SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH QUẢNG NAM	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Môn thi: TOÁN** **Thời gian: 150 phút** (*không kể thời gian giao đề*) **Khóa thi ngày: 12/4/2024**

Câu 1. (4,5 điểm)

a) Cho biểu thức $A = \dfrac{2x - 8\sqrt{x} + 3}{x + \sqrt{x} - 6} + \dfrac{\sqrt{x - 2\sqrt{x} + 1}}{\sqrt{x} - 2} - \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$, với $x > 4$.

Rút gọn biểu thức A và tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn $A \geq \dfrac{x - \sqrt{x}}{12}$.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^3 + \dfrac{x^2}{2} + 2xy - 2x + y - 4 = 0$.

Câu 2. (4,5 điểm)

a) Giải phương trình $\dfrac{3x}{\sqrt{3x+1} + 1} = \sqrt{x+4}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+1)(2y+1) + x + 2 = 0 \\ 4xy^2 + 4y^2 + 4xy - x - 2y - 6 = 0 \end{cases}$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H. Đường tròn đường kính AC cắt đoạn thẳng BH tại M. Trên đoạn thẳng HC lấy điểm N sao cho $AM = AN$.

a) Chứng minh $EB.EH = ED.EF$.

b) Chứng minh N thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

Câu 4. (4,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) có hai đường cao AE, BD cắt nhau tại H. Đường trung trực của đoạn thẳng DH cắt AE tại M, cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại P và Q (P nằm giữa M và Q).

a) Chứng minh MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.

b) Chứng minh $\widehat{APM} + \widehat{AQM} = \widehat{CBD}$.

c) Đường thẳng AQ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại F (F khác Q). Chứng minh $\widehat{APB} = \widehat{FPB}$.

Câu 5. (4,0 điểm)

a) Cho p là số nguyên tố. Tìm tất cả các số nguyên dương b sao cho nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - bx + bp = 0$ là số nguyên.

b) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xy\left(x^2 + y^2 - \dfrac{1}{z}\right) + yz\left(y^2 + z^2 - \dfrac{1}{x}\right) + zx\left(z^2 + x^2 - \dfrac{1}{y}\right)$.

---------- HẾT ----------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
- Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.
- Họ và tên thí sinh:..; Số báo danh..........................

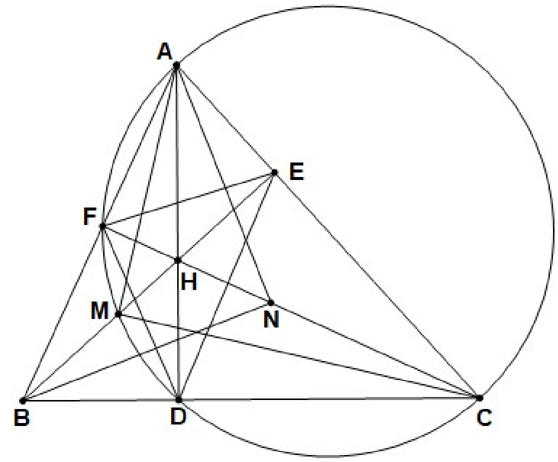
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH QUẢNG NAM	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS NĂM HỌC 2023 - 2024
HDC CHÍNH THỨC	**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN**

