SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THPT CHUYÊN VÀ PTDTNT TỈNH
NĂM HỌC 2024 - 2025

Môn thi: Toán (chuyên Tin học)
Thời gian: 150 phút (*không kể thời gian giao đề*)
Khóa thi ngày: 04 - 06/6/2024

Câu 1. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $P=\left(\frac{3}{\sqrt{x}-1}-\frac{3}{\sqrt{x}}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}\right)$ với điều kiện $x>0, x\neq 1, x\neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P<-3$.

Câu 2. (1,5 điểm)

a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên $(x;y)$ của phương trình $6xy-3x+2y-8=0$.

b) Cho $A=(9m+2024n).(2024m+9n)$ với m và n là hai số nguyên dương. Chứng minh rằng nếu A chia hết cho 19 thì A có ít nhất một ước số là số chính phương khác 1.

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3\sqrt{x}+\sqrt{y+1}=5\\ \sqrt{x}+\sqrt{y+1}=3\end{cases}$.

b) Giải phương trình $x^2-x+2=2\sqrt{x+1}(1-x)$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Trên cùng mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=3x+3m-1$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thoả mãn $x_1^2+x_2^2+|x_1x_2|=10$.

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tứ giác $ABCD$ có hai cặp cạnh đối không song song và tứ giác đó nội tiếp đường tròn (O) có đường kính AB. Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng AB và CD, F là giao điểm của hai đường thẳng AD và BC. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB và cắt đường thẳng AB tại H.

a) Chứng minh tứ giác $BCIH$ nội tiếp một đường tròn.

b) Đường tròn ngoại tiếp tam giác BCE cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác CDF tại điểm thứ hai là M. Chứng minh ba điểm E, M, F thẳng hàng.

c) Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng CH và BI. Chứng minh $BN.DN=IN(BD+BN)$.

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho ba số dương x, y, z thoả mãn $x^2+y^2+z^2=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x^2}{1+y-x}+\frac{y^2}{1+z-y}+\frac{z^2}{1+x-z}\geq 1.$$

---------- HẾT ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
Họ và tên thí sinh: ………………………………….. Số báo danh: ……........

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH QUẢNG NAM	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN VÀ PTDTNT TỈNH NĂM HỌC 2024 - 2025
HDC CHÍNH THỨC *(Hướng dẫn chấm có 06 trang)*	**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN (CHUYÊN TIN)**

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1.	Cho biểu thức $P=\left(\frac{3}{\sqrt{x}-1}-\frac{3}{\sqrt{x}}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}\right)$ với điều kiện $x>0,\ x\neq 1,\ x\neq 4$. a) Rút gọn biểu thức P. b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P<-3$.	**1,5**
1a	$P=\left[\frac{3\sqrt{x}-3\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right]:\left[\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}\right]$	0,25
	$=\frac{3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}:\frac{x-1-x+4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$	0,25
	$=\frac{3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}.\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{3}$	0,25
	$=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$	0,25
1b	$P<-3\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}<-3\Leftrightarrow\sqrt{x}-2<-3\sqrt{x}\Leftrightarrow\sqrt{x}<\frac{1}{2}$ (vì $x>0$)	0,25
	$\Leftrightarrow x<\frac{1}{4}$. Kết hợp điều kiện ban đầu ta được: $0<x<\frac{1}{4}$.	0,25

