-7-7i$. **C.** $w=7-3i$. **D.** $w=-3-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $w = i(2+5i)+(2-5i) = -3-3i$.

Câu 29: Trong các hàm số được liệt kê dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y=-3x+4$. **B.** $y=\frac{3x-4}{2x-1}$. **C.** $y=\sin 3x+4x$. **D.** $y=3x^2+4x-7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: với $y=\sin 3x+4x$ thì $y'=(\sin 3x+4x)'=3\cos 3x+4\geq 1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{16}{x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. 17. **B.** -8. **C.** $\dfrac{41}{5}$. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=1-\dfrac{16}{x^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=4\in[1;5]$.

$f(1)=17$, $f(5)=\dfrac{41}{5}$, $f(4)=8$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 8.

Câu 31: Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy bằng r có diện tích xung quanh S_{xq} cho bởi công thức

A. $S_{xq}=4\pi r^2$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi r^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu hỏi lý thuyết.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 33: Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x^2+1)$ là:

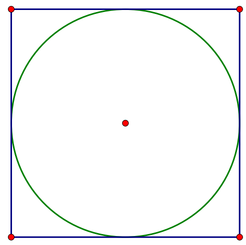
A. $y'=\dfrac{\ln 2}{x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$. **C.** $y'=\dfrac{2x\ln 2}{x^2+1}$. **D.** $y'=\dfrac{2x}{(x^2+1)\ln 2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y' = \dfrac{\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)\ln 2} = \dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$.

Câu 34: Một quả bóng có bán kính $10\left(cm\right)$ được đặt khít vào một hộp cứng dạng hình hộp. Tính thể tích khối hộp đó.



.

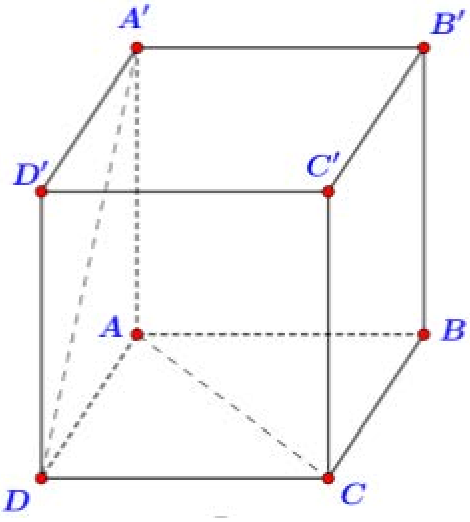
A. $4000\left(cm^3\right)$. **B.** $4000\left(cm^3\right)$. **C.** $800\left(cm^3\right)$. **D.** $8000\left(cm^3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hộp là hình lập phương có độ dài cạnh bằng đường kính quả bóng nên $V = 20^3 = 8000cm^3$.

Câu 35: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng:



A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

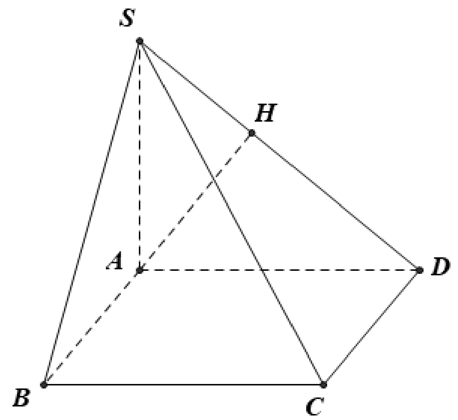
$\left(\widehat{AC;DA'}\right) = \left(\widehat{AC;CB'}\right) = 60^O$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến $\left(SCD\right)$ bằng $\dfrac{a}{2}$. Tính thể tích của khối chóp theo a.

A. $\dfrac{4\sqrt{15}}{45}a^3$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{45}a^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{15}}{15}a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{15}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng SD. Ta có

$\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow AH = d\left(A,(SCD)\right)$. Suy ra $AH = \dfrac{a}{2}$.

ΔSAD vuông tại A có đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{15}{4a^2} \Rightarrow SA = \frac{2a\sqrt{15}}{15}.$$

Vậy $V = \dfrac{1}{3}AB.AD.SA = \dfrac{1}{3}a.2a.\dfrac{2a\sqrt{15}}{15} = \dfrac{4\sqrt{15}}{45}a^3$.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[0;2023]$ thỏa mãn bất phương trình sau

$16^x + 25^x + 36^x \le 20^x + 24^x + 30^x$.

A. 2023. **B.** 3. **C.** 2024. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $16^x + 25^x + 36^x \le 20^x + 24^x + 30^x \Leftrightarrow 4^{2x} + 5^{2x} + 6^{2x} \le 4^x.5^x + 4^x.6^x + 5^x.6^x$

$\Leftrightarrow 2\left[\left(4^x\right)^2 + \left(5^x\right)^2 + \left(6^x\right)^2\right] - \left(2.4^x.5^x + 2.4^x.6^x + 2.5^x.6^x\right) \le 0 \Leftrightarrow \left(4^x - 5^x\right)^2 + \left(4^x - 6^x\right)^2 + \left(5^x - 6^x\right)^2 \le 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4^x - 5^x = 0 \\ 4^x - 6^x = 0 \\ 5^x - 6^x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{4}{5}\right)^x = 1 \\ \left(\dfrac{4}{6}\right)^x = 1 \\ \left(\dfrac{5}{6}\right)^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \in [0;2023]$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của x trong đoạn $[0;2023]$ thỏa mãn bất phương trình.

Câu 38: Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là chẵn.

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{7}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = 6^3$.

Gọi biến cố A: "tích số chấm 3 lần gieo là chẵn".

Suy ra $\overline{A}$: "tích số chấm 3 lần gieo là lẻ".

Để xảy ra biến cố $\overline{A}$ thì cả ba lần gieo đều xảy ra chấm lẻ $\Rightarrow \left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 3.3.3 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{3^3}{6^3} = \dfrac{1}{8}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P\left(A\right) = \dfrac{7}{8}$.

Câu 39: Cho $f\left(x\right)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $\left[-2;9\right]$, biết $f\left(-1\right) = f\left(2\right) = f\left(9\right) = 3$ và $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-2		0		6		9
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	$\nearrow$	6	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3

Tìm m để phương trình $f\left(x\right) = f\left(m\right)$ có ba nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-2;9\right]$.

A. $m \in \left(-2;9\right]\backslash\left\{6\right\}$..

B. $m \in \left[-2;9\right]\backslash\left\{-2;6\right\}$..

C. $m \in \left(-2;9\right]\backslash\left(\left(-1;2\right)\cup\left\{6\right\}\right)$..

D. $m \in \left[-2;9\right]\backslash\left(\left(-1;2\right)\cup\left\{6\right\}\right)$..

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình $f\left(x\right) = f\left(m\right)$ có ba nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-2;9\right]$ khi $-4 < f\left(m\right) \le 3$.

Trên $\left(-2;0\right)$, hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến và $f\left(-1\right) = 3$ nên $-4 < f\left(m\right) \le 3 \Leftrightarrow -2 < m \le -1$.

Trên $\left(0;6\right)$, hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến và $f\left(2\right) = 3$ nên $-4 < f\left(m\right) \le 3 \Leftrightarrow 6 > m \ge 2$.

Trên $\left(6;9\right)$, hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến và $f\left(9\right) = 3$ nên $-4 < f\left(m\right) \le 3 \Leftrightarrow 6 < m \le 9$.

Vậy điều kiện của m là: $m \in \left(-2;-1\right]\cup\left[2;6\right)\cup\left(6;9\right] \Leftrightarrow m \in \left(-2;9\right]\backslash\left(\left(-1;2\right)\cup\left\{6\right\}\right)$..

Câu 40: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f\left(0\right) = -1$và $f'\left(x\right) = x\left(6 + 12x + e^{-x}\right), \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $3e^{-1}$.

B. $-3e^{-1}$.

C. $3e$.

D. $4 - 3e^{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $f'\left(x\right) = x\left(6 + 12x + e^{-x}\right), \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f\left(x\right)$là một nguyên hàm của $f'\left(x\right)$.