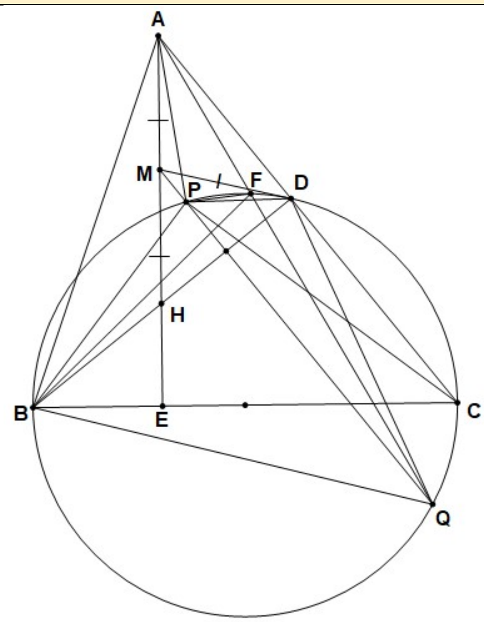
(Hướng dẫn chấm có 08 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (4,5 đ)	a) Cho biểu thức $A=\frac{2x-8\sqrt{x}+3}{x+\sqrt{x}-6}+\frac{\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$, với $x>4$. Rút gọn biểu thức A và tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn $A\ge\frac{x-\sqrt{x}}{12}$.	**2,5**
	Ta có: $\frac{2x-8\sqrt{x}+3}{x+\sqrt{x}-6}=\frac{2x-8\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ và $\frac{\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$ $A=\frac{2x-8\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,5
	$=\frac{2x-8\sqrt{x}+3+\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)-2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$	0,25
	$=\frac{2x-8\sqrt{x}+3+x+3\sqrt{x}-\sqrt{x}-3-2x+4\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$	0,25
	$=\frac{x-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,5
	$A\ge\frac{x-\sqrt{x}}{12}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}\ge\frac{x-\sqrt{x}}{12}\Leftrightarrow\frac{1}{\sqrt{x}+3}\ge\frac{\sqrt{x}-1}{12}$	0,25
	$\Leftrightarrow 12\ge\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)$ $\Leftrightarrow x+2\sqrt{x}-15\le 0$	0,25
	$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+5\right)\le 0$ $\Leftrightarrow\sqrt{x}-3\le 0$ $\Leftrightarrow x\le 9$ Kết hợp với $x>4$ suy ra các số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $5;6;7;8;9$.	0,5

	b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^3+\frac{x^2}{2}+2xy-2x+y-4=0$.	**2,0**
	Giả sử tồn tại cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^3+\frac{x^2}{2}+2xy-2x+y-4=0 \quad (1)$ $(1)\Leftrightarrow 2x^3+x^2+4xy-4x+2y-8=0$ $\Leftrightarrow x^2(2x+1)+2y(2x+1)-2(2x+1)=6$	0,25
	$\Leftrightarrow (2x+1)(x^2+2y-2)=6$	0,25
	Suy ra số nguyên $2x+1$ là ước của 6. Do $2x+1$ không chia hết cho 2 nên $2x+1\in\{3;-3;1;-1\}$.	0,25
	Trường hợp 1: $\begin{cases}2x+1=3\\x^2+2y-2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\2y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=\frac{3}{2}\notin\mathbb{Z}\end{cases}$ (loại).	0,25
	Trường hợp 2: $\begin{cases}2x+1=-3\\x^2+2y-2=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\2y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}$ (thỏa mãn (1)).	0,25
	Trường hợp 3: $\begin{cases}2x+1=1\\x^2+2y-2=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\2y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=4\end{cases}$ (thỏa mãn (1)).	0,25
	Trường hợp 4: $\begin{cases}2x+1=-1\\x^2+2y-2=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\2y=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=\frac{-5}{2}\notin\mathbb{Z}\end{cases}$ (loại).	0,25
	Vậy có hai cặp số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán: $(x;y)=(-2;-2)$, $(x;y)=(0;4)$.	0,25