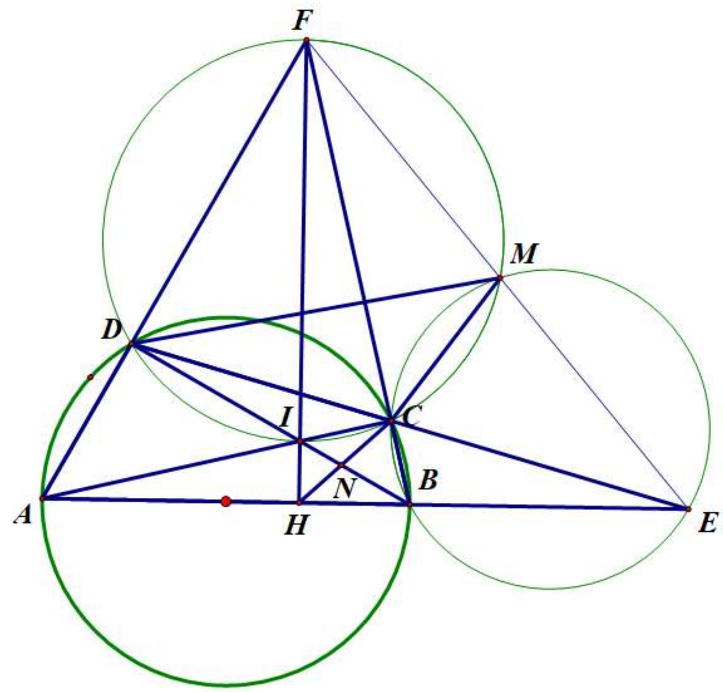
Câu 2.	a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên $(x;y)$ của phương trình $6xy-3x+2y-8=0$. b) Cho $A=(9m+2024n).(2024m+9n)$ với m và n là hai số nguyên dương. Chứng minh rằng nếu A chia hết cho 19 thì A có ít nhất một ước số là số chính phương khác 1.	**1,5**
2a	$6xy-3x+2y-8=0\Leftrightarrow 6xy-3x+2y-1=7\Leftrightarrow(2y-1).(3x+1)=7$	0,25
	Kẻ bảng các trường hợp <table><tr><td>$3x+1$</td><td>-7</td><td>-1</td><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>$2y-1$</td><td>-1</td><td>-7</td><td>7</td><td>1</td></tr></table>	0,25

	Giải các trường hợp trên với $(x;y)$ là cặp số nguyên, ta được các nghiệm của phương trình đã cho là: $(0;4)$ và $(2;1)$.	0,25
2b	Giả sử $(9m+2024n).(2024m+9n)\vdots 19 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}(9m+2024n)\vdots 19\\(2024m+9n)\vdots 19\end{array}\right.$, vì 19 là số nguyên tố.	0,25
	Trường hợp 1: $(9m+2024n)\vdots 19$ Vì $(9m+2024n)+(2024m+9n)=2033(m+n)=19.107(m+n)\vdots 19$ nên $(2024m+9n)\vdots 19$ Do đó, $(9m+2024n).(2024m+9n)\vdots(19.19)$ hay $A\vdots 19^2$.	0,25
	Trường hợp 2: $(2024m+9n)\vdots 19$, tương tự ta cũng thu được $(9m+2024n).(2024m+9n)\vdots 19^2$ Vậy nếu A chia hết cho 19 thì A có ít nhất một ước số là số chính phương khác 1.	0,25

Câu 3. a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3\sqrt{x}+\sqrt{y+1}=5\\ \sqrt{x}+\sqrt{y+1}=3\end{cases}$. b) Giải phương trình $x^2-x+2=2\sqrt{x+1}(1-x)$.		**1,5**
3a	Điều kiện: $\begin{cases}x\ge 0\\ y+1\ge 0\end{cases}$. Khi đó $\begin{cases}3\sqrt{x}+\sqrt{y+1}=5\\ \sqrt{x}+\sqrt{y+1}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\sqrt{x}=2\\ \sqrt{x}+\sqrt{y+1}=3\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x}=1\\ \sqrt{y+1}=2\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y+1=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=3\end{cases}$ (thoả điều kiện). Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm $(x;y)$ duy nhất là $(1;3)$.	0,25
3b	Điều kiện: $x+1\ge 0$. (*) $x^2-x+2=2\sqrt{x+1}(1-x)\Leftrightarrow x^2+2x\sqrt{x+1}=x+2\sqrt{x+1}-2$ $\Leftrightarrow x^2+2x\sqrt{x+1}+(x+1)=x+2\sqrt{x+1}+(x+1)-2$ $\Leftrightarrow\left(x+\sqrt{x+1}\right)^2=2\left(x+\sqrt{x+1}\right)-1$	0,25
	$\Leftrightarrow\left(x+\sqrt{x+1}\right)^2-2\left(x+\sqrt{x+1}\right)+1=0\Leftrightarrow\left(x+\sqrt{x+1}-1\right)^2=0\Leftrightarrow\sqrt{x+1}=1-x$	0,25