$\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x = \int x\left(6 + 12x + e^{-x}\right)\mathrm{d}x = \int\left(6x + 12x^2\right)\mathrm{d}x + \int xe^{-x}\mathrm{d}x$

Mà $\int\left(6x + 12x^2\right)\mathrm{d}x = 3x^2 + 4x^3 + C$

Xét $\int xe^{-x}\mathrm{d}x$: Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = e^{-x}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = -e^{-x} \end{cases}$

$\int xe^{-x}\mathrm{d}x = -xe^{-x} + \int e^{-x}\mathrm{d}x = -xe^{-x} - e^{-x} + C = -\left(x+1\right)e^{-x} + C$

Suy ra $f\left(x\right) = 3x^2 + 4x^3 - \left(x+1\right)e^{-x} + C, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mà $f\left(0\right) = -1 \Rightarrow C = 0$ nên $f\left(x\right) = 3x^2 + 4x^3 - \left(x+1\right)e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có

$\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1\left(3x^2 + 4x^3 - \left(x+1\right)e^{-x}\right)\mathrm{d}x = \left(x^3 + x^4\right)\Big|_0^1 - \int\limits_0^1\left(x+1\right)e^{-x}\mathrm{d}x = 2 - \int\limits_0^1\left(x+1\right)e^{-x}\mathrm{d}x$

Xét $\int_0^1 (x+1)e^{-x}\text{d}x$: Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ \text{d}v = e^{-x}\text{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{d}u = \text{d}x \\ v = -e^{-x} \end{cases}$

$\int_0^1 (x+1)e^{-x}\text{d}x = -(x+1)e^{-x}\Big|_0^1 + \int_0^1 e^{-x}\text{d}x = -2e^{-1}+1-e^{-x}\Big|_0^1 = -2e^{-1}+1-e^{-1}+1 = 2-3e^{-1}$

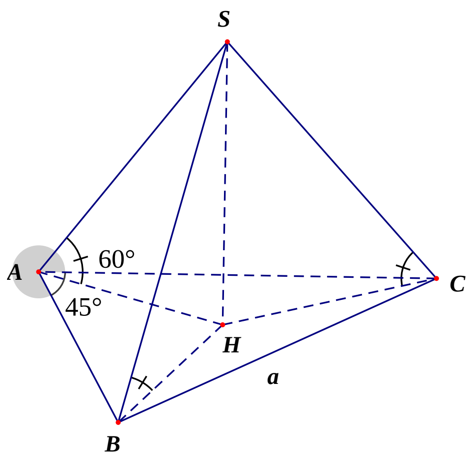
Vậy $\int_0^1 f(x)\text{d}x = 3e^{-1}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC tạo với mặt đáy các góc bằng nhau và bằng $60°$. Biết $BC = a$, $\widehat{BAC} = 45°$. Tính khoảng cách h từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC).

A. $h = \frac{a}{\sqrt{6}}$. **B.** $h = a\sqrt{6}$. **C.** $h = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC), suy ra $d(S,(ABC)) = SH$ và $\widehat{SAH} = \widehat{SBH} = \widehat{SCH} = 60°$

$\Rightarrow HA = HB = HC$.

Do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Xét ΔABC, có: $\frac{BC}{\sin A} = 2HA \Rightarrow HA = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Xét ΔSAH vuông tại H, có $SH = AH.\tan\widehat{SAH} = \frac{a}{\sqrt{2}}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

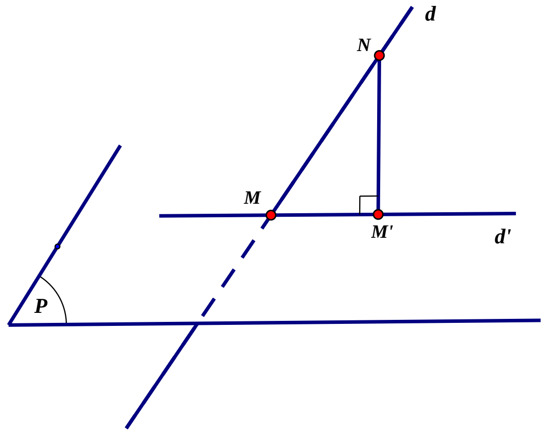
Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

A. $d': \frac{x+2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{2}$. **B.** $d': \frac{x-2}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{2}$.

C. $d': \frac{x-2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $d': \frac{x+2}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



+) Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=4-2t\\z=-1+t\end{cases}$, $t\in R$. Gọi $M=\left(-2+2t;4-2t;-1+t\right)$ là giao điểm của d và $\left(P\right)\Rightarrow\left(-2+2t\right)+\left(4-2t\right)-\left(-1+t\right)-1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M=\left(2;0;1\right)$.

+) Mặt phẳng $\left(P\right)$ có 1 vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=\left(1;1;-1\right)$. Điểm $N=\left(0;2;0\right)\in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua $N\left(0;2;0\right)$ và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)\Rightarrow\Delta$ nhận vector $\overrightarrow{n_P}=\left(1;1;-1\right)$ làm vector chỉ phương. Suy ra phương trình của Δ là:

$\left(\Delta\right):\dfrac{x-0}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-0}{-1}\Leftrightarrow\left(\Delta\right):\begin{cases}x=c\\y=2+c\\z=-c\end{cases}$, $c\in R$. Gọi $M'=\left(c;2+c;-c\right)$ là giao điểm của Δ với mặt phẳng $\left(P\right)\Rightarrow c+\left(2+c\right)-\left(-c\right)-1=0\Leftrightarrow c=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow M'\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

+) $\overrightarrow{MM'}=\left(-\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $\left(P\right)$ nên d' chính là đường thẳng MM', suy ra d' đi qua $M\left(2;0;1\right)$ và nhận vector $\vec{u}=-3\overrightarrow{MM'}=\left(7;-5;2\right)$ làm vector chỉ phương nên phương trình của d' là:

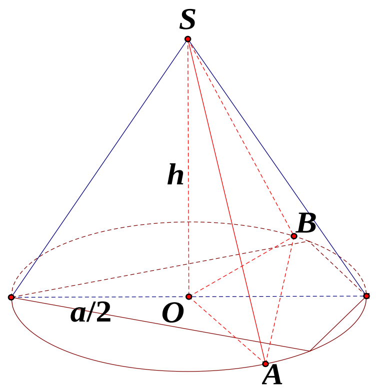
$d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 43: Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a. A, B là hai điểm bất kỳ trên $\left(O\right)$. Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3}{96}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{96}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $V_{S.OAB}=\frac{1}{3}S_{\Delta AOB}.SO$. Lại có $S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB}$.

Mặt khác $OA=OB=\frac{a}{2}$, $SO=h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất khi $\sin\widehat{AOB}=1\Rightarrow OA\perp OB$.

Khi đó $V_{\max}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$, mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d và song song với mặt phẳng (α).

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.
B. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.
D. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $M=\Delta\cap d\ \Rightarrow M\in d\ \Rightarrow M(3+t;3+3t;2t)\ \Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2+t;1+3t;1+2t)$.

(α) có VTPT là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

$AM\ //\ (\alpha)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 2+t+1+3t-1-2t=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(1;-2;-1)$.

Vậy $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 45: Cho a là số thực, phương trình $z^2+(a-2)z+2a-3=0$ có 2 nghiệm z_1, z_2. Gọi M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết tam giác OMN có một góc bằng $120°$, tính tổng các giá trị của a.

A. -6. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì O, M, N không thẳng hàng nên z_1, z_2 không đồng thời là số thực, cũng không đồng thời là số thuần ảo $\Rightarrow z_1$, z_2 là hai nghiệm phức, không phải số thực của phương trình $z^2+(a-2)z+2a-3=0$. Do đó, ta phải có: $\Delta=a^2-12a+16<0\Leftrightarrow a\in\left(6-2\sqrt{5};\ 6+2\sqrt{5}\right)$.

Khi đó, ta có: $\begin{cases} z_1=\dfrac{2-a}{2}-\dfrac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i \\ z_1=\dfrac{2-a}{2}+\dfrac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i \end{cases}$.

$\Rightarrow OM=ON=|z_1|=|z_2|=\sqrt{2a-3}$ và $MN=|z_1-z_2|=\sqrt{-a^2+12a-16}$.

Tam giác OMN cân nên $\widehat{MON}=120°$ $\Rightarrow \dfrac{OM^2+ON^2-MN^2}{2OM.ON}=\cos 120°$ $\Leftrightarrow \dfrac{a^2-8a+10}{2(2a-3)}=-\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow a^2-6a+7=0$ $a=3\pm\sqrt{2}$.

Suy ra tổng các giá trị cần tìm của a là 6.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có không quá 242 số nguyên y thoả mãn: $\log_4(x^2+y)\ge\log_3(x+y)$?

A. 55. **B.** 56. **C.** 57. **D.** 58.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0 \end{cases}$

Đặt $\log_3(x+y)=t$. Ta có: $\begin{cases} x^2+y\ge 4^t \\ x+y=3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x\ge 4^t-3^t \\ y=3^t-x \end{cases}$

Nhận xet: hàm số $f(t)=4^t-3^t$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ và $f(t)>0,\ \forall t>0$

Gọi $n\in\mathbb{Z}$ thoả mãn $4^n-3^n=x^2-x$, khi đó $4^t-3^t\le x^2-x\Rightarrow 4^t-3^t\le 4^n-3^n\Leftrightarrow t\le n$

Từ $x+y>0\Rightarrow -x<y=3^t-x\le 3^n-x$

Mặt khác, không quá 242 số nguyên y thoả mãn đề bài nên $3^n\le 242\Leftrightarrow n\le\log_3 242$

$\Rightarrow x^2-x=4^n-3^n\le 4^{\log_3 242}-242\Leftrightarrow -27,4\le x\le 28,4\Rightarrow x\in\{-27;-26;...;28\}$

$\Rightarrow$ có 56 số nguyên x thoả mãn đề bài.

Câu 47: Đường nào dưới đây là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức thỏa mãn điều kiện $|z-i|=|z+i|$?

A. Một đường elip. **B.** Một đường tròn.
C. Một đường thẳng. **D.** Một đoạn thẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $z=xi+y$, được biểu diễn bởi điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng tọa độ (xoy).