Câu 2 (4,5 đ)	a) Giải phương trình $\dfrac{3x}{\sqrt{3x+1}+1}=\sqrt{x+4}\quad(1)$	**2,0**
	Điều kiện: $\begin{cases}3x+1\ge 0\\ x+4\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge -\dfrac{1}{3}$.	0,25
	Phương trình (1) tương đương với $\dfrac{\left(\sqrt{3x+1}\right)^2-1^2}{\sqrt{3x+1}+1}=\sqrt{x+4}$ $\Leftrightarrow \dfrac{\left(\sqrt{3x+1}+1\right)\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{\sqrt{3x+1}+1}=\sqrt{x+4}$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}-1=\sqrt{x+4}$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}=\sqrt{x+4}+1 \quad \Leftrightarrow \left(\sqrt{3x+1}\right)^2=\left(\sqrt{x+4}+1\right)^2 \quad \Leftrightarrow \sqrt{x+4}=x-2$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases}x-2\ge 0\\ x+4=(x-2)^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 2\\ x^2-5x=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 2\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=5\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=5$ (nhận)	0,5
	Vậy phương trình đã cho có một nghiệm: $x=5$.	0,25
	b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2(x+1)(2y+1)+x+2=0\\ 4xy^2+4y^2+4xy-x-2y-6=0\end{cases}\quad(1)$	**2,5**
	Hệ PT (1) tương đương với $\begin{cases}2(x+1)(2y+1)+(x+1)+1=0\\ \left(4xy^2+4y^2\right)+(4xy+4y)+(x+1)-2x-6y-7=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}2(x+1)(2y+1)+(x+1)+1=0\\ 4y^2(x+1)+4y(x+1)+(x+1)-2(x+1)-3(2y+1)-2=0\end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases}2(x+1)(2y+1)+(x+1)+1=0\\ (x+1)(2y+1)^2-2(x+1)-3(2y+1)-2=0\end{cases}$	0,25
	Đặt $a=x+1,\ b=2y+1$, ta có hệ: $\begin{cases}2ab+a+1=0\\ ab^2-2a-3b-2=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}2ab+(a+1)=0\\ ab^2-2(a+1)-3b=0\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases}2ab+a+1=0\\ ab^2+4ab-3b=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}2ab+a+1=0\\ \left[\begin{array}{l}b=0\\ ab+4a-3=0\end{array}\right.\end{cases}$	0,25
	$\begin{cases}2ab+a+1=0\\ b=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=0\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}x=-2\\ y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$ (thỏa mãn (1))	0,5
	$\begin{cases}2ab+a+1=0\\ ab+4a-3=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=-1\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}x=0\\ y=-1\end{cases}$ (thỏa mãn (1))	0,5
	Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm: $\begin{cases}x=-2\\ y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}, \begin{cases}x=0\\ y=-1\end{cases}$.	0,25

Câu 3 (3,0 đ)	Cho tam giác nhọn $ABC\left(AB<AC\right)$ có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H. Đường tròn đường kính AC cắt đoạn thẳng BH tại M. Trên đoạn thẳng HC lấy điểm N sao cho $AM=AN$.	**3,0**
	a) Chứng minh $EB.EH=ED.EF$	**1,5**
	 *(Hình vẽ phục vụ* ***<u>câu a</u>: 0,25 điểm****)*	0,25
	Ta có: $\widehat{BED}=\widehat{BAD}$ (vì tứ giác ABDE nội tiếp) $\widehat{FEH}=\widehat{BAD}$ (vì tứ giác AEHF nội tiếp)	0,25
	Suy ra $\widehat{BED}=\widehat{FEH}$ (1)	0,25
	Ta có: $\widehat{EBD}=\widehat{EFH}$ (2) (vì tứ giác BCEF nội tiếp).	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra ΔEBD và ΔEFH đồng dạng.	0,25
	Do đó: $\dfrac{EB}{EF}=\dfrac{ED}{EH}\Leftrightarrow EB.EH=ED.EF$.	0,25
	b) Chứng minh N thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.	**1,5**
	Ta có: $AN^2=AM^2=AE.AC$ (3) (vì ΔAMC vuông tại M có đường cao ME)	0,25
	Ta có: $\widehat{EAF}=\widehat{BAC}$, $\widehat{AEF}=\widehat{ABC}$ (vì tứ giác BCEF nội tiếp) Suy ra ΔAEF và ΔABC đồng dạng.	0,25
	Do đó $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AC}\Leftrightarrow AE.AC=AF.AB$ (4)	0,25
	Từ (3) và (4) suy ra $AN^2=AF.AB\Rightarrow\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{AF}{AN}$.	0,25
	Lại có $\widehat{NAB}=\widehat{FAN}$ nên ΔABN và ΔANF đồng dạng, suy ra $\widehat{ANB}=\widehat{AFN}=90°$.	0,25
	Do đó N thuộc đường tròn đường kính AB, hay N thuộc đường tròn ngoại tiếp ΔABD.	0,25