<table>
<tr><td></td><td>$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x\ge 0 \\ x+1=(1-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 1 \\ x^2-3x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=0$ (thoả điều kiện (*)).
Vậy phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $x=0$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Câu 4.
Trên cùng mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=3x+3m-1$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thoả mãn $x_1^2+x_2^2+|x_1x_2|=10$.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td></td><td>Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^2=3x+3m-1 \Leftrightarrow x^2+3x+3m-1=0$ (1)
để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì điều kiện là phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$, hay $\Delta=3^2-4(3m-1)>0 \Leftrightarrow -12m+13>0 \Leftrightarrow m<\frac{13}{12}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Khi đó, theo định lí Vi-ét ta có:
$\begin{cases} x_1+x_2=-3 & (2) \\ x_1.x_2=3m-1 & (3) \end{cases}$.
Theo đề, $x_1^2+x_2^2+|x_1x_2|=10 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2+|x_1x_2|=10$ (4)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Thay (2) và (3) vào (4) ta được:
$(-3)^2-2(3m-1)+|3m-1|=10 \Leftrightarrow |3m-1|=6m-1$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>$\Leftrightarrow \begin{cases} 6m-1\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} 3m-1=6m-1 \\ 3m-1=-(6m-1) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \frac{1}{6} \\ \left[\begin{array}{l} 3m=0 \\ 9m=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \frac{1}{6} \\ \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\frac{2}{9} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{2}{9}$.
So sánh điều kiện ta được $m=\frac{2}{9}$ là giá trị cần tìm.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

Câu 5.		
Cho tứ giác $ABCD$ có hai cặp cạnh đối không song song và tứ giác đó nội tiếp đường tròn (O) có đường kính AB. Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng AB và CD, F là giao điểm của hai đường thẳng AD và BC. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB và cắt đường thẳng AB tại H. a) Chứng minh tứ giác $BCIH$ nội tiếp một đường tròn. b) Đường tròn ngoại tiếp tam giác BCE cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác CDF tại điểm thứ hai là M. Chứng minh ba điểm E, M, F thẳng hàng. c) Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng CH và BI. Chứng minh $BN.DN = IN(BD + BN)$.		3,5
5a	 Hình vẽ phục vụ giải câu 5a): 0,5	0,5
	Ta có: $\widehat{IHB} = 90°$ (vì $IH \perp AB$) $\widehat{ICB} = 90°$ (vì C thuộc nửa đường tròn (O))	0,25 0,25
	Tứ giác $BCIH$ có $\widehat{IHB} + \widehat{ICB} = 90° + 90° = 180°$ nên nội tiếp được đường tròn.	0,25
5b	$\widehat{DMC} = \widehat{AFB}$ (cùng chắn cung DC của đường tròn ngoại tiếp tam giác DFC) $\widehat{CME} = \widehat{ABF}$ (cùng bù với $\widehat{CBE}$) $\widehat{FMD} = \widehat{DCF}$ (cùng chắn cung DF của đường tròn ngoại tiếp tam giác DFC) và $\widehat{DCF} = \widehat{FAB}$ (cùng bù với $\widehat{DCB}$) Suy ra $\widehat{FMD} = \widehat{FAB}$	0,25 0,25 0,25