Ta có $|z-i|=|z+i|\Leftrightarrow|x+(y-1)i|=|x+(y+1)i|$

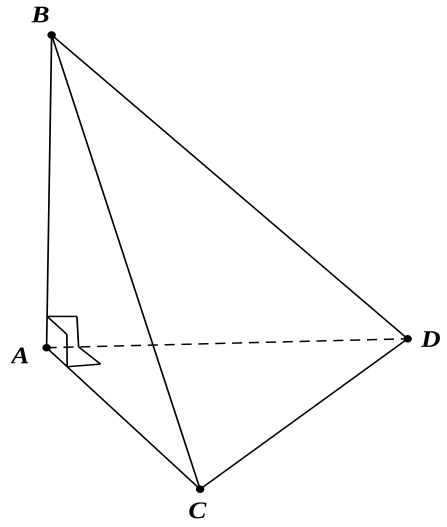
$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{x^2+(y+1)^2}\Leftrightarrow y=0$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$, (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (T). CD là một đường kính cố định của đường tròn (T), A là một điểm thay đổi trên (T) (A khác C và D). Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) cắt (S) tại B. Tính BC^2+AD^2.

A. 8. **B.** 64. **C.** 32. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

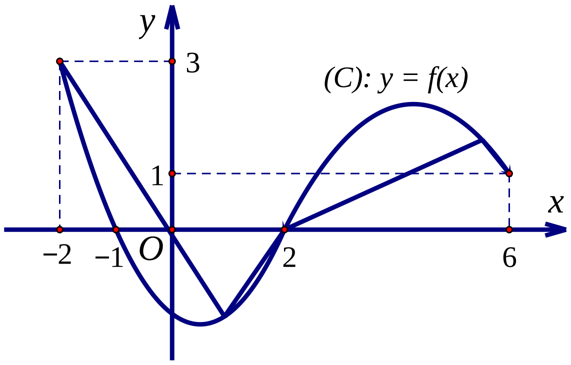
Chọn D



(S) có tâm $I(1;-1;1)$ và bán kính $R=4$. Ta có $d(I;(P))=\dfrac{|1-1+1+2|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ nên (P) cắt (S) theo đường tròn (T) có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2(I;(P))}=\sqrt{13}$.

Giả thiết có $AB=2\sqrt{3}$ nên $BC^2+AD^2=BA^2+AC^2+AD^2=BA^2+CD^2=12+52=64$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $f(6)<f(2)<f(-2)<f(-1)$.
B. $f(-2)<f(-1)<f(2)<f(6)$.
C. $f(2)<f(-2)<f(-1)<f(6)$.
D. $f(-2)<f(2)<f(-1)<f(6)$.

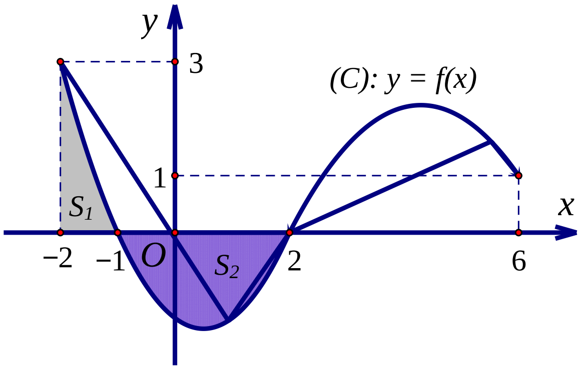
Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như sau:

x	-2		-1		2		6
$f'(x)$	3	+	0	−	0	+	1
$f(x)$		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} f(-2) < f(-1) \\ f(2) < f(-1) \\ f(2) < f(6) \end{cases}$ nên A, D sai.



Chỉ cần so sánh $f(-2)$ và $f(2)$ nữa là xong.

Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm như trên hình vẽ.

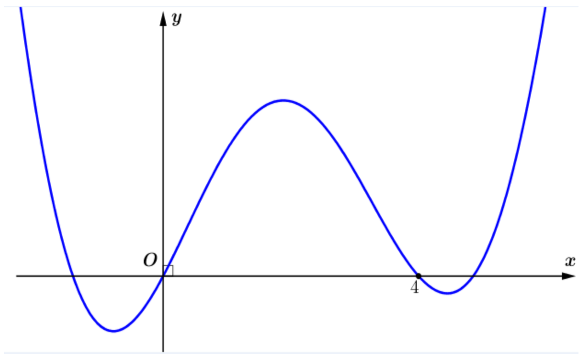
Ta có:

$S_1 = \int_{-2}^{-1} |f'(x)| \mathrm{d}x = \int_{-2}^{-1} f'(x) dx = f(-1) - f(-2)$.

$S_2 = \int_{-1}^{2} |f'(x)| \mathrm{d}x = -\int_{-1}^{2} f'(x) \mathrm{d}x = f(-1) - f(2)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $S_1 < S_2$ nên $f(-1) - f(-2) < f(-1) - f(2) \Leftrightarrow f(-2) > f(2)$.

Câu 50: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(x^3 + 3x^2\right)$ là



A. 4. **B.** 11. **C.** 7. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $g'(x) = \left(3x^2 + 6x\right).f'\left(x^3 + 3x^2\right)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'\left(x^3 + 3x^2\right) = 0 \end{array}\right.$.

Phương trình $3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

$$f'\left(x^3+3x^2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+3x^2=a<0 \\ x^3+3x^2=0 \\ x^3+3x^2=4 \\ x^3+3x^3=b>4 \end{array}\right.$$

□Phương trình

Ta thấy: $x^3+3x^2=0 \Leftrightarrow x^2(x+3)=0 \Leftrightarrow x=0; x=-3$

Và $x^3+3x^2=4 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)^2=0 \Leftrightarrow x=1; x=-2$.

Hàm số $h(x)=x^3+3x^2$ có $h'(x)=3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm $h(x)$:

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		$+\infty$
$h'(x)$			‖	$+$	0	$-$	0	$+$	‖		
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm $h(x)$, ta có

Phương trình $x^3+3x^2=a<0$ có duy nhất một nghiệm $x_1<-3$.

Phương trình $x^3+3x^2=c>4$ có duy nhất một nghiệm $x_2>1$.

Do đó, phương trình $g'(x)=0$ có bốn nghiệm đơn phân biệt và hai nghiệm bội ba nên hàm số $y=g(x)$ có sáu điểm cực trị.

Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023-ĐỀ 5 MÔN TOÁN

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A?

A. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 2: Biểu thức $P=\dfrac{1}{\log_{49}5}-\dfrac{1}{\log_7 5}$ bằng.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\log_7 5$. **D.** $\log_5 7$.

Câu 3: Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1+z_2 bằng .

A. $-4+2i$. **B.** $4-2i$. **C.** $-4-2i$. **D.** $4+2i$.

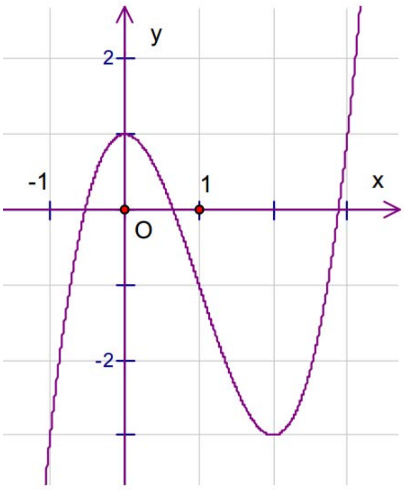
Câu 4: Cho số phức $z=5+2i$. Tìm số phức $w=i\overline{z}-z$.

A. $w=3+3i$. **B.** $w=-3+3i$. **C.** $w=-3-3i$. **D.** $w=3-3i$.

Câu 5: Tích phân $I=\int_1^2 2x.dx$ có giá trị là:

A. I = 1. **B.** I = 4. **C.** I =2. **D.** I = 3.

Câu 6: Đường cong nào như hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 7: Khối cầu (S) có diện tích mặt cầu bằng 16π. Tính thể tích khối cầu.

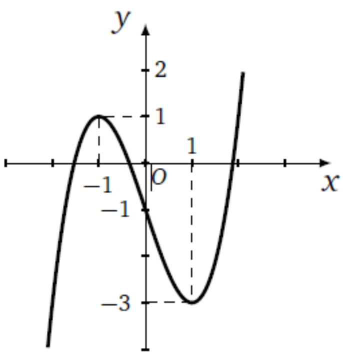
A. $\dfrac{32\pi\sqrt{3}}{3}(đvdt)$. **B.** $\dfrac{32\pi}{3}(đvdt)$.

C. $\dfrac{32\pi}{9}(đvdt)$. **D.** $\dfrac{32\pi\sqrt{3}}{9}(đvdt)$.

Câu 8: Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức $z=3-4i$.

A. $M(-3;4)$. **B.** $M(-3;-4)$. **C.** $M(3;4)$. **D.** $M(3;-4)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



A. $x=-1$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $M(1;-3)$. **D.** $x=1$.

Câu 10: Phương trình $\log_2(3x-2)=3$ có tập nghiệm là.

A. $T=\left\{\dfrac{8}{3}\right\}$. **B.** $T=\left\{\dfrac{10}{3}\right\}$. **C.** $T=\left\{\dfrac{16}{3}\right\}$. **D.** $T=\left\{\dfrac{11}{3}\right\}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x-2z+z+2017=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-2;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-2;2)$.

C. $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;2;1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nằm phía trên trục hoành.

C. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

D. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y=0$.