	Cho tam giác nhọn $ABC\left(AB < AC\right)$ có hai đường cao AE, BD cắt nhau tại H. Đường trung trực của đoạn thẳng DH cắt AE tại M, cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại P và Q (P nằm giữa M và Q).	**4,0**
	a) Chứng minh MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.	**1,5**
	 *(Hình vẽ phục vụ **<u>câu a</u>: 0,25 điểm**)*	0,25
	Vì M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng DH và ΔADH vuông tại D nên $MD = MH = MA = \dfrac{AH}{2}$. Suy ra $\widehat{MDH} = \widehat{MHD}$ (1)	0,5
	Vì tứ giác CDHE nội tiếp nên $\widehat{BCD} = \widehat{MHD}$ (2)	0,25
Câu 4 (4,0 đ)	Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{MDH} = \widehat{BCD}$ hay $\widehat{MDB} = \widehat{BCD} = \dfrac{1}{2}$sđ$\overparen{DPB}$. Hơn nữa, cung bị chắn bởi dây DB là $\overparen{DPB}$ nằm bên trong góc $\widehat{MDB}$. Vậy MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.	0,5
	b) Chứng minh $\widehat{APM} + \widehat{AQM} = \widehat{CBD}$.	**1,5**
	Ta có: $\widehat{MDP} = \widehat{MQD}$ (vì MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔBCD) $\widehat{DMP} = \widehat{QMD}$ Suy ra ΔMPD và ΔMDQ đồng dạng.	0,5
	Do đó $\dfrac{MP}{MD} = \dfrac{MD}{MQ}$, mà $MD = MA$ nên $\dfrac{MP}{MA} = \dfrac{MA}{MQ}$.	0,25
	Ta lại có $\widehat{PMA} = \widehat{AMQ}$ nên ΔPMA và ΔAMQ đồng dạng, suy ra $\widehat{PAM} = \widehat{AQM}$.	0,25
	Do đó $\widehat{APM} + \widehat{AQM} = \widehat{APM} + \widehat{PAM} = \widehat{HMQ}$	0,25
	$= 90° - \widehat{MHD} = 90° - \widehat{EHB}$ $= \widehat{CBD}$	0,25

	c) Đường thẳng AQ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại F (F khác Q). Chứng minh $\widehat{APB} = \widehat{FPB}$.	**1,0**
	*(Hình vẽ phục vụ **câu c**: **0,25 điểm**)*	0,25
	$\widehat{APB} + \widehat{AQB} = \widehat{APM} + \widehat{MPB} + \widehat{AQM} + \widehat{MQB}$ $= \left(\widehat{APM} + \widehat{AQM}\right) + \widehat{MPB} + \widehat{MQB}$ $= \widehat{CBD} + 180° - \widehat{QPB} + \widehat{PQB}$ (theo kết quả câu *b)*) $= \widehat{CBD} + 180° - \widehat{QDB} + \widehat{PCB}$	0,25
	$= \widehat{CBD} + 180° - \left(90° - \widehat{QDC}\right) + \left(\widehat{BCD} - \widehat{DCP}\right)$ $= \widehat{CBD} + 180° - \left(90° - \widehat{DQP}\right) + \left(\widehat{BCD} - \widehat{DQP}\right)$ $= \widehat{CBD} + 90° + \widehat{BCD}$ $= 180°$ (3)	0,25
	Vì tứ giác BPFQ nội tiếp nên $\widehat{FPB} + \widehat{AQB} = 180°$ (4) Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{APB} = \widehat{FPB}$.	0,25