	Có: $\widehat{FME}=\widehat{FMD}+\widehat{DMC}+\widehat{CME}=\widehat{FAB}+\widehat{AFB}+\widehat{ABF}=180^\circ$ (tổng ba góc trong của tam giác) Nên E,M,F thẳng hàng.	0,25
5c	Ta có: $\widehat{ICH}=\widehat{DBA}$ (cùng chắn cung IH của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCIH$) $\widehat{DCA}=\widehat{DBA}$ (cùng chắn cung AD của đường tròn (O))	0,25
	Suy ra $\widehat{DCA}=\widehat{ICH}$. Do đó, CI là đường phân giác trong của tam giác CDN .	0,25
	Vì $CI\perp CB$ nên CB là đường phân giác ngoài của tam giác CDN .	0,25
	Từ đó, ta có $\frac{ID}{IN}=\frac{BD}{BN}=\frac{CD}{CN}$.	0,25
	Suy ra $\frac{ID}{IN}=\frac{BD}{BN}\Leftrightarrow BD.IN=BN.ID\Leftrightarrow BD.IN=BN.(DN-IN)$ $\Leftrightarrow BN.DN=BD.IN+BN.IN\Leftrightarrow BN.DN=IN(BD+BN)$	0,25

Câu 6. Cho ba số dương $x,\ y,\ z$ thoả mãn $x^2+y^2+z^2=1$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{1+y-x}+\frac{y^2}{1+z-y}+\frac{z^2}{1+x-z}\ge 1.$		**1,0**
	Từ giả thiết suy ra $0<x<1,\ 0<y<1,\ 0<z<1$. Ta có: $\frac{x^2}{1+y-x}\ge\frac{x^2\left[1-(y-x)^2\right]}{1+y-x}=\frac{x^2(1-y+x)(1+y-x)}{1+y-x}=x^2(1-y+x)=x^2-x^2y+x^3$ (vì $1\ge 1-(y-x)^2$) Tương tự: $\frac{y^2}{1+z-y}\ge y^2-y^2z+y^3$ $\frac{z^2}{1+x-z}\ge z^2-z^2x+z^3$	0,25
	Do đó: $\frac{x^2}{1+y-x}+\frac{y^2}{1+z-y}+\frac{z^2}{1+x-z}\ge x^3+y^3+z^3-x^2y-y^2z-z^2x+1$ (vì $x^2+y^2+z^2=1$).	0,25

	Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương, ta có: $x^3+x^3+y^3 \ge 3\sqrt[3]{x^3x^3y^3}=3x^2y$ Tương tự: $y^3+y^3+z^3 \ge 3y^2z$ $z^3+z^3+x^3 \ge 3z^2x$	0,25
	Suy ra $3x^3+3y^3+3z^3 \ge 3x^2y+3y^2z+3z^2x$ $\Leftrightarrow x^3+y^3+z^3 \ge x^2y+y^2z+z^2x$ $\Leftrightarrow x^3+y^3+z^3-x^2y-y^2z-z^2x \ge 0$ Vậy $\dfrac{x^2}{1+y-x}+\dfrac{y^2}{1+z-y}+\dfrac{z^2}{1+x-z} \ge 1$. Dấu "=" xảy ra khi $x=y=z=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.	0,25

..........HẾT..........

**** Lưu ý:***

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong hướng dẫn chấm nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

*** Cách 2 câu 3b.**

Giải phương trình $x^2-x+2=2\sqrt{x+1}(1-x)$.		**0,75**
	Đặt $t=\sqrt{x+1}$, $t \ge 0$ thì $t^2=x+1 \Leftrightarrow x=t^2-1$. Phương trình đã cho trở thành $(t^2-1)^2-(t^2-1)+2=2t\left[1-(t^2-1)\right]$ $\Leftrightarrow t^4-3t^2+4=-2t^3+4t$ $\Leftrightarrow t^4+2t^3-3t^2-4t+4=0 \quad (1)$	0,25
	$\Leftrightarrow (t-1)(t^3+3t^2-4)=0 \Leftrightarrow (t-1)(t-1)(t^2+4t+4)=0$ $\Leftrightarrow (t-1)^2(t+2)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2 \end{array}\right.$ So sánh điều kiện $t \ge 0$ ta được $t=1$ là nghiệm của phương trình (1) .	0,25
	Với $t=1$ thì $\sqrt{x+1}=1 \Leftrightarrow x+1=1 \Leftrightarrow x=0$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.	0,25