Câu 13: Số điểm có tọa độ là các số nguyên thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+2}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(-1;2;3\right)$, $N\left(0;2;-1\right)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là:

A. $\left(-\dfrac{1}{2};2;1\right)$.. **B.** $\left(1;0;-4\right)$.. **C.** $\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.. **D.** $\left(-1;4;2\right)$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số: $f(x)=x^{\sqrt{2}}+\log_2(1-x)$ là:

A. $D=\left(0;+\infty\right)$. **B.** $D=\left(0;1\right)$.

C. $D=\left(-\infty;1\right)\setminus\left\{0\right\}$. **D.** $D=\left[0;1\right)$.

Câu 16: Biết rằng $F\left(x\right)=m.x^4+2$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^3$, giá trị của m là.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 17: Số $5!-P_4$ bằng:

A. 24. **B.** 96. **C.** 12. **D.** 5.

Câu 18: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=\left(-2+3i\right)\left(7-8i\right)$.

A. $\overline{z}=-10-37i$. **B.** $\overline{z}=-38-37i$.

C. $\overline{z}=10-37i$. **D.** $\overline{z}=38-37i$.

Câu 19: Tìm tập nghiệm của phương trình $\log(x^2-6x+7)=\log(x-3)$.

A. $\left\{4;5\right\}$.. **B.** $\varnothing$. **C.** $\left\{5\right\}$.. **D.** $\left\{3;4\right\}$..

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $SA=AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 21: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$.

C. $y=x^2+1$. **D.** $y=-x\sqrt{2}+1$.

Câu 22: Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

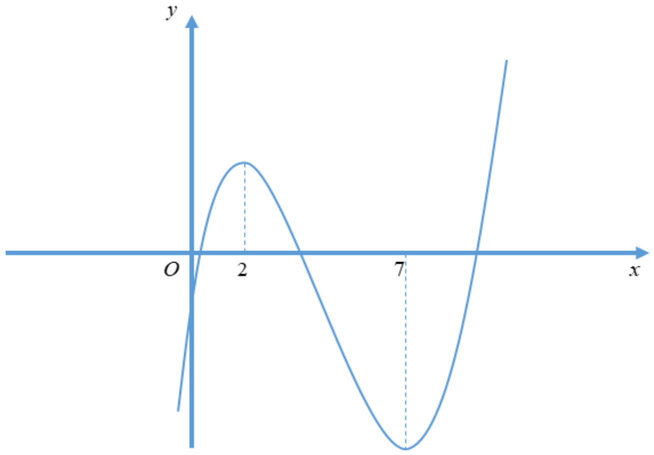
A. $\log\dfrac{a}{b}=\log b-\log a$.

B. $\log\dfrac{a}{b}=\dfrac{\log a}{\log b}$.

C. $\log\left(ab\right)=\log a+\log b$.

D. $\log\left(ab\right)=\log a.\log b$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$?

A. 0. **B.** 3. **C.** $\dfrac{3}{2}$.. **D.** $\dfrac{8}{3}$..

Câu 25: Tìm số phức z thỏa $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$.

A. $z=2-i$. **B.** $z=-2-i$. **C.** $z=-2+i$. **D.** $z=2+i$.

Câu 26: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{-2x}$ là:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-e^{-2x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2e^{-2x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}e^{-2x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}e^{-2x}+C$.

Câu 27: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, Biết tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 150.

A. $V=25$. **B.** $V=75$. **C.** $V=100$. **D.** $V=125$.

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khi đó góc giữa $A'C'$ và BD bằng

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 0°. **D.** 90°

Câu 29: Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\log_2(x+1)$.

A. $f'(x)=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{x}{(x+1)\ln 2}$. **C.** $f'(x)=\dfrac{1}{(x+1)\ln 2}$. **D.** $f'(x)=0$.

Câu 30: Cho $\int\limits_0^5 f(x)\mathrm{d}x=-2$. Tích phân $\int\limits_0^5\left[4f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -133. **B.** -120. **C.** -140. **D.** -130.

Câu 31: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=11$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_5 bằng

A. 2816. **B.** 27. **C.** 15. **D.** -26.

Câu 32: Cho $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int\limits_0^2\left[f(x)-5g(x)+x\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 10. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 0.

Câu 33: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(0;0;-2\right)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $3x+y-2z-4=0$. **B.** $4x+3y+z+2=0$.

C. $3x+y-2z-13=0$. **D.** $4x+3y+z+7=0$.

Câu 35: Cho hình trụ bán kính đáy $r=5\left(\text{cm}\right)$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7\left(\text{cm}\right)$. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

A. $60\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $35\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $120\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $70\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d':\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$.

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.

Câu 37: Cho hình nón $\left(N\right)$ có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xp}=2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón $\left(N\right)$ và đỉnh S trùng với đỉnh của khối nón $\left(N\right)$.

A. $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\dfrac{2\sqrt{5}a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

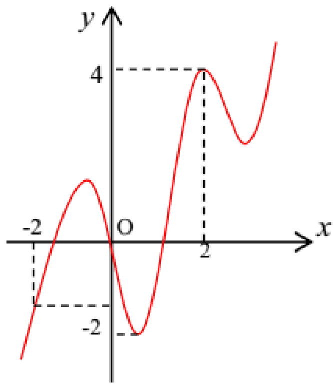
Câu 38: Cho một đa giác đều 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $P=\dfrac{7}{816}$. **B.** $P=\dfrac{21}{136}$. **C.** $P=\dfrac{23}{136}$. **D.** $P=\dfrac{144}{136}$.

Câu 39: Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên $\left(ABCD\right)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng $\left(A_1BD\right)$.

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x^3-3x^2+2\right)=m^2-3m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[1;3\right)$ là



A. $(1;\ 2)\cup[4;\ +\infty)$.
B. $(-\infty;-1]\cup(2;4)$.
C. $(-1;1]\cup[2;4)$.
D. $[-1;1)\cup(2;4]$.

Câu 41: Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=1,\ f(x)=f'(x)\sqrt{3x+1}$, với mọi $x>0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2<f(5)<3$.
B. $4<f(5)<5$.
C. $3<f(5)<4$.
D. $1<f(5)<2$.

Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình: $(3^x+2)(4^{x+1}-8^{2x+1})\le 0$

A. $[4;+\infty)$.
B. $\left[-\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.
C. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}\right]$.
D. $(-\infty;4]$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$ và $AD=2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60^0.

A. $V=\dfrac{4a^3\sqrt{15}}{15}$.
B. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$.
C. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.
D. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{15}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;2;3), A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): x-2y-z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt $(P),(Q)$ lần lượt tại B,C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.
B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.
D. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 45: Tính modun của số phức $w=b+ci$, $b,c\in\mathbb{R}$ biết số phức $\dfrac{i^8-1-2i}{1-i^7}$ là nghiệm của phương trình $z^2+bz+c=0$.

A. $2\sqrt{2}$.
B. 2.
C. $3\sqrt{2}$.
D. 3.

Câu 46: Cho số phức z thoả mãn $\dfrac{1+i}{z}$ là số thực và $|z-2|=m$ với $m\in\mathbb{R}$. Gọi m_0 là một giá trị của m để có đúng một số phức thoả mãn bài toán. Khi đó:

A. $m_0\in\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.
B. $m_0\in\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.
C. $m_0\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.
D. $m_0\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

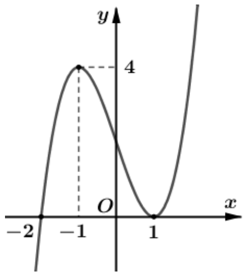
Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2023$ và $\log_5(5x+5)-3y=125^y-x$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 1010.

Câu 48: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z-4=0$ và $(\beta): 2x-2y-z+1=0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB=8$ khi:

A. $m=12$. **B.** $m=-10$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=5$.

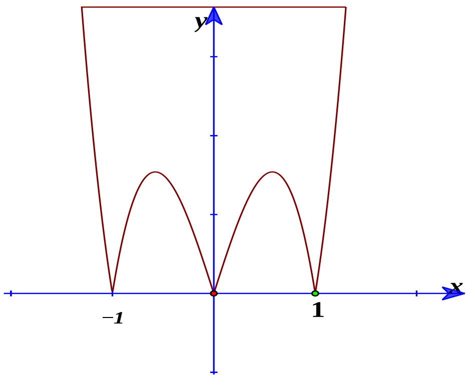
Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)<0$, đồng thời đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f^2(x)$ là

A. 4.. **B.** 3.. **C.** 1.. **D.** 2..

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a>0)$ có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y=|f'(x)|$ như hình vẽ. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{-8\sqrt{3}}{9}\right)$. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành?



A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{14}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{16}{15}$.

------ ***HẾT*** ------

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	B	B	D	D	B	D	C	B	A	C	B	C	B	A	B	C	C	C	B	C	A	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	D	C	A	B	A	B	B	D	A	A	C	C	C	C	B	A	C	A	B	C	C	B	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A?

A. $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

D. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $A(3;-2;1)$ vào phương trình đường thẳng ta được

$\dfrac{0}{1}=\dfrac{0}{1}=\dfrac{0}{2}$ đúng. Suy ra đường thẳng $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ đi qua điểm $A(3;-2;1)$.

Câu 2: Biểu thức $P=\dfrac{1}{\log_{49}5}-\dfrac{1}{\log_7 5}$ bằng.

A. $\dfrac{1}{2}$.

B. 2.

C. $\log_7 5$.

D. $\log_5 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $P=\dfrac{1}{\log_{49}5}-\dfrac{1}{\log_7 5}=\log_5 49-\log_5 7=\log_5 7$.