Một cách khác chứng minh $\widehat{APB} + \widehat{AQB} = 180°$ như sau:

Ta có: $\widehat{DBP} = \widehat{DCP} = \widehat{DQP} = \widehat{CDQ} = \widehat{CBQ} = \widehat{CPQ}$ (vì $PQ \,//\, CD$)

$\widehat{MPB} = \widehat{PBQ} + \widehat{PQB}$ (vì $\widehat{MPB}$ là góc ngoài của tam giác BPQ)

$\widehat{APM} + \widehat{AQM} = \widehat{CBD}$ (theo kết quả câu *b)*)

$$\begin{aligned}
\widehat{APB} + \widehat{AQB} &= \widehat{APM} + \widehat{MPB} + \widehat{AQM} + \widehat{MQB} \\
&= \left(\widehat{APM} + \widehat{AQM}\right) + \widehat{MPB} + \widehat{MQB} \\
&= \widehat{CBD} + \widehat{PBQ} + \widehat{PQB} + \widehat{PCB} \\
&= \widehat{CBD} + \widehat{PBD} + \widehat{DBC} + \widehat{CBQ} + \widehat{PCB} + \widehat{PCB} \\
&= 2\widehat{CBD} + \widehat{PCD} + \widehat{PCD} + 2\widehat{PCB} \\
&= 2\left(\widehat{CBD} + \widehat{PCD} + \widehat{PCB}\right) \\
&= 2\left(\widehat{CBD} + \widehat{BCD}\right) \\
&= 2.90° = 180°.
\end{aligned}$$

Câu 5 **(4,0 đ)**	a) Cho số nguyên tố p. Tìm tất cả các số nguyên dương b sao cho nghiệm của phương trình bậc hai $x^2-bx+bp=0$ là số nguyên.	**2,0**
	Giả sử tồn tại số nguyên dương b để phương trình $x^2-bx+bp=0$ có hai nghiệm nguyên x_1,x_2. Ta có: $x_1+x_2=b,\ x_1x_2=bp$. Vì $b,p>0$ nên $x_1>0, x_2>0$.	0,25
	Vì p là số nguyên tố nguyên tố và $x_1x_2=bp$ nên $x_1 \vdots p$ hoặc $x_2 \vdots p$.	0,25
	Giả sử $x_1 \vdots p \Rightarrow x_1=pc$ (c nguyên dương); $x_2=b-x_1=b-pc$. $x_1x_2=bp \Leftrightarrow pc(b-pc)=bp \Leftrightarrow c(b-pc)=b \Leftrightarrow b(c-1)=pc^2$ (1) $\Rightarrow b=\dfrac{pc^2}{c-1}$ (2) (với $c>1$, vì $c=1$ không thỏa mãn (1))	0,5
	Ta có: $(c,c-1)=1 \Rightarrow (c^2,c-1)=1$, mà $pc^2 \vdots (c-1)$ nên $p \vdots (c-1)$. Do p là số nguyên tố nên $c-1=1$ hoặc $c-1=p$.	0,25
	- Với $c-1=1 \Leftrightarrow c=2$, thay vào (2) ta được $b=4p$. Thử lại: phương trình $x^2-4px+4p^2=0$ có nghiệm kép $x_1=x_2=2p\in\mathbb{N}^*$.	0,25
	- Với $c-1=p \Leftrightarrow c=p+1$, thay vào (2) ta được $b=c^2=(p+1)^2$. Thử lại: phương trình $x^2-(p+1)^2x+p(p+1)^2=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1=p+1\in\mathbb{N}^*$, $x_2=p(p+1)\in\mathbb{N}^*$.	0,25
	Vậy $b=4p$ hoặc $b=(p+1)^2$.	0,25
	b) Cho ba số thực dương x,y,z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=xy\left(x^2+y^2-\dfrac{1}{z}\right)+yz\left(y^2+z^2-\dfrac{1}{x}\right)+zx\left(z^2+x^2-\dfrac{1}{y}\right)$.	**2,0**
	$P=xy\left(x^2+y^2\right)+yz\left(y^2+z^2\right)+zx\left(z^2+x^2\right)-\left(\dfrac{xy}{z}+\dfrac{yz}{x}+\dfrac{zx}{y}\right)$.	0,25
	• Xét $M=xy\left(x^2+y^2\right)+yz\left(y^2+z^2\right)+zx\left(z^2+x^2\right)$: Ta có: $(x-y)^4\ge 0 \Leftrightarrow x^4-4x^3y+6x^2y^2-4xy^3+y^4\ge 0$ (1) $xy(x-y)^2\ge 0 \Leftrightarrow x^3y-2x^2y^2+xy^3\ge 0$ (2) Cộng vế theo vế (1) và (2), ta được: $x^4-3x^3y+4x^2y^2-3xy^3+y^4\ge 0$ $\Leftrightarrow x^4+4x^2y^2+y^4\ge 3xy\left(x^2+y^2\right)$ (3) Đẳng thức xảy ra khi $x=y$.	0,25
	Tương tự: $y^4+4y^2z^2+z^4\ge 3yz\left(y^2+z^2\right)$ (4). Đẳng thức xảy ra khi $y=z$. $z^4+4z^2x^2+x^4\ge 3zx\left(z^2+x^2\right)$ (5). Đẳng thức xảy ra khi $z=x$.	0,25