Câu 3: Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1+z_2 bằng.

A. $-4+2i$.

B. $4-2i$.

C. $-4-2i$.

D. $4+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z_1+z_2=1-3i+3+i=4-2i$.

Câu 4: Cho số phức $z=5+2i$. Tìm số phức $w=i\overline{z}-z$.

A. $w=3+3i$.

B. $w=-3+3i$.

C. $w=-3-3i$.

D. $w=3-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\overline{z}=5-2i\Rightarrow w=i\overline{z}-z=i(5-2i)-(5+2i)=-3+3i$.

Câu 5: Tích phân $I=\int\limits_1^2 2x.dx$ có giá trị là:

A. I = 1.

B. I = 4.

C. I =2.

D. I = 3.

Hướng dẫn giải

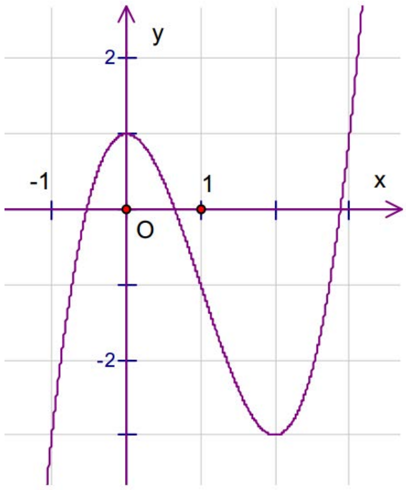
Chọn D

Tích phân $I=\int\limits_1^2 2x.dx$ có giá trị là:

Cách 1: $I=\int\limits_1^2 2x.dx=2.\int\limits_1^2 x.dx=\left(2.\dfrac{x^2}{2}\right)\Bigg|_1^2=3$.

Cách 2: Kiểm tra bằng máy tính, dễ dàng thu được kết quả như cách 1.

Câu 6: Đường cong nào như hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có:

Đồ thị trong hình là của hàm số bậc 3, có hệ số $a > 0$.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại các điểm $A(0;1); B(2;-3)$.

Câu 7: Khối cầu (S) có diện tích mặt cầu bằng 16π. Tính thể tích khối cầu.

A. $\dfrac{32\pi\sqrt{3}}{3}(đvdt)$. **B.** $\dfrac{32\pi}{3}(đvdt)$.

C. $\dfrac{32\pi}{9}(đvdt)$. **D.** $\dfrac{32\pi\sqrt{3}}{9}(đvdt)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$S = 4\pi R^2 = 16\pi \Rightarrow R^2 = \dfrac{16\pi}{4\pi} = 4 \Rightarrow R = 2$.

$V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.2^3 = \dfrac{32\pi}{3}(đvdt)$.

Câu 8: Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$.

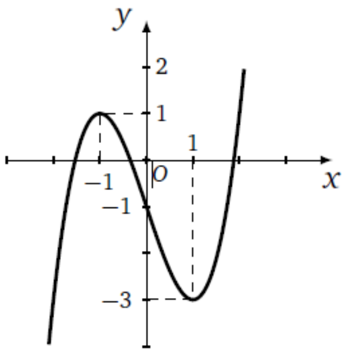
A. $M(-3;4)$. **B.** $M(-3;-4)$. **C.** $M(3;4)$. **D.** $M(3;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có điểm $M(3;-4)$ biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là



A. $x=-1$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $M(1;-3)$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy, $f'(x)$ đổi dấu từ "âm" sang "dương" khi đi qua $x=1$ và $f(1)=-3$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $M(1;-3)$.

Câu 10: Phương trình $\log_2(3x-2)=3$ có tập nghiệm là.

A. $T=\left\{\frac{8}{3}\right\}$. **B.** $T=\left\{\frac{10}{3}\right\}$. **C.** $T=\left\{\frac{16}{3}\right\}$. **D.** $T=\left\{\frac{11}{3}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện: $3x-2>0 \Leftrightarrow x>\frac{2}{3}$.

Ta có: $\log_2(3x-2)=3 \Leftrightarrow 3x-2=8 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x-2z+z+2017=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-2;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-2;2)$.

C. $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_3}=(-2;2;-1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm phía trên trục hoành.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số chỉ một tiệm cận đứng là trục hoành.

Câu 13: Số điểm có tọa độ là các số nguyên thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x+2}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y=\frac{x+3}{x+2}=\frac{x+2}{x+2}+\frac{1}{x+2}=1+\frac{1}{x+2}$.

Để y là số nguyên thì $x+2$ là ước của 1. Mà 1 có hai ước nguyên là ±1 vậy có 2 giá trị của x thỏa mãn, hay tồn tại hai điểm có tọa độ nguyên.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(-1;2;3\right)$, $N\left(0;2;-1\right)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là:

A. $\left(-\frac{1}{2};2;1\right)$.. **B.** $\left(1;0;-4\right)$.. **C.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$.. **D.** $\left(-1;4;2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $G\left(x_G;y_G;z_G\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác OMN..

Ta có: $\begin{cases} x_G=\frac{0-1+0}{3}=-\frac{1}{3} \\ y_G=\frac{0+2+2}{3}=\frac{4}{3} \\ z_G=\frac{0+3-1}{3}=\frac{2}{3} \end{cases}$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số: $f(x)=x^{\sqrt{2}}+\log_2(1-x)$ là:

A. $D=\left(0;+\infty\right)$. **B.** $D=\left(0;1\right)$.

C. $D=\left(-\infty;1\right)\setminus\left\{0\right\}$. **D.** $D=\left[0;1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\begin{cases} x>0 \\ 1-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x<1 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(0;1\right)$.

Câu 16: Biết rằng $F\left(x\right)=m.x^4+2$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^3$, giá trị của m là.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$F\left(x\right)=\int x^3dx=\frac{1}{4}x^4+C\Rightarrow m=\frac{1}{4}$.

Câu 17: Số $5!-P_4$ bằng:

A. 24. **B.** 96. **C.** 12. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $5!-P_4=5!-4!=96$.

Câu 18: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=\left(-2+3i\right)\left(7-8i\right)$.

A. $\overline{z}=-10-37i$. **B.** $\overline{z}=-38-37i$.

C. $\overline{z}=10-37i$. **D.** $\overline{z}=38-37i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$z=(-2+3i)(7-8i)=10+37i\Rightarrow \overline{z}=10-37i$.

Câu 19: Tìm tập nghiệm của phương trình $\log(x^2-6x+7)=\log(x-3)$.

A. $\{4;5\}$.. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{5\}$.. **D.** $\{3;4\}$..

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đk: $\begin{cases} x^2-6x+7>0 \\ x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>3+\sqrt{2}$.

$\log(x^2-6x+7)=\log(x-3)\Leftrightarrow x^2-6x+7=x-3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=2 \end{array}\right.$.

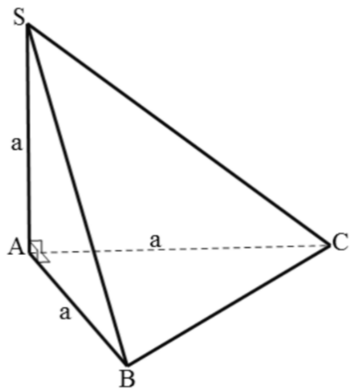
Nhận nghiệm $x=5$, loại nghiệm $x=2$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $SA=AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Thể tích của khối chóp $S.ABC$: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{a^3}{6}$.

Câu 21: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$.

C. $y=x^2+1$. **D.** $y=-x\sqrt{2}+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=-x\sqrt{2}+1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3-3x+1$ có $y'=x^2-3$ nên hàm số không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^2+1$ có $y'=2x$ nên hàm số không.

Câu 22: Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log\frac{a}{b}=\text{logb}-\text{loga}$. **B.** $\log\frac{a}{b}=\frac{\log a}{\log b}$.

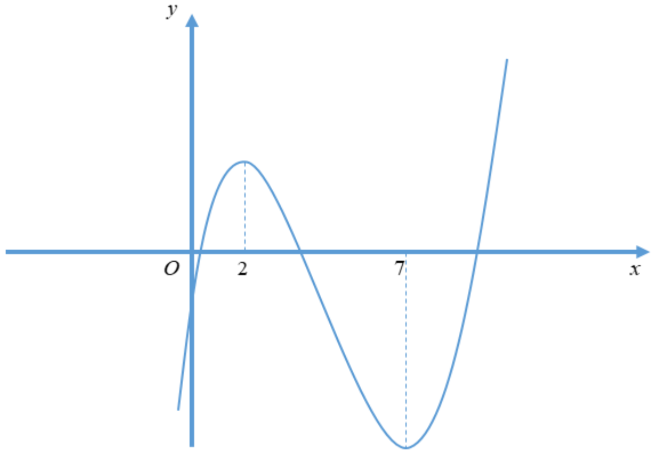
C. $\log(ab)=\log a+\log b$. **D.** $\log(ab)=\log a.\log b$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\log(ab) = \log a + \log b$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Trên khoảng $(3;6)$ đồ thị đi xuống nên hàm số nghịch biến.

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2+2x}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$?

A. 0. **B.** 3. **C.** $\dfrac{3}{2}$.. **D.** $\dfrac{8}{3}$..

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có, $f(x) = \dfrac{x^2+2x}{x+1} = x+1-\dfrac{1}{x+1} \Rightarrow f'(x) = 1+\dfrac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [0;2]$.

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(0;2) \Rightarrow \underset{[0;2]}{GTLN}\ f(x) = \text{f}(2) = \dfrac{8}{3}$..

Câu 25: Tìm số phức z thỏa $z-(2+3i)\overline{z} = 1-9i$.

A. $z = 2-i$. **B.** $z = -2-i$. **C.** $z = -2+i$. **D.** $z = 2+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $z = a+bi \quad (a,b \in \mathbb{R})$.

Ta có $z-(2+3i)\overline{z} = 1-9i \Leftrightarrow a+bi-(2+3i)(a-bi) = 1-9i \Leftrightarrow -a-3b+(-3a+3b)i = 1-9i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -a-3b=1 \\ -3a+3b=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$.

Câu 26: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-2x}$ là:

A. $\int f(x)\text{d}x = -e^{-2x}+C$. **B.** $\int f(x)\text{d}x = -2e^{-2x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{-2x}+C$.   **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}e^{-2x}+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

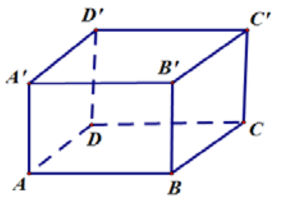
Ta có: $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int e^{-2x}\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}e^{-2x}+C$.

Câu 27: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, Biết tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 150.

A. $V=25$.   **B.** $V=75$.   **C.** $V=100$.   **D.** $V=125$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi a là cạnh hình lập phương ta có: $6a^2=150\Leftrightarrow a^2=25\Leftrightarrow a=5$.

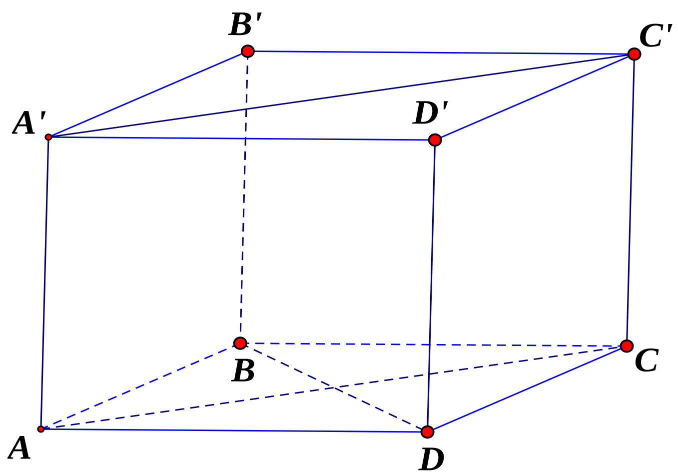
Khi đó thể tích hình lập phương là: $V=a^3=5^3=125$.

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khi đó góc giữa $A'C'$ và BD bằng

A. 60°.   **B.** 45°.   **C.** 0°.   **D.** 90°.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Vì $AC//A'C'\Rightarrow(A'C';BD)=(AC;BD)=90^\circ$.

Câu 29: Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\log_2(x+1)$.

A. $f'(x)=\frac{1}{x+1}$.   **B.** $f'(x)=\frac{x}{(x+1)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\frac{1}{(x+1)\ln 2}$.   **D.** $f'(x)=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=\left[\log_2(x+1)\right]'=\dfrac{(x+1)'}{(x+1)\ln 2}=\dfrac{1}{(x+1)\ln 2}$.

Câu 30: Cho $\int\limits_0^5 f(x)\mathrm{d}x=-2$. Tích phân $\int\limits_0^5\left[4f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -133. **B.** -120. **C.** -140. **D.** -130.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\int\limits_0^5\left[4f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x=4\int\limits_0^5 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^5 3x^2\mathrm{d}x=-8-x^3\Big|_0^5=-8-125=-133.$$

Câu 31: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=11$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_5 bằng

A. 2816. **B.** 27. **C.** 15. **D.** -26.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có : $\begin{cases}u_1=11\\ d=4\end{cases}\Rightarrow u_5=u_1+4d=27$.

Câu 32: Cho $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int\limits_0^2\left[f(x)-5g(x)+x\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 10. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\int\limits_0^2\left[f(x)-5g(x)+x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f(x)dx-5\int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 x\mathrm{d}x=3+5+2=10.$$

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Theo định nghĩa về cực trị thì hàm số có hai cực trị.

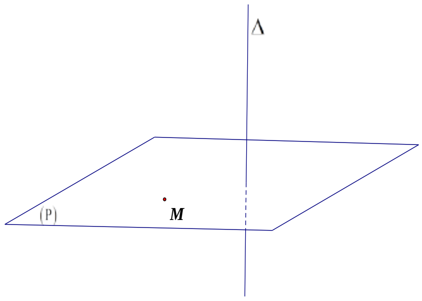
Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;0;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $3x+y-2z-4=0$. **B.** $4x+3y+z+2=0$.

C. $3x+y-2z-13=0$. **D.** $4x+3y+z+7=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(4;3;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;0;-2)$ và vuông góc với Δ nên nhận $\vec{u}=(4;3;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $4(x-0)+3(y-0)+1(z+2)=0 \Leftrightarrow 4x+3y+z+2=0$.

Câu 35: Cho hình trụ bán kính đáy $r=5\ (\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

A. $60\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $35\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $120\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $70\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.5.7=70\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d':\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$.

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $M\in d$ suy ra $M(2+2m;3+3m;-4-5m)$. Tương tự $N\in d'$ suy ra $N(-1+3n;4-2n;4-n)$.

Từ đó ta có $\overrightarrow{MN}=(-3+3n-2m;1-2n-3m;8-n+5m)$.

Mà do MN là đường vuông góc chung của d và d' nên $\begin{cases}MN\perp d\\ MN\perp d'\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2(-3+3n-2m)+3.(1-2n-3m)-5(8-n+5m)=0\\ 3(-3+3n-2m)-2.(1-2n-3m)-1(8-n+5m)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-38m+5n=43\\ -5m+14n=19\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\ n=1\end{cases}.$$

Suy ra $M(0;0;1)$, $N(2;2;3)$.

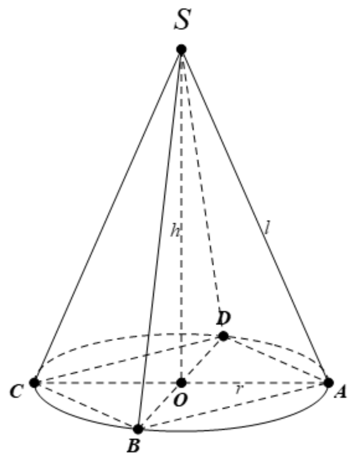
Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;2;2)$ nên đường vuông góc chung MN là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 37: Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xp}=2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón (N) và đỉnh S trùng với đỉnh của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\dfrac{2\sqrt{5}a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: Diện tích xung quanh $S_{xp}=2\pi a^2 \Rightarrow \ \pi rl=2\pi a^2 \Rightarrow l=2a \Rightarrow h=\sqrt{l^2-r^2}=a\sqrt{3}$.

Đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón $\left(N\right)$ có bán kính đáy bằng $a \Rightarrow \ AB=a\sqrt{2}$.

Vậy: $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}h=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 38: Cho một đa giác đều 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $P=\dfrac{7}{816}$. **B.** $P=\dfrac{21}{136}$. **C.** $P=\dfrac{23}{136}$. **D.** $P=\dfrac{144}{136}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(X)=C_{18}^3$.

Ký hiệu đa giác là $A_1A_2...A_{18}$ nội tiếp đường tròn (O), xét đường kính A_1A_{10} khi đó số tam giác cân có đỉnh cân là A_1 hoặc A_{10} là $2\text{x}8=16$; Mà có tất cả là 9 đường kính do vậy số tam giác cân có các đỉnh là đỉnh của đa giác là $9\text{x}16=144$.

Ta lại có số tam giác đều có các đỉnh là đỉnh của đa giác đều 18 đỉnh là 6.

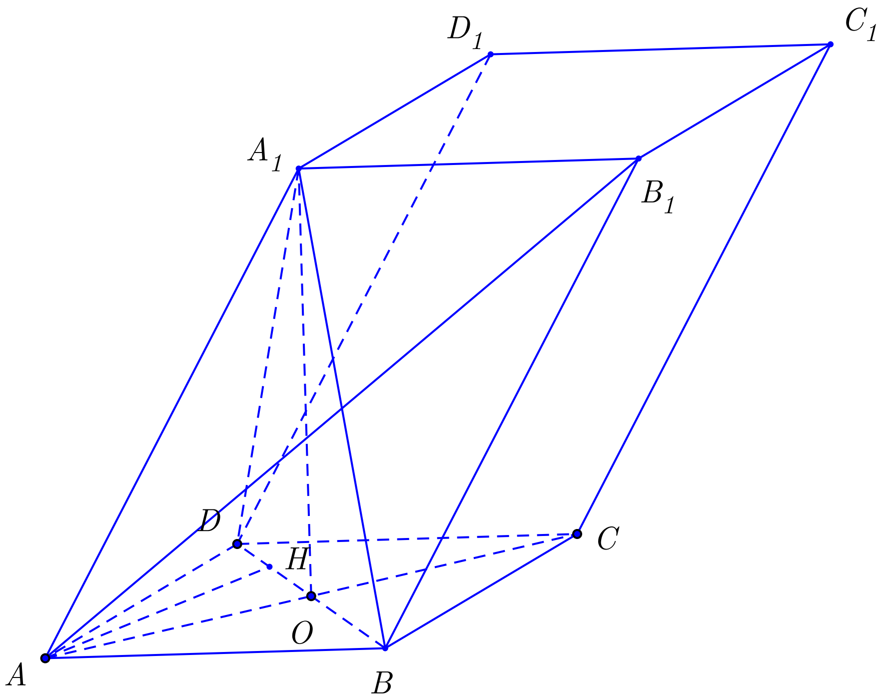
Vậy xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều là $P=\dfrac{144-6}{C_{18}^3}=\dfrac{23}{136}$.