	Cộng vế theo vế (3), (4) và (5), ta được: $2\left(x^4+y^4+z^4+2x^2y^2+2y^2z^2+2z^2x^2\right)\ge 3\left[xy\left(x^2+y^2\right)+yz\left(y^2+z^2\right)+zx\left(z^2+x^2\right)\right]$ $\Leftrightarrow \quad 2\left(x^2+y^2+z^2\right)^2 \quad \ge 3M$ $\Leftrightarrow M\le \dfrac{2.3^2}{3}=6$. Đẳng thức xảy ra khi $x=y=z=1$.	0,25
	• Xét $N=\dfrac{xy}{z}+\dfrac{yz}{x}+\dfrac{zx}{y}$: Ta có: $N^2=\left(\dfrac{xy}{z}\right)^2+\left(\dfrac{yz}{x}\right)^2+\left(\dfrac{zx}{y}\right)^2+2y^2+2z^2+2x^2$	0,25
	Ta lại có: $\left(\dfrac{xy}{z}\right)^2+\left(\dfrac{yz}{x}\right)^2+\left(\dfrac{zx}{y}\right)^2\ge \dfrac{xy}{z}.\dfrac{yz}{x}+\dfrac{yz}{x}.\dfrac{zx}{y}+\dfrac{zx}{y}.\dfrac{xy}{z}=y^2+z^2+x^2$ *(áp dụng BĐT $a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca$)*	0,25
	suy ra $N^2\ge 3y^2+3z^2+3x^2=3\left(x^2+y^2+z^2\right)=3.3=9\Rightarrow N\ge 3$. Đẳng thức xảy ra khi $\dfrac{xy}{z}=\dfrac{yz}{x}=\dfrac{zx}{y}\Leftrightarrow x=y=z=1$.	0,25
	Do đó $P=M-N\le 6-3=3$. $P=3$ xảy ra khi $M=6$ và $N=3$, hay $x=y=z=1$. Vậy giá trị lớn nhất của P là 3, đạt được khi $x=y=z=1$.	0,25

---------- HẾT ----------

Ghi chú: *Nếu học sinh có cách giải khác đúng thì Ban Giám khảo thảo luận và thống nhất thang điểm cho phù hợp với Hướng dẫn chấm.*