Câu 39: Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên $\left(ABCD\right)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng $\left(A_1BD\right)$.

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



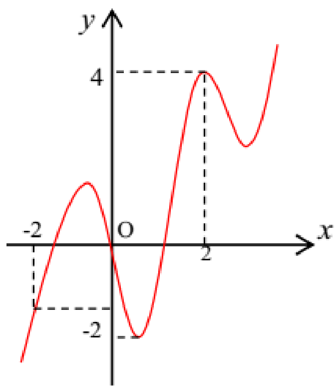
Ta có B_1A đi qua trung điểm của A_1B nên $d\left(B_1,\left(A_1BD\right)\right)=d\left(A,\left(A_1BD\right)\right)$.

Kẻ $AH\perp BD$ tại H.

Ta có $AH\perp BD$ và $AH\perp A_1O$ nên $AH=d\left(A,\left(A_1BD\right)\right)$.

Ta có $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AD^2}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x^3-3x^2+2\right)=m^2-3m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[1;3\right)$ là



A. $\left(1;\ 2\right)\cup\left[4;\ +\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right]\cup\left(2;4\right)$.

C. $\left(-1;1\right]\cup\left[2;4\right)$. **D.** $\left[-1;1\right)\cup\left(2;4\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $t=x^3-3x^2+2$.

Vì $1\le x<3\Rightarrow -2\le t<2$.

Phương trình $f\left(x^3-3x^2+2\right)=m^2-3m\Leftrightarrow f\left(t\right)=m^2-3m$ với $t\in\left[-2;2\right)$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow -2 \le m^2 - 3m < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 \ge 0 \\ m^2 - 3m - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < m \le 1 \\ 2 \le m < 4 \end{array}\right.$.

Câu 41: Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1,\ f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2 < f(5) < 3$. **B.** $4 < f(5) < 5$.

C. $3 < f(5) < 4$. **D.** $1 < f(5) < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1:

Với điều kiện bài toán ta có

$f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$ $\Leftrightarrow \dfrac{f'(x)}{f(x)} = \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \displaystyle\int \dfrac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \displaystyle\int \dfrac{\mathrm{d}\left(f'(x)\right)}{f(x)} = \dfrac{1}{3}\int (3x+1)^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}(3x+1) \Leftrightarrow \ln f(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt{3x+1} + C \Leftrightarrow f(x) = \mathrm{e}^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}+C}$.

Khi đó $f(1) = 1 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{\frac{4}{3}+C} = 1 \Leftrightarrow C = -\dfrac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \mathrm{e}^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}-\frac{4}{3}} \Rightarrow f(5) = \mathrm{e}^{\frac{4}{3}} \approx 3,79 \in (3;4)$.

Vậy $3 < f(5) < 4$.

***Chú ý*:** Các bạn có thể tính $\displaystyle\int \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{3x+1}}$ bằng cách đặt $t = \sqrt{3x+1}$.

Cách 2:

Với điều kiện bài toán ta có

$f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \dfrac{f'(x)}{f(x)} = \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \displaystyle\int_1^5 \dfrac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x = \int_1^5 \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_1^5 \dfrac{\mathrm{d}\left(f(x)\right)}{f(x)} = \dfrac{4}{3}$

$\Leftrightarrow \ln f(x)\Big|_1^5 = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow \ln\dfrac{f(5)}{f(1)} = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow f(5) = f(1).\mathrm{e}^{\frac{4}{3}} \approx 3,79 \in (3;4)$.

Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình: $\left(3^x + 2\right)\left(4^{x+1} - 8^{2x+1}\right) \le 0$

A. $[4; +\infty)$. **B.** $\left[-\dfrac{1}{4}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty; -\dfrac{1}{4}\right]$. **D.** $(-\infty; 4]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\left(3^x + 2\right)\left(4^{x+1} - 8^{2x+1}\right) \le 0 \Leftrightarrow 4^{x+1} - 8^{2x+1} \le 0$

$\Leftrightarrow 4.2^{2x} - 8.\left(2^{2x}\right)^3 \le 0 \Leftrightarrow -2.\left(2^{2x}\right)^3 + 2^{2x} \le 0 (*)$

Đặt $2^{2x} = t,\ t > 0$, suy ra bpt trở thành: $-2.t^3 + t \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \le t \le 0 \\ t \ge \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$

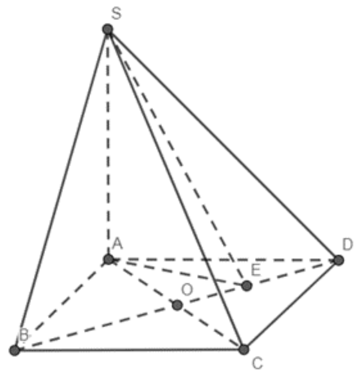
Giao với Đk $t > 0$ ta được: $t \ge \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2^{2x} \ge \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2^{2x} \ge 2^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 2x \ge -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x \ge -\dfrac{1}{4}$

Vậy tập nghiệm của BPT đã cho là $T = \left[-\dfrac{1}{4}; +\infty\right)$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$ và $AD=2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60^0.

A. $V=\dfrac{4a^3\sqrt{15}}{15}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{15}$.

Hướng dẫn giải



Chọn A

Kẻ $AE\perp BD$

$\left(\widehat{(SBD),(ABCD)}\right)=\widehat{SEA}=60^0$

Xét ΔABD vuông tại A

$$AE=\frac{AD.AB}{\sqrt{AD^2+AB^2}}=\frac{2a^2}{a\sqrt{5}}=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Xét ΔSAE vuông tại A

$$SA=AE.\tan 60^0=\frac{2a\sqrt{5}}{5}.\sqrt{3}=\frac{2a\sqrt{15}}{5}$$

Khi đó thể tích $S.ABCD$

$$V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{2a\sqrt{15}}{5}.2a^2=\frac{4a^3\sqrt{15}}{15}.$$

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): x-2y-z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt $(P),(Q)$ lần lượt tại B,C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điểm B thuộc mặt (P) nên $B(2c-b-1;b;c)$ vì $M(1;2;3)$ là trung điểm BC nên $C(3-2c+b;4-b;6-c)$. Do C thuộc mặt (Q) nên $3c-c-7=0\Leftrightarrow c=3b-7$. Khi đó $B(5b-15;b;3b-7)$, $C(-5b+17;4-b;13-3b)$. $\overrightarrow{BC}(-10b+32;-2b+4;-6b+20)$. ABC cân tại A nên $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AM}=0\Leftrightarrow 20b-60=0\Leftrightarrow b=3\Rightarrow B(0;3;2)$. Đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;3)$ và

$B(0;3;2)$ có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 45: Tính modun của số phức $w=b+ci$, $b,c\in\mathbb{R}$ biết số phức $\dfrac{i^8-1-2i}{1-i^7}$ là nghiệm của phương trình $z^2+bz+c=0$.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+) Đặt $z_o=\dfrac{i^8-1-2i}{1-i^7}$, ta có $\begin{cases} i^8=\left(i^2\right)^4=(-1)^4=1 \\ i^7=\left(i^2\right)^3.i=-i \end{cases}$

$\Rightarrow z_o=\dfrac{1-1-2i}{1+i}=\dfrac{-2i}{1+i}=\dfrac{-2i(1-i)}{1-i^2}=-1-i$.

+) z_o là nghiệm của đa thức $P(z)=z^2+bz+c$ $\Rightarrow \overline{z}_o$ là nghiệm còn lại của $P(z)$.

+) Ta có: $z_o+\overline{z}_o=-\dfrac{b}{a}=-b=-2\Rightarrow b=2$.

$z_o.\overline{z}_o=\dfrac{c}{a}\Rightarrow(-1-i)(-1+i)=c\Rightarrow c=2$

$\Rightarrow w=2+2i\Rightarrow|w|=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho số phức z thoả mãn $\dfrac{1+i}{z}$ là số thực và $|z-2|=m$ với $m\in\mathbb{R}$. Gọi m_0 là một giá trị của m để có đúng một số phức thoả mãn bài toán. Khi đó:

A. $m_0\in\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **B.** $m_0\in\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $m_0\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $m_0\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giả sử $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$.

Đặt: $w=\dfrac{1+i}{z}=\dfrac{1+i}{a+bi}=\dfrac{1}{a^2+b^2}\left[a+b+(a-b)i\right]=\dfrac{a+b}{a^2+b^2}+\dfrac{a-b}{a^2+b^2}i$.

w là số thực nên: $a=b$ (1).

Mặt khác: $|a-2+bi|=m\Leftrightarrow(a-2)^2+b^2=m^2$ (2).

Thay (1) vào (2) được: $(a-2)^2+a^2=m^2\Leftrightarrow 2a^2-4a+4-m^2=0$ (3).

Để có đúng một số phức thoả mãn bài toán thì PT (3) phải có nghiệm a duy nhất.

$\Leftrightarrow\Delta'=0\Leftrightarrow 4-2\left(4-m^2\right)=0\Leftrightarrow m^2=2\Leftrightarrow m=\sqrt{2}\in\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Trình bày lại

Giả sử $z=a+bi$, vì $z\neq 0$ nên $a^2+b^2>0$ $(*)$.

Đặt: $w=\dfrac{1+i}{z}=\dfrac{1+i}{a+bi}=\dfrac{1}{a^2+b^2}\left[a+b+(a-b)i\right]=\dfrac{a+b}{a^2+b^2}+\dfrac{a-b}{a^2+b^2}i$.

w là số thực nên: $a=b$ (1).Kết hợp $(*)$ suy ra $a=b\neq 0$.

Mặt khác: $|a-2+bi|=m\Leftrightarrow(a-2)^2+b^2=m^2$ (2).

Thay (1) vào (2) được: $(a-2)^2+a^2=m^2 \Leftrightarrow g(a)=2a^2-4a+4-m^2=0 \quad (3)$.

Để có đúng một số phức thoả mãn bài toán thì PT (3) phải có nghiệm $a\neq 0$ duy nhất.

Có các khả năng sau :

KN1 : PT (3) có nghiệm kép $a\neq 0$

ĐK: $\begin{cases}\Delta'=0\\ g(0)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-2=0\\ 4-m^2\neq 0\end{cases} \Rightarrow m=\sqrt{2}$.

KN2: PT (3) có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $a=0$

ĐK: $\begin{cases}\Delta'>0\\ g(0)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-2>0\\ 4-m^2=0\end{cases} \Rightarrow m=2$.

Từ đó suy ra $\exists m_0=\sqrt{2}\in\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2023$ và $\log_5(5x+5)-3y=125^y-x$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 1010.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\log_5(5x+5)+x=3y+125^y \Leftrightarrow 1+\log_5(x+1)+x=3y+5^{3y}$

Đặt $t=\log_5(x+1)\Rightarrow x=5^t-1$.

Khi đó: $1+\log_5(x+1)+x=3y+5^{3y} \Leftrightarrow t+5^t=3y+5^{3y}$.

Xét hàm đặc trưng: $f(v)=v+5^v$.

$\Rightarrow f'(v)=1+5^v\ln 5>0$ nên hàm số $f(v)=v+5^v$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó: $t+5^t=3y+5^{3y} \Leftrightarrow t-3y \Leftrightarrow \log_5(x+1)=3y \Leftrightarrow x+1=5^{3y} \Leftrightarrow x+1=125^y$.

Theo giả thiết:

$0\le x\le 2023 \Leftrightarrow 1\le x+1\le 2024 \Leftrightarrow 1\le 125^y\le 2024 \Leftrightarrow 0\le y\le \log_{125}2023\approx 1,58$

Chọn $y=0\Rightarrow x=0$ và $y=1\Rightarrow x=124$.

Vậy có 2 cặp số nguyên $(x;y)$ là $(0;0);(1;124)$ thỏa mãn.

Câu 48: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x+2y-2z-4=0$ và $(\beta):2x-2y-z+1=0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn $AB=8$ khi:

A. $m=12$. **B.** $m=-10$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình $(S):x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow m<13$.

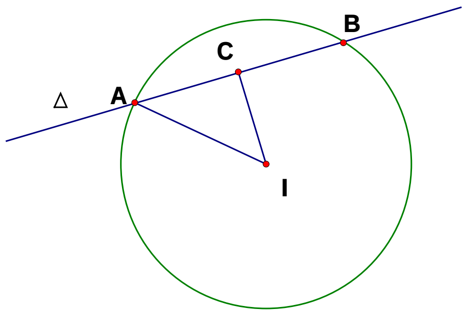
Khi đó (S) có tọa độ tâm $I(-2;3;0)$ bán kính $R=\sqrt{13-m}$.

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm bất kỳ thuộc Δ.

$\Rightarrow$ Tọa độ M thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x+2y-2z-4=0 \\ 2x-2y-z+1=0 \end{cases}$.

Đặt $y=t$ ta có: $\begin{cases} x-2z=4-2t \\ 2x-z=-1+2t \end{cases}$ $\begin{cases} x=-2+3t \\ z=-3+2t \end{cases}$ $\Rightarrow \Delta$ có phương trình tham số: $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=\quad\quad t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

$\Rightarrow \Delta$ đi qua điểm $N(-2;0;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;1;2)$.



Giả sử mặt cầu (S) cắt Δ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=8$ .Gọi (C) là đường tròn lớn chứa đường thẳng Δ. Khi đó $IC^2=R^2-AC^2=13-m-4^2=-m-3$.

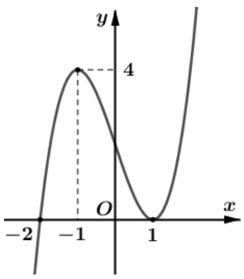
$\overrightarrow{IN}=(0;-3;-3)$, $\left[\overrightarrow{IN},\vec{u}\right]=(-3;-6;6) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{IN},\vec{u}\right]\right|=9$, $|\vec{u}|=3$.

$d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3$.

Vậy mặt cầu (S) cắt Δ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=8$.

$\Leftrightarrow -m-3=9 \Leftrightarrow m=-12$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)<0$, đồng thời đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f^2(x)$ là

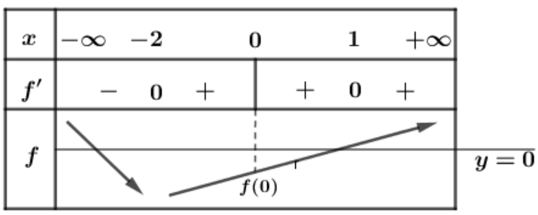
A. 4. . **B.** 3. . **C.** 1. . **D.** 2. .

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \quad (\text{nghiem kep}) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$



Xét $g'(x)=2f'(x)f(x)$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=0 \end{array}\right. \xleftrightarrow{\text{theo BBT } f(x)} \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \ \text{(nghiem kep)} \\ x=a(a<-2) \\ x=b(b>0) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		a		-2		b		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Chú ý: Dấu của $g'(x)$ được xác định như sau: Ví dụ chọn $x=0\in(-2;b)$

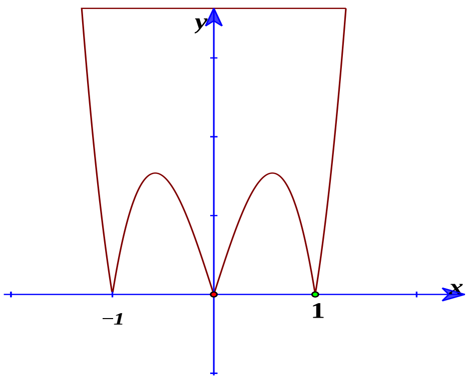
☐ $x=0 \xrightarrow{\text{theo do thi } f'(x)} f'(0)>0.$ (1)

☐ Theo giả thiết $f(0)<0.$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $g'(0)<0$ trên khoảng $(-2;b)$.

Nhận thấy $x=-2;\ x=a;\ x=b$ là các nghiệm đơn nên $g'(x)$ đổi dấu khi qua các nghiệm này. Nghiệm $x=1$ là nghiệm kép nên $g'(x)$ không đổi dấu khi qua nghiệm này, trong bảng biến thiên ta bỏ qua nghiệm $x=1$ vẫn không ảnh hưởng đến quá trình xét dấu của $g'(x)$..

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a>0)$ có đồ thị (C), đồ thị hàm số $y=|f'(x)|$ như hình vẽ. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $\left(\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{-8\sqrt{3}}{9}\right)$. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành?

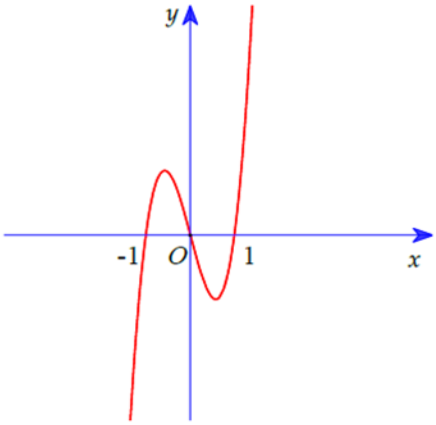


A. $\frac{7}{15}$.. **B.** $\frac{14}{15}$.. **C.** $\frac{8}{15}$.. **D.** $\frac{16}{15}$..

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ đồ thị của hàm số $y=|f'(x)|$ và $a>0$ ta dễ dàng có được đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như sau:



Ta có

$f'(x) = 4ax^3 + 2bx$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(1;0), \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}; \dfrac{-8\sqrt{3}}{9}\right)$ ta tìm được $a = 1; b = -2 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f(x) = x^4 - 2x^2 + C$.

Do (C) tiếp xúc với trục hoành nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm 1$. Do (C) đối xứng qua trục tung nên (C)tiếp xúc với trục hoành tại 2 điểm $(1;0), (-1;0)$.

Do đó: $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C)với trục hoành: $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

$S = \int_{-1}^{1} \left| x^4 - 2x^2 + 1 \right| dx = \dfrac{16}{15}$.